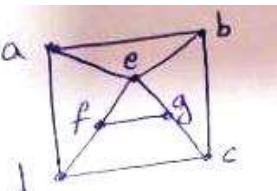
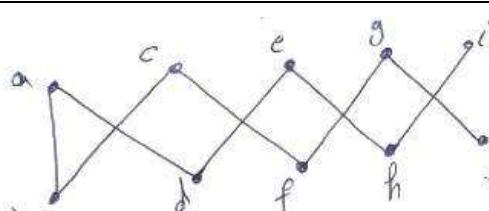


مدت امتحان :	ساعت شروع :	رشته: ریاضی و فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تعداد صفحه: ۱	تاریخ امتحان :	سال دوازدهم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی :
طراح سوال:			
ردیف	نمره	سوالات (پاسخ نامه دارد)	
۱	۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. الف) حاصلضرب هر عدد گویا در یک عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) تفاضل مکعب های دو عدد صحیح متولی عددی فرد است. ج) گراف -3 ، منتظم از مرتبه ۷ قابل رسم است. د) مجموعه احاطه گر می نیمم، یک مجموعه احاطه گر می نیمال است.	۱
۲	۱	به روش بازگشته گزاره زیر را ثابت کنید. $x^3 + y^3 + z^3 \geq xy + yz + zx$	۲
۳	۱	اگر عدد طبیعی a دو عدد $5k+4, 7k+5$ را عاد کند ثابت کنید. $a=3$ یا $a=1$	۳
۴	۱	فرض کنید $3x - y 3x^2 - y^2$ دو عدد متولی هستند.	۴
۵	۱/۵	معادله سیاله خطی $4x+3y=19$ را حل و جوابهای عمومی آن را بدست آورید.	۵
۶	۱	ثابت کنید تعداد راسهای فرد هر گراف، عددی زوج است.	۶
۷	۱	نشان دهید که تعداد یال های یک گراف n راسی کامل برابر است با $\frac{n(n-1)}{2}$ الف) مجموعه احاطه گر می نیمم را تعریف کنید. ب) برای گراف زیر یک مجموعه احاطه گر ۴ عضوی بنویسید.	۷
۸	۱		
۹	۱/۲۵	یک گراف A راسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که دارای فقط یک مجموعه احاطه گر می نیمم باشد.	۹
۱۰	۱/۲۵	عدد احاطه گر گراف زیر را بیابید. 	۱۰
۱۱	۱/۵	الف) گراف P_{12} را رسم کنید. ب) یک 8 -مجموعه از آن را مشخص کنید. ج) یک مجموعه احاطه گر می نیمال عضوی از آن را مشخص کنید.	
۱۲	۱	به چند طریق می توان ۱۱ توب یکسان را بین ۵ نفر توزیع کرد هرگاه بخواهیم هر نفر حداقل یک توب داشته باشد.	۱۲
۱۳	۲	دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۵ بنویسید و متعامد بودن آنها را نشان دهید.	۱۳
۱۴	۲/۵	چند عدد طبیعی مانند N وجود دارد که برهیج یک از اعداد 3 و 4 و 5 بخش پذیر نباشد. $(1 \leq n \leq 400)$ الف) اصل لانه کبوتری را تعریف کنید.	۱۴
۱۵	۲/۵	ب) ۱۳ نقطه درون یک مستطیل $8*6$ قرار دارند نشان دهید حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارد که فاصله آنها از هم، کمتر از $\sqrt{8}$ باشد.	۱۵

$$\frac{4!}{2} = 12 \Rightarrow 6 \times 12 = 72 \quad (0.5)$$

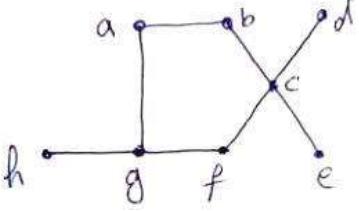
باسمہ تعالیٰ

مدت امتحان:	ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تعداد صفحه: ۴	تاریخ امتحان:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:

طراح سوال:

ردیف	پاسخنامہ	نمرہ
۱	<p>الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) ج) نادرست (۰/۲۵) د) درست (۰/۲۵)</p>	۱
۲	$-2x^3 + 2y^3 + 2z^3 \geq 2xy + 2yz + 2zx \Leftrightarrow (0/25)$ $2x^3 + 2y^3 + 2z^3 - 2xy - 2yz - 2zx \geq 0 \Leftrightarrow (0/25)$ $(x^3 + y^3 - 2xy) + (x^3 + z^3 - 2xz) + (y^3 + z^3 - 2yz) \geq 0 \Leftrightarrow (0/25)$ <p>همواره درست</p> $(x - y)^3 + (x - z)^3 + (y - z)^3 \geq 0 \quad (0/25)$	۲
۳	$\begin{aligned} -a 7k+5 &\rightarrow \begin{cases} a 5(7k+5) \\ a 7(5k+4) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a 35k+25 \\ a 35k+28 \end{cases} \rightarrow a (35k+28) - \\ -a 5k+4 & \\ (35k+25) \Rightarrow a 3 &\rightarrow a=1, a=3 \\ (0/25) & (0/25) \end{aligned}$	۳
۴	$\begin{aligned} (0/25) \frac{x-y x^3-y^3 }{x^3-y^3 3x } &\stackrel{\text{تعدی}}{\Rightarrow} \frac{x-y 3x}{x-y 3x-1} \\ x-y 3x-(3x-1) \rightarrow x-y 1 &\Rightarrow \begin{cases} x-y=1 \rightarrow x=y+1 \\ x-y=-1 \rightarrow x=y-1 \end{cases} \\ (0/25) & (0/25) \end{aligned}$	۴
۵	$\begin{aligned} 4x^3 \equiv 19 &\Rightarrow 4x^3 \equiv 19 - 3 \quad (0/25) \\ &\Rightarrow 4x^3 \equiv 16 \quad (0/25) \\ &\Rightarrow x^3 \equiv 4 \Rightarrow x = 3k + 4 \quad (0/25) \\ 4(3k+4)+3y &= 19 \quad (0/25) \\ 12k+16+3y &= 19 \quad (0/25) \\ 3y = -12k+3 &\Rightarrow y = -4k + 1 \quad (0/25) \end{aligned}$	۵
۶	<p>فرض کنید G یک گراف و A مجموعه همه رئوس فرد گراف G و B مجموعه همه رئوس زوج گراف G باشد در این صورت داریم:</p> $\sum_{V \in V(G)} \deg(V) = \sum_{V \in A} \deg(V) + \sum_{V \in B} \deg(V)$ <p>از طرفی می دانیم که مجموع درجات رئوس یک گراف G عددی زوج است یعنی $(0/25) \sum_{V \in V(G)} \deg(V)$ زوج است.</p> $\sum_{V \in B} \deg(V)$	۶

	بنابراین $\sum_{V \in A} \deg(V)$ عددی زوج است (۰/۲۵)	بنابراین تفاضل آنها نیز زوج خواهد شد (۰/۲۵)
--	---	---

	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته نام و نام خانوادگی: طراح سوال:	
نمره	پاسخنامه	ردیف
۱	$(\cdot/25) \quad \text{چون گراف } N \text{ راسی کامل است پس } \deg_i = n - 1$ $\text{از طرفی } \sum_{i=1}^n \deg v_i = 2q \text{ پس}$ $n = (n - 1) = 2q \Rightarrow q = \frac{n(n - 1)}{2} \quad (\cdot/5)$	۷
۱	الف) در بین تمام مجموعه های احاطه گر گراف G , مجموعه یا مجموعه های احاطه گری که کمترین تعداد عضو را دارند، مجموعه احاطه گر می نیمم گویند ($\cdot/5$) ب) احاطه گر می نیمم ($\cdot/5$) = {a, d, f, c}	۸
۱/۲۵	$(\cdot/5) \quad \text{مجموعه احاطه گر می نیمم } \{c, g\}$  $\cdot/75$	۹
۱/۲۵	$(\cdot/25) \quad \Delta = 2 \quad n = 10$ $\left[\frac{10}{2+1} \right] \leq \gamma(G) \Rightarrow 4 \leq \gamma(G) \quad (\cdot/25)$ $\gamma(G) = 4 \text{ یک مجموعه احاطه گر است پس } \{g, c, d, h\}$	۱۰
۱/۵	$(\cdot/5) \quad \text{سوال ۱۱}$  $\text{الف) } \{b, e, h, k\} \text{ یک 4-مجموعه است.} \quad (\cdot/5)$ $\text{ب) } \{b, c, f, g, j, k\} \text{ یک مجموعه احاطه گر می نیمال 6 عضوی است.} \quad (\cdot/5)$	۱۱
۱	$x_1 = x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 11 \quad n=11 \quad x=5$ $x_i \geq 1 \quad (1 \leq i \leq 5) \quad (\cdot/5)$ $\binom{n-1}{k-1} = \binom{11-1}{5-1} = \binom{10}{4}$ $(\cdot/5)$	۱۲

