



فیزیک دوازدهم

فصل دوم (دینامیک و حرکت دایره‌ای)
فصل سوم (نوسان و موج)



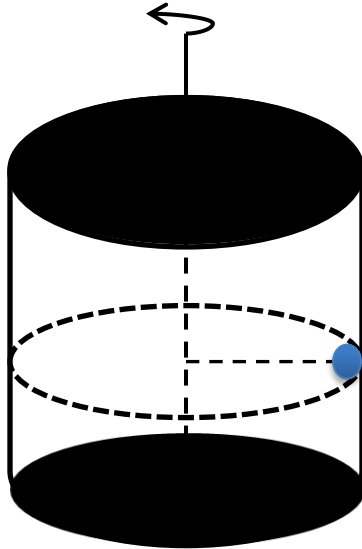
یک سوال جهت مرور حرکت دایره ای

مطابق شکل زیر، استوانه دواری به شعاع 2 m حول محور

قائم حرکت دورانی یکنواختی با دوره 2.4 ثانیه انجام می دهد. جسمی به جرم m

به دیواره استوانه تکیه داده و در آستانه لغزش قرار دارد. ضریب اصطکاک ایستایی

بین جسم و استوانه چقدر است؟ $(\pi = 3, g = 10 \frac{m}{s^2})$



۰.۳(۲)

۰.۴(۱)

۰.۸(۴)

۰.۲۵ (۳)

راه حل

- با توجه به شکل، سه نیرو به جسم وارد می شود:
نیروی وزن: به طرف پایین
نیروی اصطکاک: به طرف بالا
نیروی عمودی تکیه گاه: در جهت عمود بر سطح (در این لحظه به سمت چپ)

- چون گفته است جسم در آستانه لغزش قرار دارد، پس داریم:

$$m g = f_{s, \max} \rightarrow m g = \mu_s N \rightarrow \mu_s = \frac{m g}{N}$$

- ابتدا سرعت جسم را بدست می آوریم و می دانیم، در این شکل نیروی مرکز گرا همان نیروی عمودی تکیه گاه است، پس:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2 \times 3 \times 2}{2.4} = 5 \left(\frac{m}{s} \right) \quad N = F_{\text{مرکز زگرا}} = m a_{\text{مرکز زگرا}} = m \frac{v^2}{r} = \frac{25}{2} m$$

- حال در آخر ضریب اصطکاک ایستایی را بدست می آوریم:

$$\mu_s = \frac{m g}{N} = \frac{m \times 10}{\frac{25}{2} m} = \frac{20}{25} = 0.8$$



نکات مربوط به فصل ۳:

- نوسان هایی را که هر چرخه آن در دوره های دیگر دقیقاً تکرار می شود را نوسان های دوره ای می نامیم.
- مدت زمان یک چرخه، دوره تناوب حرکت نامیده می شود و آن را با T نشان می دهند.
- تعداد نوسان های انجام شده (تعداد چرخه) در هر ثانیه بسامد (فرکانس) نامیده می شود و آن را با f نشان می دهند.
$$f = \frac{1}{T}$$
- به نوسان های سینوسی حرکت هماهنگ ساده گفته می شود.
- معادله مکان-زمان در حرکت هماهنگ ساده: $x(t) = A \cos \omega t$
- که در رابطه فوق ω بسامد زاویه ای نوسانگر نامیده می شود و برابر با: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$
- یکای بسامد زاویه ای در SI برابر rad/s است.



نکات مربوط به فصل ۳:

- دوره تناوب سامانه جرم-فنر برابر است با:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

- و همچنین بدست می‌آید که بسامد زاویه ای سامانه جرم-فنر برابر است با:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

- انرژی مکانیکی در سامانه جرم-فنر برابر است با:

$$E = \frac{1}{2} k A^2$$



نکات مربوط به فصل ۳:

- دوره تناوب آونگ ساده برابر است با :

