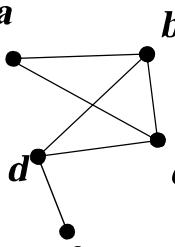
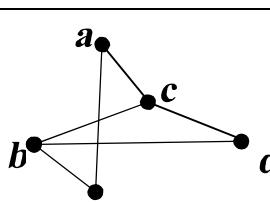




رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع:	نام و نام خانوادگی:	درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۲	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید. (الف) اگر $a b$ آن‌گاه $ a,b = b$. (ب) معادله همنهشتی $a \equiv b$ دارای جواب است اگر و تنها اگر $(a,b) m$. (پ) تعداد رأس‌های زوج هر گراف، عددی فرد است. (ت) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۲ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی برابر ۶ است.	۱
۱	به روش بازگشتشی ثابت کنید، اگر $a \circ$ آن‌گاه $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{2}$.	۲
۱	اگر عدد طبیعی $a > 1$ ، در دو شرط $a 6k+14$ و $a 4k+9$ صدق کند، مقدار a را بیابید.	۳
۱	فرض کنید a عددی طبیعی باشد، حاصل $[21a^3, 35a^3]$ را به دست آورید.	۴
۱	باقي مانده تقسیم 13^{22} را بر ۱۷ به دست آورید.	۵
۱	ثابت کنید می‌توان دو طرف یک رابطه همنهشتی را در عددی صحیح ضرب کرد، به عبارتی دیگر، برای اعداد صحیح c, b, a و عدد طبیعی m ، اگر $a \equiv b$ آن‌گاه $ac \equiv bc$.	۶
۱/۵	جواب‌های عمومی معادله سیاله خطی $7x + 13y = 7$ را به دست آورید.	۷
۱/۲۵	گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید. (الف) $\delta(G)$ را مشخص کنید. (ب) اندازه گراف را تعیین کنید. (پ) مجموعه همسایگی بسته رأس b را بنویسید. (ت) اگر $N_G(d) = \{e, x, b\}$ باشد، X کدام رأس است؟ 	۸
۱	(الف) گراف K - منتظم از مرتبه n را تعریف کنید. (ب) آیا گراف 3 -منتظم از مرتبه 5 وجود دارد؟ دلیل بیاورید.	۹
۱	گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید. (الف) دوری به طول ۵ مشخص کنید. (ب) مکمل گراف G را رسم کنید. 	۱۰

«بقیه سوالات در صفحه دوم»

رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع:	نام و نام خانوادگی:	درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۲	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

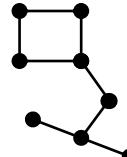
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱۱	برای گراف رو به رو: الف) یک مجموعه احاطه‌گر با ۴ عضو مشخص کنید. ب) مجموعه‌ای از رئوس را مشخص کنید که احاطه‌گر مینیمال باشد.	۱/۲۵																			
۱۲	اگر n تعداد رئوس گراف و Δ ماکزیمم درجه گراف باشد، الف) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گر برابر $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ است. ب) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گری بزرگ‌تر از $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ باشد.	۱/۲۵																			
۱۳	با حروف کلمه «می سی سی پی» چند جایگشت ۸ حرفی با معنا یا بی معنا می‌توان نوشت؟	۱																			
۱۴	۶ کتاب ریاضی مختلف و ۵ کتاب فیزیک متمايز را به چند طریق می‌توان کنار هم در یک ردیف قرار داد، به طوری که: الف) کتاب‌ها یکی در میان قرار گیرند. ب) کتاب‌های ریاضی کنار هم و کتاب‌های فیزیک نیز کنار هم باشند.	۱/۲۵																			
۱۵	معادله $x_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴ = ۱۴$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد، به شرط آن که $x_۱ > ۲$ باشند.	۱																			
۱۶	بررسی کنید، آیا دو مربع لاتین 3×3 رو به رو متعامدند؟	۰/۷۵	<table border="1"><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr></table> <table border="1"><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr><tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr></table>	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۲	۳	۲	۳	۱	۳	۱	۲
۱	۲	۳																			
۳	۱	۲																			
۲	۳	۱																			
۱	۲	۳																			
۲	۳	۱																			
۳	۱	۲																			
۱۷	با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، تعداد توابع پوشاییک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی را به دست آورید.	۱/۷۵																			
۱۸	مجموعه اعداد $A = \{1, 2, 3, \dots, ۸۴\}$ را در نظر بگیرید. نشان دهید هر زیر مجموعه ۴ عضوی از A دارای ۲ عضو است که مجموعشان برابر ۸۵ است.	۱																			
	"موفق باشید"	۲۰	جمع نمره																		

درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع:	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان :		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) (قسمت ب سوال ۱ کار در کلاس صفحه ۱۳) (ب) نادرست (۰/۲۵) (قضیه صفحه ۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) (نتیجه ابتدای صفحه ۴۰) ت) درست (۰/۲۵) (نکته قسمت دوم فعالیت صفحه ۷۸)	۱
۲	$a + \frac{1}{a} \geq 2 \Leftrightarrow a^2 + 1 \geq 2a \quad (۰/۲۵) \Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 \geq 0 \quad (۰/۲۵) \Leftrightarrow (a-1)^2 \geq 0 \quad (۰/۲۵)$ همواره برقرار است، پس با برگشت روابط حکم برقرار می‌باشد. (۰/۲۵) (مثال اول صفحه ۷)	۱
۳	$\begin{aligned} a 4k+9 &\Rightarrow a \underbrace{-6(4k+9)}_{(۰/۲۵)} + \underbrace{4(6k+14)}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow a 2 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{a>1} a=2 \quad (۰/۲۵) \\ a 6k+14 & \end{aligned}$ (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱ سوال ۱)	۱
۴	$A = 21a^3 = 3 \times 7 \times a^3 \quad (۰/۲۵), \quad B = 35a^3 = 5 \times 7 \times a^3 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow [A, B] = 105a^3 \quad (۰/۵)$ (مشابه سوال ۱۶ صفحه ۱۷)	۱
۵	$13 \equiv -4 \quad (۰/۲۵) \rightarrow 13^{\text{۱۷}} \equiv 16 \equiv -1 \quad (۰/۲۵) \rightarrow 13^{۲۲} \equiv -1 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{-1 \equiv 16} r = 16 \quad (۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۹ صفحه ۲۹)	۱
۶	$a \stackrel{m}{\equiv} b \Rightarrow m a-b \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m c(a-b) \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m ac-bc \quad (۰/۲۵) \Rightarrow ac \stackrel{m}{\equiv} bc \quad (۰/۲۵)$ (ویرگی ۲ صفحه ۱۹)	۱
۷	$13y \equiv 7, \quad (13 \equiv 4, \quad 7 \equiv 16) \rightarrow 4y \equiv 16 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{(4,9)=1} y \equiv 4 \quad (۰/۲۵)$ $y = 9k+4 \quad (۰/۲۵), \quad x = -13k-5 \quad (۰/۲۵)$ (لطفا برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.) (مشابه سوال ۱۲ صفحه ۲۹)	۱/۵
۸	الف) $\delta(G) = 1 \quad (۰/۲۵)$ ب) $x = c \quad (۰/۵)$ ت) $N_G[b] = \{b, a, c, d\} \quad (۰/۲۵)$ پ) $q = 6 \quad (۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۲ صفحه ۴۱)	۱/۲۵
۹	الف) گرافی از مرتبه n که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد $k \leq n$ باشد. (۰/۵) (تعریف صفحه ۳۵) ب) وجود ندارد. (۰/۲۵) زیرا: تناقض (۰/۲۵) (قسمت ت سوال ۸ صفحه ۴۲)	۱
۱۰	الف) $a, c, d, b, e, a \quad (۰/۵)$ ب) (مشابه شکل ۱۶ صفحه ۳۷) (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸)	۱
۱۱	الف) مجموعه احاطه‌گر با ۴ عضو مانند: $\{c, f, h, g\} \quad (۰/۵)$ (کار در کلاس صفحه ۴۷) ب) احاطه‌گر مینیمال مانند: $\{c, f, g\} \quad (۰/۷۵)$ (لطفا برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)	۱/۲۵
ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم		

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع:	رشته: ریاضی فیزیک	درس: ریاضیات گستره
تاریخ امتحان		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	<p>الف) برای مثال اگر $n=10$، رسم C_{10} یا P_{10} در این گراف‌ها: $\gamma(G)=\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor = 4$ (۰/۲۵). کار در کلاس صفحه (۴۹)</p> <p>ب) در گرافی مشابه $\gamma(G)=3$ (۰/۲۵) ولی $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor = 2$ (۰/۲۵). (فعالیت صفحه (۵۰))</p>  <p>(لطفا برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)</p>	۱/۲۵
۱۳	<p>(مشابه مثال صفحه (۵۸)) $\frac{8!}{4! \times 2!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{2} = 840$ (۰/۲۵)</p>	۱
۱۴	<p>الف) $6! \times 5! \times 4! \times 3! \times 2!$ (۰/۲۵) ب) $(0/25)^5$ (مشابه مثال صفحه (۵۷))</p>	۱/۲۵
۱۵	<p>$y_1 + 3 + x_2 + y_2 + 4 + x_3 + x_5 = 14 \Rightarrow y_1 + x_2 + y_2 + x_3 + x_5 = 7$ (۰/۲۵)</p> $\Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{11}{4}$ (۰/۲۵) <p>(مشابه سوال ۳ کار در کلاس صفحه (۶۱))</p>	۱
۱۶	<p>متعامدند. زیرا در جدول ترکیب شده از دو مربع لاتین، عدد تکراری نداریم. (۰/۲۵)</p> <p>(شماره ۳ کار در کلاس صفحه (۶۶))</p>	۰/۷۵
۱۷	<p>$A_j = \{f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_j \quad 1 \leq i \leq 4\}$</p> $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}, B = \{b_1, b_2, b_3\}$ (۰/۲۵) $ S = 3^4$ (۰/۲۵)، $ A_i = 2^4$ (۰/۲۵)، $ A_i \cap A_j = 1^4$ (۰/۲۵)، $ A_1 \cap A_2 \cap A_3 = 0$ (۰/۲۵) $\underbrace{ A_1 \cup A_2 \cup A_3 }_{(0/25)} = S - A_1 \cap A_2 \cap A_3 = 81 - (3 \times 16 - 3 \times 1 + 0) = 36$ (۰/۲۵) <p>(مشابه فعالیت صفحه (۷۷))</p>	۱/۷۵
۱۸	<p>(سوال ۱۲ صفحه (۸۳))</p> <p>تعداد کبوترها = ۴۳ (۰/۲۵) و تعداد لانهها = ۴۲ و به صورت زیر هستند. (۰/۲۵)</p> <p style="text-align: center;">$\overbrace{\dots, \overbrace{\overbrace{\overbrace{\overbrace{42,43}}_{1,84}, \overbrace{2,82}}_{3,82}}$</p> <p>چنان‌چه قرار باشد کبوترها لانه‌ها را اشغال کنند، آن‌گاه طبق اصل لانه کبوتری حداقل دو عدد وجود دارد که در یک لانه جای می‌گیرند و مجموعشان ۸۵ است. (۰/۲۵)</p>	۱