



با سمه تعالی

Einaky.com

ساعت شروع :	رشنده: ریاضی و فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: سال دوازدهم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:
طرح سوال:		
ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	
نمره		
۱	اگر x, y, z سه عدد حقیقی باشند، نشان دهید: $x^3 + y^3 + z^3 \geq 3(x + y + z) - ۳$	
۱/۵	اگر باقی مانده عدد a بر ۷ و ۸ به ترتیب ۲ و ۳ باشد، باقی مانده تقسیم عدد a بر ۲۸ را بیابید.	
۳	جهای خالی را با اعداد یا عبارت های مناسب پر کنید. الف: اگر $a b$ آن گاه $[a, b] = \dots$ ب: عدد ۱۳۹۸ به دسته هم نهشتی به پیمانه ۹ تعلق دارد. پ: رقم یکان عدد $\dots + ۵۰۰ + ۳! + ۴! + ۵! + \dots + ۲!$ برابر است. ت: معادله هم نهشتی $11 \equiv ۵۱x$ جواب ندارد. زیرا	
۱/۵	گراف G با مجموعه رأس ها و یال های آن به صورت زیر مفروض است: $V(G) = \{a, b, c, d, e\} , E(G) = \{ab, ae, bc, cd, de, da, eb\}$ الف: نمودار آن را رسم کنید. ب: مقدار $\Delta(G)$ چند است؟ پ: یک مسیر به طول ۴ از a به c در این گراف بنویسید. ت: مجموعه همسایگی بسته رأس e را بنویسید.	
۱	درستی یا نادرستی هر یک از عبارت های زیر را مشخص کنید. الف: وقتی عدد احاطه گری برابر یک است. یعنی رأسی وجود دارد که با تمام رأس های دیگر گراف مجاور است. ب: هر مجموعه احاطه گر مینیمال حتماً مجموعه احاطه گر مینیمم است. پ: در گراف کامل K_6 همواره $= 6$ است. ت: هر مجموعه احاطه گر دلخواه را با حذف برخی از رأس ها می توان به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل کرد.	
۱	در هر سوال پاسخ صحیح را از میان گزینه ها انتخاب کنید. الف: در گراف از مرتبه ۶، می دانیم $1 = (G)$ است. این گراف دست کم چند یال دارد؟ <input type="checkbox"/> ۸ (۴) <input type="checkbox"/> ۷ (۳) <input type="checkbox"/> ۵ (۲) <input type="checkbox"/> ۶ (۱) ب: در گراف تهی از مرتبه ۵ عدد احاطه گری کدام است? <input type="checkbox"/> ۷ (۴) <input type="checkbox"/> ۶ (۳) <input type="checkbox"/> ۵ (۲) <input type="checkbox"/> ۳ (۱) پ: عدد احاطه گری گراف P_1 . کدام است? <input type="checkbox"/> ۲ (۴) <input type="checkbox"/> ۵ (۳) <input type="checkbox"/> ۴ (۲) <input type="checkbox"/> ۳ (۱) ت: در گراف از مرتبه ۱۰، درجه رأس a برابر ۳ می باشد. چند رأس گراف توسط a احاطه نمی شود؟ <input type="checkbox"/> ۷ (۴) <input type="checkbox"/> ۶ (۳) <input type="checkbox"/> ۵ (۲) <input type="checkbox"/> ۴ (۱)	
۰/۷۵	 با توجه به نمودار گراف G در شکل مقابل در هرسوال پاسخ مناسب را انتخاب کنید.	
الف: آیا $\{b, f, h, j\}$ یک مجموعه احاطه گر مینیمم G است؟ بله <input type="checkbox"/> خیر <input type="checkbox"/> ب: آیا $\{a, d, f, j, h\}$ یک مجموعه احاطه گر مینیمال G است؟ بله <input type="checkbox"/> خیر <input type="checkbox"/> پ: آیا مجموعه احاطه گری از G وجود دارد که شامل رأس های a و b نباشد؟ بله <input type="checkbox"/> خیر <input type="checkbox"/>		