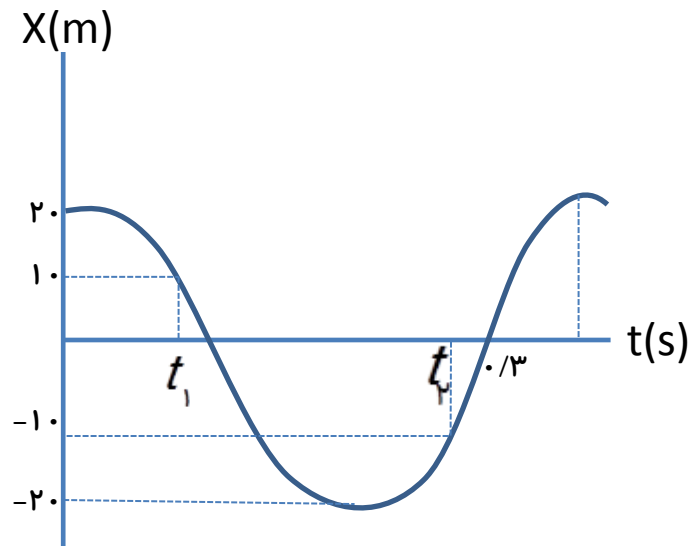
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

این رابطه نشان می‌دهد که دوره تناوب آونگ ساده به جرم و دامنه آن بستگی ندارد.

هم اکنون به بررسی چند تست می‌پردازیم....



شکل زیر نمودار مکان-زمان نوسانگری را که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد نشان می‌دهد. تندی متوسط نوسانگر در بازه زمانی t_1 تا t_2 چند متر بر ثانیه می‌باشد؟



۴۰ (۱)

۲۰ (۲)

۴ (۳)

۲ (۴)

راه حل

- برای بدست آوردن تندی متوسط نیاز به مسافت پیموده شده و تغییرات زمان داریم، که با توجه به شکل مسافت برابر است با:

$$d = 10 + 20 + 10 = 40 \text{ (cm)} \rightarrow d = 0.4 \text{ (m)}$$

- برای بدست آوردن تغییرات زمان ابتدا به این شکل عمل می‌کنیم:
همانطور که می‌دانیم در حرکت هماهنگ ساده، متحرک در مدت زمان T ثانیه یک نوسان کامل انجام می‌دهد و به مکان اولیه خود باز می‌گردد، با توجه به شکل داریم:

$$\frac{3}{4}T = 0.3 \text{ (s)} \rightarrow T = 0.4 \text{ (s)} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi$$

- حال با توجه به معادله حرکت هماهنگ ساده، زمان‌های t_1 و t_2 را بدست می‌آوریم و تندی متوسط را

$$t_1: 10 = 20 \cos 5\pi t_1 \rightarrow 5\pi t_1 = \frac{\pi}{3} \rightarrow t_1 = \frac{1}{15} \text{ (s)}$$

$$t_2: -10 = 20 \cos 5\pi t_2 \rightarrow 5\pi t_2 = \pi \pm \frac{\pi}{3} \rightarrow 5\pi t_2 = \pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow t_2 = \frac{4}{15} \text{ (s)}$$

توجه: برای بدست آوردن t_2 باید در نظر داشته باشیم که زاویه از π بزرگ تر می‌باشد.

$$s = \frac{d}{\Delta t} = \frac{0.4}{t_2 - t_1} = \frac{0.4}{\frac{3}{15}} = 2 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$



دوره تناوب دو آونگ ساده کم دامنه به طول های L_1 و L_2 به ترتیب برابر با s^3 و s^4 است. دوره تناوب آونگ ساده ای به طول $(L_1 + L_2)$ چند ثانیه است؟ $(g = \pi^2 \frac{m}{s^2})$

۵(۱)

۳/۵(۲)

۷(۳)

۱(۴)

راه حل

- با توجه به فرض مسئله برای g ، رابطه کلی دوره تناوب را بدست می آوریم و پس از محاسبه L_1 و L_2 (دوره تناوب آونگ جدید) را بدست می آوریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{\pi^2}} = 2\sqrt{L}$$

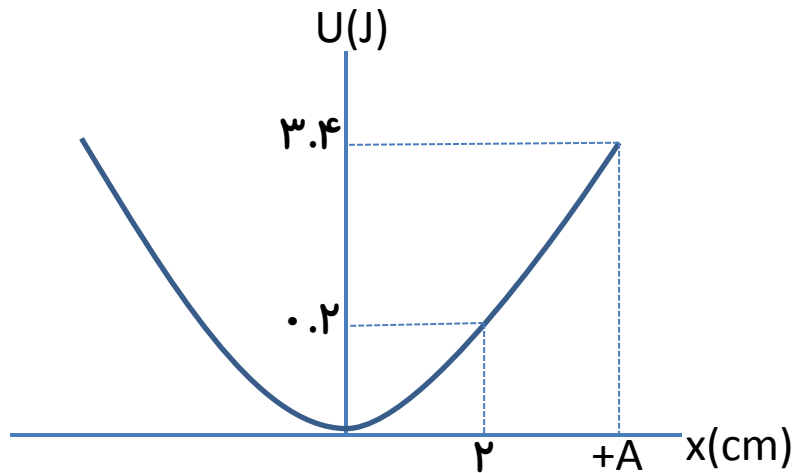
$$L_1: 3 = 2\sqrt{L_1} \rightarrow L_1 = \frac{9}{4} (m)$$