مدت امتحان :	ساعت شروع :	رشته: ریاضی و فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تعداد صفحه: ۴	تاریخ امتحان:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی :
طراح سوال :			

ردیف	پاسخنامه	نمره																																																		
۱۳	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; width: 20%;">۱</td><td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۵</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۴</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۲</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">۳</td><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۴</td><td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۵</td><td style="text-align: center;">۳</td></tr> </table> <p style="text-align: right;">(۰/۷۵)</p> <p style="text-align: right;">پس (۰/۷۵)</p>	۱	۴	۲	۵	۳	۳	۱	۴	۲	۵	۴	۲	۵	۳	۱	۵	۳	۱	۴	۲	۲	۵	۳	۱	۴	۲	۵	۳	۱	۴	۵	۳	۱	۴	۲	۴	۲	۵	۳	۲	۳	۱	۴	۲	۵	۱	۴	۲	۵	۳	۲
۱	۴	۲	۵	۳	۳	۱	۴	۲	۵																																											
۴	۲	۵	۳	۱	۵	۳	۱	۴	۲																																											
۲	۵	۳	۱	۴	۲	۵	۳	۱	۴																																											
۵	۳	۱	۴	۲	۴	۲	۵	۳	۲																																											
۳	۱	۴	۲	۵	۱	۴	۲	۵	۳																																											
۱۴	<p style="text-align: right;">مجموعه اعدادی که بر ۳ بخش پذیرند = A=</p> <p style="text-align: right;">مجموعه اعدادی که بر ۴ بخش پذیرند = B =</p> <p style="text-align: right;">مجموعه اعدادی که بر ۵ بخش پذیرند = C=</p> <p style="text-align: right;">$A = \left[\frac{۴۰۰}{۳} \right] = ۱۳۳ \quad (۰/۲۵), \quad B = \left[\frac{۴۰۰}{۴} \right] = ۱۰۰ \quad (۰/۲۵), \quad C = \left[\frac{۴۰۰}{۵} \right] = ۸۰ \quad (۰/۲۵)$</p> <p style="text-align: right;">پس</p> <p style="text-align: right;">$A \cap B = \left[\frac{۴۰۰}{۱۲} \right] = ۳۳ b \quad (۰/۲۵)$</p> <p style="text-align: right;">$A \cap C = \left[\frac{۴۰۰}{۱۵} \right] = ۲۶ \quad (۰/۲۵)$</p> <p style="text-align: right;">$B \cap C = \left[\frac{۴۰۰}{۲۰} \right] = ۲۰ \quad (۰/۲۵)$</p> <p style="text-align: right;">$A \cap B \cap C = \left[\frac{۴۰۰}{۶۰} \right] = ۶ \quad (۰/۲۵)$</p> <p style="text-align: right;">$\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C} = \overline{A \cup B \cup C} = \quad (۰/۲۵)$</p> <p style="text-align: right;">$= ۴۰۰ - (A + B + C - A \cap B - A \cap C - B \cap C + A \cap B \cap C) \quad (۰/۲۵)$</p> <p style="text-align: right;">$= ۴۰۰ - (۱۳۳ + ۱۰۰ + ۸۰ - ۳۳ - ۲۶ - ۲۰ + ۶) = ۱۷. \quad (۰/۲۵)$</p>	۲/۵																																																		

مدت امتحان :	ساعت شروع :	رشته: ریاضی و فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تعداد صفحه: ۴	تاریخ امتحان:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی :
طرح سوال :			
ردیف	پاسخنامه	ردیف	نمره
	(الف) اگر m کبوتر و n لانه داشته باشیم و $m > n$ و همه کبوترها درون لانه ها قرار بگیرند، در این صورت لانه ای وجود دارد که حداقل ۲ کبوتر در آن قرار گرفته است.	(۱/۵)	۲/۵

