



رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع:	نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان	تعداد صفحه: ۲	

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	گزاره‌های درست را مشخص کرده و برای گزاره‌های نادرست، مثال نقض ارائه کنید. الف) برای هر عدد طبیعی n بزرگ‌تر از ۱، عدد $1 - 2^n$ اول است. ب) برای دو عدد طبیعی a و b ، اگر $ a b$ آن‌گاه $a \equiv b \pmod{m}$. پ) معادله همنهشتی $a x \equiv b \pmod{m}$ دارای جواب است اگر و تنها اگر $(a, m) \neq 1$.	۱
۱/۵	اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $\alpha - \beta$ گنگ است.	۲
۱	اگر باقی‌مانده تقسیم اعداد a و b بر ۱۷ برابر ۵ و ۳ باشد، در این صورت باقی‌مانده تقسیم عدد $(2a - 5b)$ بر ۱۷ را بیابید.	۳
۱/۲۵	اگر a عددی طبیعی باشد، حاصل $(3a + 4, 2a + 3)$ را به دست آورید.	۴
۱/۲۵	باقی‌مانده تقسیم $(38^{36} + 19)$ بر ۴ به دست آورید.	۵
۱	معادله همنهشتی $8x \equiv 2^0$ را حل کرده و جواب عمومی آن را به دست آورید.	۶
۱	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید. الف) مرتبه گراف نشان دهنده تعداد گراف می‌باشد. ب) اگر یک یال، یک رأس را به خود آن رأس وصل کند، این یال را می‌نامیم. پ) دو یال را می‌نامیم هرگاه رأسی وجود داشته باشد که هر دوی آن‌ها را به هم متصل کند. ت) تعداد رأس‌های فرد گراف عددی است.	۷
۲	گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید. الف) درجه رأس e در گراف مکمل G چند است? ب) تمام دورهای موجود در گراف G را بنویسید. پ) $\Delta(G)$ را مشخص کنید.	۸
۱	الف) گراف k -منتظم را تعریف کنید. ب) گراف P_7 را رسم کنید. پ) آیا گراف‌های C_n منتظم هستند؟	۹
۲	در گراف G که شکل آن در مقابل داده شده است: الف) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال با ۳ عضو بنویسید. ب) عدد احاطه‌گری G را تعیین کنید.	۱۰
۱	با ارقام ۴، ۳، ۸، ۷، ۶ چند عدد ۵ رقمی می‌توان نوشت که: الف) اعداد زوج کنار هم باشند. ب) اعداد فرد کنار هم باشند.	۱۱

«بقیه سوالات در صفحه دوم»

با سمه تعالی

رشه: ریاضی فیزیک	ساعت شروع:	نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان	تعداد صفحه: ۲	

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱۲	معادله $x_۲ > ۲$ ، $x_۵ = ۲$ باشد.	۱/۵
۱۳	مربع لاتین A را در نظر بگیرید.	۲
۱۴	الف) با اعمال یک جایگشت روی درآیه های مربع لاتین A ، مربع لاتین B را تولید کنید. ب) متعامد بودن دو مربع لاتین A و B را بررسی کنید.	
۱۵	مجموعه $S = \{1, 2, \dots, ۴۰۰\}$ را در نظر بگیرید. چند عدد در S وجود دارند به طوری که نه بر ۵ و نه بر ۷ بخش‌پذیر باشند.	۱/۵
۱۶	حداقل چند نفر در یک سالن همایش حضور داشته باشند تا مطمئن باشیم دست کم ۳ نفر وجود دارند که دو حرف اول و دوم نام خانوادگی آن‌ها مانند هم و غیر تکراری است؟	۱
	"موفق باشید"	۲۰ جمع نمره

