

سؤالات درس : ریاضیات گسسته	رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع :	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه : ۲

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

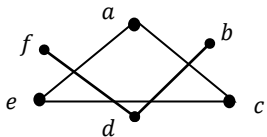
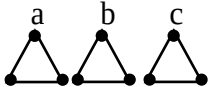
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر a, b دو عدد طبیعی باشند آنگاه $[b, (a, b)] = a$ ب) عدد احاطه‌گری گراف C_{11} برابر ۳ است. پ) دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۲ وجود ندارد. ت) اگر $A = 4$ و $B = 3$ باشند، 3^4 تابع چون $f: A \rightarrow B$ می‌توان تعریف کرد.	۱
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. الف) مجموع درجات رئوس گراف کامل از مرتبه ۴ برابر است. ب) باقی مانده تقسیم عدد ۲۷۳۶۷۱ بر ۱۱ می‌شود. پ) تعداد حالت‌هایی که می‌توان ۴ خودکار متفاوت را بین ۸ نفر توزیع کرد به طوری که هیچ‌کس بیشتر از یک خودکار نداشته باشد، (به هر نفر حداکثر یک خودکار داده باشیم) برابر است.	۰/۷۵
۳	گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاره‌های هم‌ارز) ثابت کنید : (برای هر دو عدد حقیقی مثبت x و y داریم : $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$)	۱
۴	درستی گزاره زیر را با استفاده از روش برهان خلف ثابت کنید. (حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی گنگ است.)	۰/۷۵
۵	اگر $n \in \mathbb{N}$ و $n 9k + 7$ و $n 7k + 6$، ثابت کنید $n = 1$ یا $n = 5$	۱
۶	اگر دو عدد $3a - 1$ و $4a + 3$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $9a - 6$ را به دست آورید.	۱
۷	جواب عمومی معادله هم نهشتی ${}^{18}x \equiv 69 \pmod{11}$ را بیابید.	۱
۸	اگر در گراف G داشته باشیم $V(G) = \{a, b, c, d, e, f\}$ و $E(G) = \{ac, ae, bd, ce, df\}$ الف) گراف G را رسم کنید. ب) آیا گراف G همبند است؟ ب) مکمل گراف G دارای چند یال است؟	۰/۷۵
« ادامه سؤالات در صفحه دوم »		

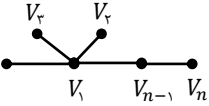
سؤالات درس : ریاضیات گسسته	رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع :	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه : ۲

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۹	گراف زیر را در نظر بگیرید و به سؤالات پاسخ دهید : (الف) مجموعه همسایگی باز رأس b را بنویسید. (ب) یک مسیر از c به f به طول ۴ بنویسید. (پ) ۲ دور با طول‌های متفاوت بنویسید. (ت) یک زیرگراف، برای آن رسم کنید.	۲
۱۰	گراف G مطابق شکل رسم شده است. (الف) آیا $S = \{a, b, c, e\}$ یک مجموعه احاطه‌گر G است؟ (ب) آیا S یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال است؟ چرا؟ (پ) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم برای G بنویسید.	۱/۵
۱۱	یک گراف ۲-منتظم مرتبه ۹ بکشید که عدد احاطه‌گری آن کمترین مقدار ممکن باشد.	۱
۱۲	برای هر $n \in \mathbb{N}$ ($n \geq 4$)، گرافی n رأسی و با عدد احاطه‌گری ۲، چنان رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه‌گر داشته باشد.	۱/۲۵
۱۳	با ارقام ۱، ۱، ۲، ۳، ۳، ۳، ۷ چند عدد ۷ رقمی می‌توان نوشت؟	۱
۱۴	مربع لاتین زیر را در نظر بگیرید : (الف) یک جایگشت مشخص کنید، سپس با اعمال آن جایگشت مربع لاتین B را بنویسید. (ب) آیا دو مربع لاتین A, B متعامدند؟ چرا؟	۱/۵
۱۵	در یک گل‌فروشی، پنج نوع گل موجود است. به چند طریق می‌توان ۸ شاخه گل انتخاب کرد، به طوری که : (الف) از هر نوع، حداقل یک گل انتخاب شده باشد. (ب) از گل نوع اول حداقل دو شاخه و از گل نوع چهارم بیش از سه شاخه انتخاب شده باشد.	۱/۵
۱۶	در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۱۱۰۰ ($1 \leq n \leq 1100$) چند عدد وجود دارد به طوری که بر هیچ یک از اعداد ۳ و ۵ بخش پذیر نباشد.	۱/۵
۱۷	در یک فروشگاه، کفش‌های ورزشی از ۵ برند مختلف در ۶ اندازه و ۹ رنگ عرضه می‌شوند. فروشگاه حداقل چند کفش ورزشی داشته باشد تا مطمئن باشیم حداقل سه تا از این کفش‌ها از یک برند، هم اندازه و هم رنگ هستند؟	۱/۵
۲۰	جمع نمره	۲۰