$$L_2: 4 = 2\sqrt{L_2} \rightarrow L_2 = 4 (m)$$

$$T' = 2\sqrt{L_1 + L_2} = 2\sqrt{\frac{9}{4} + 4} = 2\sqrt{\frac{25}{4}} = 2 \times \frac{5}{2} = 5 (s)$$



نمودار انرژی پتانسیل یک نوسانگر وزنه - فنر بر حسب مکان آن به صورت شکل زیر است. اگر جرم وزنه برابر با ۴۰۰ گرم باشد، سرعت نوسانگر هنگامی که در مکان $x = +2\text{cm}$ قرار داشته و بزرگی سرعت آن در حال کاهش است، چند متر بر ثانیه می باشد؟
(از تمام اصطکاک ها صرف نظر شود.) (کانون - ۹۷)



$$-16(2)$$

$$+16(1)$$

$$+4(4)$$

$$-4(3)$$

راه حل

• ابتدا مثبت و یا منفی بودن سرعت را تعیین می کنیم:
 با توجه به اینکه در صورت سوال ذکر کرده است که اندازه سرعت در حال کاهش است، پس متحرک در حال دور شدن از مرکز تعادل می باشد و چون در سمت مثبت محور X ها قرار دارد، جهت آن هم در جهت محور X ها می شود پس علامت سرعت مثبت است. (حذف گزینه های دو و سه)

• حال مقدار سرعت در $x=2\text{cm}$ را بدست می آوریم:

$$E = U_{\max} \rightarrow E = 3.4(j)$$

با توجه به نمودار و مقدار انرژی پتانسیل
 نوسانگر در $x=2\text{cm}$ داریم:

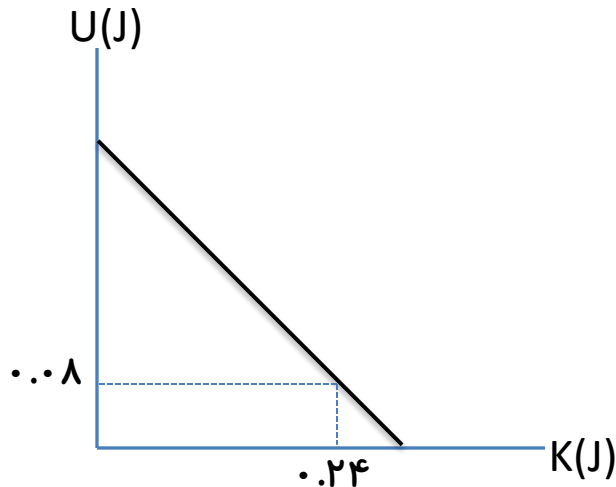
$$E = U + K \rightarrow K = E - U = 3.4 - 0.2 = 3.2(j)$$

با توجه به رابطه K و جرم جسم مقدار سرعت را
 محاسبه می کنیم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow |v| = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 3.2}{0.4}} = \sqrt{16} = 4 \rightarrow v = +4(m/s)$$



شکل زیر نمودار تغییرات انرژی پتانسیل بر حسب انرژی جنبشی یک نوسانگر هماهنگ ساده است که بر سطح بدون اصطکاکی نوسان می‌کند. اگر جرم نوسانگر ۱۰۰ گرم و بسامد آن ۲ هرتز باشد، معادله حرکت این نوسانگر در SI کدام است؟ ($\pi^2 = 10$)



$$X = 2 \cos(4\pi t) \quad (1)$$

$$X = 0.2 \cos(2 \cdot \pi t) \quad (2)$$

$$X = 2 \cos(2 \cdot \pi t) \quad (3)$$

$$X = 0.2 \cos(4\pi t) \quad (4)$$

راه حل

• می دانیم معادله کلی حرکت به این صورت است:

$$x = +A \cos(\omega t)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 2\pi \times 2 = 4\pi$$

همچنین:

پس گزینه های دو و سه حذف می شوند.