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع:	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نادرست ($0/25$) $n = 4 \Rightarrow 2^4 - 1 = 15 \notin P$ ، ب) درست ($0/25$) (قسمت ب سوال ۱ کار در کلاس صفحه 13) (قضیه صفحه 25) (قسمت پ کار در کلاس صفحه 3)	۱
۲	فرض خلف: $\alpha - \beta \in Q$ (تمرين 3 صفحه 8) $\alpha - \beta = m \in Q \quad (0/25)$ $\Rightarrow 2\alpha = m + n \quad (0/25)$ $\alpha + \beta = n \in Q \quad (0/25)$ $\Rightarrow \alpha = \frac{m+n}{2} \quad (0/25) \Rightarrow \alpha \in Q$ تناقض با فرض $(0/25)$	۱/۵
۳	$a = 17q + r \quad (0/25)$ $b = 17q' + r \quad (0/25)$ $\Rightarrow 2a - \Delta b = \underbrace{17 \times 2q + 10 - 17 \times \Delta q' - 15}_{(0/25)} = \underbrace{17(2q - \Delta q' - 1)}_{(0/25)} + 12 = 17k + 12 \Rightarrow r = 12 \quad (0/25)$ (مثال صفحه 14)	۱
۴	$(5a + 4, 2a + 3) = d \Rightarrow d 2a + 3 \quad (0/25)$ $d 5a + 4 \quad (0/25)$ $\Rightarrow d 7 \quad (0/25) \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 7 \quad (0/25)$ (مشابه تمرين 6 صفحه 16)	۱/۲۵
۵	$38 \equiv 2 \quad (0/25) \rightarrow 38^2 \equiv 4 \equiv 0 \quad (0/25) \rightarrow 38^{36} \equiv 0 \quad (0/25), 19 \equiv 3 \quad (0/25) \Rightarrow 38^{36} + 19 \equiv 3 \quad (0/25)$ (مشابه سوال 9 صفحه 29)	۱/۲۵
۶	$8x \equiv 2 \circ \equiv 32 \quad (0/25) \xrightarrow{(8,12)=4 \quad (0/25)} x \equiv 4 \quad (0/25) \Rightarrow x = 3k + 4 \quad (0/25)$ (قسمت ب تمرين 14 صفحه 30)	۱
۷	الف) رئوس ($0/25$) (تعریف مرتبه صفحه 35) ب) طوقه ($0/25$) (تعریف طوقه صفحه 36) ت) زوج ($0/25$) (نتیجه قضیه صفحه 40) پ) مجاور ($0/25$) (تعریف دو یال مجاور صفحه 36)	۱
۸	الف) $3 \quad (0/25)$ (مسئله 1 صفحه 38) ب) $a, b, d, c, a \quad (0/5)$ ، $a, b, c, a \quad (0/5)$ ، $b, d, c, b \quad (0/5)$ (تعریف دور صفحه 38) توجه: در قسمت (ب) ممکن است دانش آموز شروع دور را با رأس دیگری آغاز کرده باشد. مثلا دور b, d, c, b را به فرم d, b, c, d نوشته باشد. به این دورها نیز نمره داده شود. پ) $4 \quad (0/25)$ (مفهوم ماکریم در جه صفحه 37)	۲
۹	الف) گرافی که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد k باشد. ($0/5$) (تعریف گراف منتظم صفحه 35) پ) بله ($0/25$) (مفهوم گراف منتظم صفحه 35) (تعريف P_n صفحه 38) (ب) ادامه پاسخها در صفحه دوم	۱

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع	مدّت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	<p>الف) $\{1, 6, 4\}$ یا $\{1, 5, 7\}$ (۰/۷۵) (مشابه تمرین ۱۱ صفحه ۵۴)</p> <p>ب) $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۲۵) بنابراین $\gamma(G) \geq 2$ (۰/۲۵). از سوی دیگر $\{2, 5\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است (۰/۲۵) لذا $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵). از (*) و (**) نتیجه می‌شود که $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۲۵).</p>	۲
۱۱	<p>الف) $! \times 3!$ (۰/۵)</p> <p>ب) $2! \times 4!$ (۰/۵)</p>	۱
۱۲	<p>$y_r = x_r - 3$, $y_r \geq 0$ (۰/۲۵), $x_5 = 2$</p> <p>$x_1 + y_r + 3 + x_r + x_r + 2 + x_6 = 17$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x_1 + y_r + x_r + x_r + x_6 = 12$ (۰/۲۵) \Rightarrow جواب‌ها = $\binom{16}{4}$ (۰/۵)</p> <p>(مشابه تمرین ۵ کار در کلاس صفحه ۶۱)</p>	۱/۵
۱۳	<p>الف)</p> <p>ب)</p> <p>$1 \rightarrow 3$ $2 \rightarrow 1$ $3 \rightarrow 2$</p> <p>$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ (۰/۷۵)</p>	۲
۱۴	<p>متعامد نیستند. زیرا در مربع آخر، عدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۵)</p> <p>(مشابه کار در کلاس صفحه ۶۴ و مفهوم متعامد بودن صفحه ۶۵)</p>	۱/۵
۱۵	<p>$A = \{n \in S \mid n = 5k, k \in \mathbb{Z}\} \Rightarrow n(A) = \left[\frac{400}{5} \right] = 80$ (۰/۲۵)</p> <p>$B = \{n \in S \mid n = 4k, k \in \mathbb{Z}\} \Rightarrow n(B) = \left[\frac{400}{4} \right] = 100$ (۰/۲۵)</p> <p>$A \cap B = \{n \in S \mid n = 20k, k \in \mathbb{Z}\} \Rightarrow n(A \cap B) = \left[\frac{400}{20} \right] = 20$ (۰/۲۵)</p> <p>$A \cup B = S - A \cap B = \underbrace{400}_{(۰/۲۵)} - (80 + 100 - 20) = 220$ (۰/۲۵)</p> <p>(مشابه فعالیت صفحه ۷۵)</p>	
۱۶	<p>$n = 32 \times 31 = 992$ (۰/۲۵), $k+1=3 \Rightarrow k=2$ (۰/۲۵)</p> <p>تعداد لانه‌ها = $2 \times 992 + 1 = 1985$ (۰/۵)</p> <p>(سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۸۲)</p>	۱
۲۰	جمع نمره	

«همکاران گرامی لطفاً باید حل‌های صحیح دیگر پارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»