« موفق باشید. »

راهنمای تصحیح سؤالات درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۲
ردیف	راهنمای تصحیح		
نمره			
۱	الف) نادرست صفحه ۱۷ (ب) نادرست صفحه ۵۳ (پ) درست صفحه ۶۷ (ت) درست صفحه ۷۸ (هر مورد ۰/۲۵)		
۲	الف) ۱۲ صفحه ۳۹ و ۳۸ (ب) ۲ صفحه ۲۳ (پ) ۴ (۸) صفحه ۷۹ (هر مورد ۰/۲۵)		
۳	صفحه ۷ (۰/۲۵) $(x+y)^2 \geq 4xy \iff \frac{x(xy)(x+y)}{x,y>0} \iff \frac{y+x}{xy} \geq \frac{4}{x+y} \iff \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$ (۰/۲۵) $\iff x^2 + 2xy + y^2 - 4xy \geq 0 \iff x^2 - 2xy + y^2 \geq 0 \iff (x-y)^2 \geq 0$ (۰/۲۵)		
۴	صفحه ۵ فرض کنید $r \in Q$ و $x \in Q'$ ولی $rx \in Q$ (فرض خلف) (۰/۲۵). چون عکس هر عدد گویای ناصفری هم عددی گویاست و می‌دانیم حاصل ضرب هر دو عدد گویا عددی گویاست (۰/۲۵) پس $(\frac{1}{r})(rx) \in Q$ پس $x \in Q$ که با فرض در تناقض است. (۰/۲۵)		
۵	صفحه ۱۲ (۰/۲۵) $\rightarrow n = 1$ یا $n = 5$ (۰/۲۵) $\rightarrow n \mid 5$ (۰/۲۵) $n \mid 9k + 7 \xrightarrow{\times(-7)} n \mid -63k - 49$ (۰/۲۵) $n \mid 7k + 6 \xrightarrow{\times(9)} n \mid 63k + 54$ (۰/۲۵)		
۶	صفحه ۲۹ $4a + 3 \equiv 3a - 1 \rightarrow a \equiv -4$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{\times 9} 9a \equiv -36$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{-6} 9a - 6 \equiv -42$ (۰/۲۵) $\rightarrow 9a - 6 \equiv -42 + 5(10) = 8$ (۰/۲۵)		
۷	صفحه ۲۵ $11x \equiv 69 \rightarrow 11x \equiv 69 - 2(18) \rightarrow 11x \equiv 33 \rightarrow x \equiv 3$ (۰/۵) $x = 18k + 3$ (۰/۲۵)		
۸	صفحه ۴۱ و ۴۲ الف) رسم نمودار (۰/۲۵) ب) خیر (۰/۲۵) پ) ۱۰ (۰/۲۵) 		
۹	صفحه ۴۱ و ۴۲ الف) $N_G(b) = \{a, c, e\}$ (۰/۵) (ب) مسیری مانند: $cabef$ (باز پاسخ) (۰/۵) پ) دورهایی مانند: طول ۴: $cdebc$ (۰/۲۵) و طول ۳: $acba$ (باز پاسخ) (۰/۲۵) (ت) رسم زیر گراف (باز پاسخ) (۰/۵)		
۱۰	صفحه ۴۷ الف) بله (۰/۵) (ب) خیر یا حذف b باز احاطه گر است (۰/۵) (پ) $\{a, c, e\}$ (۰/۵) (باز پاسخ)		
۱۱	صفحه ۵۳ طبق رابطه ای که برای کران پایین عدد احاطه گری داشتیم: (۰/۵) $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor \leq \gamma \rightarrow \left\lfloor \frac{9}{2+1} \right\rfloor \leq \gamma \rightarrow \left\lfloor \frac{9}{3} \right\rfloor \leq \gamma \rightarrow \gamma \geq 3 \rightarrow$ گرافی مانند شکل مقابل ۲ منتظم مرتبه ۹ با عدد احاطه گری ۳ و $S = \{a, b, c\}$ (باز پاسخ):  (۰/۵)		