مدت امتحان :	ساعت شروع :	رشته: ریاضی و فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:
طراح سوال:			
ردیف	نمره	سوالات (پاسخ نامه دارد)	
۸	۲	<p>گراف G در شکل مقابل را درنظر بگیرید.</p> <p>الف: آیا $\{b, h, f\}$ یک مجموعه احاطه گر G است؟ چرا؟</p> <p>ب: عدد احاطه گری گراف G را ذکر دلیل بنویسید.</p> <p>پ: تمام γ-مجموعه های (مجموعه های احاطه گر مینیمم) گراف G را بنویسید.</p>	
۹	۱/۲۵	<p>گراف G در شکل مقابل را درنظر بگیرید.</p> <p>الف: نشان دهید گراف G، مجموعه احاطه گر ۲ عضوی ندارد.</p> <p>ب: دو مجموعه احاطه گر ۳ عضوی از گراف G بنویسید.</p> <p>پ: یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۴ عضوی از گراف G بنویسید.</p>	
۱۰	۲	<p>به سوالات زیر کوتاه پاسخ دهید.</p> <p>الف: با اعداد $۲, ۱, ۱, ۱$ چند رمز ۴ رقمی می توان نوشت؟</p> <p>ب: به چند طریق می توان از بین ۴ نوع گل، دسته گلی شامل ۸ شاخه گل را به دلخواه انتخاب کرد؟</p> <p>پ: به چند طریق می توان ۴ خودکار متفاوت را بین ۸ نفر توزیع کرد به شرط آن که هیچ کس بیش از یک کار نداشته باشد؟ (به هر نفر حداقل یک خودکار داده باشیم)</p> <p>ت: چه تعداد تابع چون $f: A \rightarrow B$ می توان تعریف کرد. اگر بدانیم $A = ۵$ و $B = ۴$ است؟ چه تعداد از این توابع یک به یک هستند؟</p>	
۱۱	۱/۲۵	<p>۵ دانش آموز پایه دوازدهم و ۴ دانش آموز پایه یازدهم به چند طریق می توانند کنار هم (در یک ردیف) قرار بگیرند اگر بخواهیم:</p> <p>الف: همواره دانش آموز هر پایه کنار هم باشند.</p> <p>ب: به صورت یک در میان قرار بگیرند (هیچ دو دانش آموز هم پایه کنار هم نباشند).</p>	
۱۲	۱/۵	<p>دو مربع لاتین 3×3، A و B را درنظر بگیرید.</p> <p>الف: آیا دو مربع لاتین A و B متعامدند؟ چرا؟</p> <p>ب: با اعمال جایگشت $2 \rightarrow 1$ و $3 \rightarrow 1$ و $2 \rightarrow 3$ بروی مربع لاتین A، یک مربع لاتین بنویسید.</p> <p>پ: آیا با تعویض جای دو سطر دلخواه از مربع لاتین B، حاصل مربع لاتین است؟</p>	
۱۳	۱/۲۵	<p>تعداد جواب های صحیح نامنفی معادله مقابل را به دست آورید.</p> $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 = 6$	
۱۴	۱/۵	<p>چند عدد طبیعی مانند n، به طوری که $1 \leq n \leq 250$، وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد 3 و 5 بخش پذیر نباشند؟</p>	
۱۵	۱/۵	<p>دریک اردیوی دانش آموزی حداقل چند دانش آموز وجود داشته باشند تا اطمینان داشته باشیم که حداقل ۷ نفر از آن ها ماه تولد یکسانی دارند.</p>	

باسم‌هه تعالی

مدت امتحان:	ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:
طراح سوال:			
ردیف	پاسخنامه	ردیف	ردیف
۱	$x^r + y^r + z^r \geq 2x + 2y + 2z - 1 - 1 - 1 \quad (./25)$ $\Leftrightarrow x^r - 2x + 1 + y^r - 2y + 1 + z^r - 2z + 1 \geq 0 \quad (./25)$ $\Leftrightarrow (x+1)^r + (y+1)^r + (z+1)^r \geq 0 \quad (./25) \quad \text{بدینه}$ <p>(.) برای قرار دادن علامت \Leftrightarrow یا نوشتن این که مراحل برگشت پذیر است. (صفحه ۸) (./25)</p>	۱	
۱/۵	$a = 7q + 2(./25) \Rightarrow 8a = 56q + 16 \quad (./25)$ $a = 8q' + 3(./25) \Rightarrow 8a = 56q' + 24 \quad (./25)$ $\Rightarrow a = 28k - 5 + 28 - 28(./25) \Rightarrow a = 28k' + 23 \Rightarrow a = 23(./25)$ <p>(صفحه ۱۶) (./25)</p>	۲	
۱	<p>الف) b (./25) ب) $[3]_a$ (./25) پ) ۲ (./25) ت) ۱۱ (./25) صفحات ۳۰، ۲۹، ۱۳ (./25)</p>	۳	
۱/۵	$N_G[e] = \{a, b, d, e\} \quad (./5)$ <p>abedc (./25)</p> <p>(صفحه ۴۱) (./25)</p>	۴	
۱	<p>الف) درست (./25) ب) نادرست (./25) پ) نادرست (./25) ت) درست (./25) صفحات ۴۶، ۴۷، ۴۸ (./25)</p>	۵	
۱	<p>الف) گزینه ۴ (./25) ب) گزینه ۲ (./25) پ) گزینه ۳ (./25) ت) گزینه ۳ (./25) صفحات ۴۸، ۴۹ (./25)</p>	۶	
۰/۷۵	<p>الف) بله (./25) پ) خیر (./25) صفحات ۵۱ (./25)</p>	۷	
۲	<p>الف) بله (./25) زیرا همه رأس های گراف یا عضوی از این مجموعه اند (./25) یا با یکی از رأس ها این مجموعه مجاورند. (./25)</p> <p>ب) $\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil = 2$ (./25) از طرفی $\{\{c, e\}\}$ یک مجموعه احاطه گر است. یعنی $2 \leq \gamma(G)$ (./25) پس $\gamma(G) = 2$ (./25)</p> <p>صفحات ۴۶، ۴۷، ۵۰ (./25) $\{c, e\}, \{d, f\}$ (./25) $\{b, h\}, \{a, g\}$ (./25)</p>	۸	
۱/۲۵	<p>الف) این گراف فقط دو رأس ماکریم از درجه ۳ دارد. (./25) اگر این دو رأس یعنی c و e را انتخاب کنیم باز هم رأس a احاطه نمی شود. (./25)</p> <p>ب) $\{a, c, e\}$ (./25) $\{a, d, e\}$ (./25) $\{a, c, d, e\}$ (./25) $\{a, d, f, h\}$ (./25) $\{a, c, d, f, h\}$ (./25)</p> <p>صفحات ۵۰ تا ۵۲ (./25)</p>	۹	
۲	<p>۴۵ ت) $\frac{4!}{2!} = 16\cdot 80$ (./25) هیچی (./25) $\binom{11}{3} = 165$ (./25) ب) $\frac{4!}{3!} = 4$ (./25) (./25)</p> <p>صفحات ۵۸، ۵۹، ۶۰، ۷۹، ۸۴ (./25)</p>	۱۰	
۱/۲۵	<p>الف) $4! \times 5!$ (./25) $2 \times 4! \times 5!$ (./25) $4! \times 5!$ (./25) $2 \times 4! \times 5!$ (./25)</p> <p>صفحه ۵۷ (./25)</p>	۱۱	