• با توجه به رابطه های مقابل و رابطه سرعت بیشینه مقدار A را حساب می کنیم:

$$E = K + U \rightarrow E = 0.32(j)$$

$$E = \frac{1}{2} m v_{max}^2 \rightarrow v_{max}^2 = \frac{2E}{m} = \frac{0.64}{0.1} = 6.4(j)$$

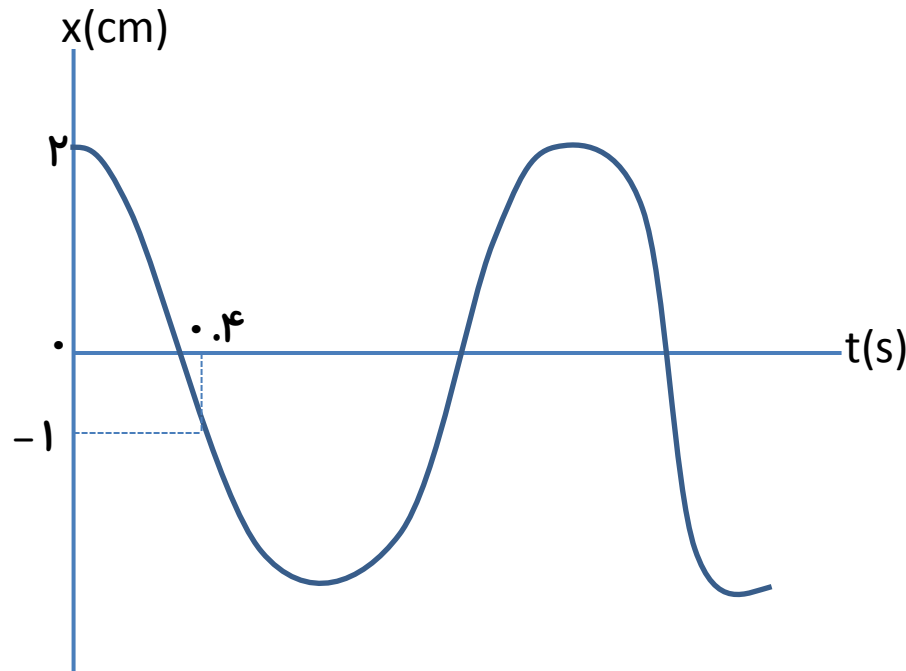
$$v_{max} = A \omega \rightarrow A^2 = \frac{v_{max}^2}{\omega^2} = \frac{6.4}{16 \times \pi^2} = 0.04 \rightarrow A = 0.2(m)$$

• پس معادله نهایی بدین صورت می شود:

$$x = 0.2 \cos(4\pi t)$$



نمودار مکان-زمان نوسانگر هماهنگ ساده ای مطابق شکل زیر است. به ترتیب از راست به چپ بیشینه تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه است و در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه تندی نوسانگر برای دومین بار بیشینه می‌شود؟



$$(1) \frac{\pi}{3.0} \cdot 0.9$$

$$(2) \frac{2.0\pi}{3} \cdot 0.3$$

$$(3) \frac{2.0\pi}{3} \cdot 0.9$$

$$(4) \frac{\pi}{3.0} \cdot 0.3$$

راه حل

• با توجه به نمودار و معادله حرکت نوسانگر داریم:

$$x = +A \cos(\omega t) \rightarrow -0.1 = 0.2 \cos(\omega \times 0.4) \rightarrow \frac{-1}{2} = \cos(\omega \times 0.4) \rightarrow 0.4\omega = \frac{2\pi}{3} \rightarrow \omega = \frac{5\pi}{3}$$

• حال بیشینه تندی را محاسبه می‌کنیم:

$$V_{max} = A\omega \rightarrow V_{max} = 0.2 \times \frac{5\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \text{ (m/s)}$$

• همان طور که می‌دانیم بیشینه سرعت، زمانی اتفاق می‌افتد که نوسانگر در مرکز تعادل قرار داشته باشد و با توجه به

شکل در لحظه $t = \frac{3T}{4}$ دومین بار این اتفاق می‌افتد، پس داریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{5\pi}{3}} = \frac{6\pi}{5\pi} = 1.2 \text{ (s)}$$

$$t = \frac{3T}{4} = \frac{3 \times 1.2}{4} = 0.9 \text{ (s)}$$