راهنمای تصحیح سؤالات درس: ریاضیات گسسته			رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۲
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره
۱۲	صفحه ۵۴ (۰/۲۵) $\{V_1, V_{n-1}\}$ (۰/۲۵) $\{V_1, V_n\}$	هر شکل که ویژگی های مساله را دارا باشد مانند: (باز پاسخ)		۱/۲۵
۱۳	صفحه ۵۸ $\frac{7!}{2! \times 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{2 \times 3!} = 420$ (۱)			۱
۱۴	صفحه ۶۶ (باز پاسخ با جایگشت های مختلف) (الف) $1 \rightarrow 2$ جایگشت: $2 \rightarrow 3$ $3 \rightarrow 1$ (ب) خیر زیرا مثلاً جایگاه سطر اول ستون دوم و جایگاه سطر دوم ستون اول درایه یکسان دارند. مربع حاصل از کنار هم قرار دادن A, B	$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ (۰/۷۵) $\begin{bmatrix} 12 & 31 & 23 \\ 31 & 23 & 12 \\ 23 & 12 & 31 \end{bmatrix}$ (۰/۷۵)		۱/۵
۱۵	صفحه ۷۲ (الف) $x_1 + \dots + x_5 = 8 : x_i \geq 1 \quad \binom{8-1}{5-1} = \binom{7}{4} = 35$ (۰/۵) (ب) $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 8 : x_1 \geq 2, x_4 > 3$ (۰/۲۵) $\underbrace{(x_1 - 2)}_{y_1} + x_2 + x_3 + \underbrace{(x_4 - 4)}_{y_4} + x_5 = 8 \rightarrow y_1 + x_2 + x_3 + y_4 + x_5 = 8 - 6 = 2$ (۰/۵) $\rightarrow \binom{2+5-1}{5-1} = \binom{6}{4} = 15$ (۰/۲۵)			۱/۵
۱۶	صفحه ۷۶ $ A = \left[\frac{1100}{5} \right] = 220$ $ B = \left[\frac{1100}{3} \right] = 366$ $ A \cap B = \left[\frac{1100}{5 \times 3} \right] = 73$ (۰/۷۵) $ \bar{A} \cap \bar{B} = \overline{A \cup B} = S - (A \cup B) = S - (A + B - A \cap B)$ (۰/۵) $= 1100 - (220 + 366 - 73) = 587$ (۰/۲۵)			۱/۵
۱۷	صفحه ۸۴ $k+1=3 \rightarrow k=2$ (۰/۵) طبق تعمیم اصل لانه کبوتری، تعداد لانه ها (با استفاده از اصل ضرب) یعنی همان انواع کفش $n = 5 \times 6 \times 9 = 270$ (۰/۵) می باشد. بنابراین تعداد کفش های فروشگاه (همان کبوترها) برابر است با: $kn+1 = 2 \times 270 + 1 = 541$ (۰/۵)			۱/۵
۲۰	جمع نمره «همکار محترم خدا قوت»			۲۰