نام و نام خانوادگی :	سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان :	رشرته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع :	مدت امتحان :	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته									
طراح سوال :															
ردیف	پاسخنامه														
نمره															
الف: بله (۰/۲۵) زیرا مربع حاصل از کنار هم قرار دادن درایه های دو مربع داده شده به صورت مقابل است . (۰/۲۵) چون عدد دو رقمی تکراری در آن نیست. (۰/۲۵) لذا دو مربع داده شده متعامندند.															
۱/۵	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>۳۲</td><td>۲۱</td><td>۱۳</td></tr> <tr><td>۱۱</td><td>۳۳</td><td>۲۲</td></tr> <tr><td>۲۳</td><td>۱۲</td><td>۳۱</td></tr> </table>						۳۲	۲۱	۱۳	۱۱	۳۳	۲۲	۲۳	۱۲	۳۱
۳۲	۲۱	۱۳													
۱۱	۳۳	۲۲													
۲۳	۱۲	۳۱													
	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> </table>						۱	۳	۲	۲	۱	۳	۳	۲	۱
۱	۳	۲													
۲	۱	۳													
۳	۲	۱													
	(صفحات ۶۴، ۶۵، ۶۶)														
	ب: بله (۰/۲۵)														
۱/۲۵	$x_1 = - \Rightarrow x_۲ + x_۳ + x_۴ = ۶ \quad (۰/۲۵)$ $x_۱ = ۱ \Rightarrow x_۲ + x_۳ + x_۴ = ۵ \quad (۰/۲۵)$ $(۷۲) \qquad \qquad \qquad ۲۸ + ۲۱ = ۴۹ \quad (۰/۲۵)$														
۱/۵	$A = \{x_۱, x_۲, x_۳, x_۴\} \quad A = \left[\frac{۲۵}{۴} \right] = ۸۳ \quad (۰/۲۵)$ $B = \{x_۲, x_۳, x_۴\} \quad B = \left[\frac{۲۵}{۳} \right] = ۵۰ \quad (۰/۲۵)$ $(۰/۲۵) A \cap B = \left[\frac{۲۵}{۱۶} \right] = ۱۶$ $ \bar{A} \cap \bar{B} = \overline{A \cup B} = S - A \cup B = ۲۵ - (۸۳ + ۵۰ - ۱۶) = ۱۳۳ \quad (۰/۲۵) \quad (۰/۲۵) \quad (۰/۲۵)$ $(۷۶) \qquad \qquad \qquad (۰/۲۵)$														
۱/۵	$k + ۱ = ۷ \Rightarrow k = ۶ \quad (۰/۵)$ $6 \times 12 + 1 = 73 \quad (۰/۲۵)$ $kn + 1 = 6 \times 12 + 1 = 73 \quad (۰/۲۵)$ $(۸۳) \qquad \qquad \qquad \text{کبوترها یا معادل با آن تعداد دانش آموزان (۰/۲۵) حداقل می بایست باشد.}$														