



رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع :	نام و نام خانوادگی :	درس : ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان :	تعداد صفحه: ۲	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید. الف) مجموع هر دو عدد فرد ، عددی زوج است. ب) برای هر عدد طبیعی n بزرگتر از ۱، عدد $1 - 3^n$ اول است.	./۵
۲	جاهای خالی را پر کنید. الف) $c = ab$ اگر و تنها اگر دو شرط زیر برقرار باشند: ۱) $a c, b c$ ۲) $\forall m > 0, \dots$	۱/۵
۳	برای هر سه عدد حقیقی x, y, z ثابت کنید: $x^r + y^r + z^r \geq xy + yz + xz$	۱/۵
۴	اگر باقی مانده تقسیم a بر دو عدد ۵, ۶ باشد؛ باقی مانده تقسیم عدد a را بر ۳۵ بیابید.	۱/۵
۵	باقی مانده تقسیم $19 + 19^7$ را بر ۱۳ بیابید.	۱/۵
۶	با تبدیل معادله سیاله خطی $29000 = 2000x + 5000y$ به معادله هم نهشتی و حل آن، جواب های عمومی این معادله را بیابید.	۱/۵
۷	گراف G با مجموعه راس های $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ و مجموعه یال های زیر در نظر بگیرید: $E = \{ab, bc, cd, ed, ae, cf, ef\}$ الف) نمودار گراف را رسم کنید. ج) یک مسیر به طول ۵ از b به d بنویسید.	۲
۸	یک گراف ۵ راسی غیر تهی $-k$ -منتظم رسم کنید به طوری که: الف) k بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. ب) k کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱
	» بقیه سوالات در صفحه دوم «	

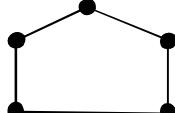
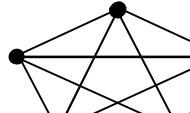
رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع:	نام و نام خانوادگی:	درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۲	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۹	الف) گراف p_8 را رسم کنید. ب) یک ۷-مجموعه از آن را مشخص کنید. ج) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۴ عضوی از آن را مشخص نمایید.	۱/۵
۱۰	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال انتخاب کنید؛ سپس با حذف برخی از راس‌ها، آن را به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل نمایید.	۱
۱۱	۴ کتاب فیزیک متفاوت و ۵ کتاب ریاضی متفاوت را می‌توانیم به چند طریق در قفسه‌ای و در یک ردیف بچینیم به طوری که: الف) همواره کتاب‌های فیزیک کنار هم باشند. ب) هیچ دو کتاب ریاضی کنار هم نباشند. ج) یک کتاب ریاضی خاص و دو کتاب فیزیک خاص همواره کنار هم باشند.	۱/۵
۱۲	تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 12$ با شرط $x_1 > 2, x_2 \geq 4$ را محاسبه کنید.	۱
۱۳	قرار است چهار مدرس T_1, T_2, T_3, T_4 در چهار جلسه متوالی در چهار کلاس C_1, C_2, C_3, C_4 به گونه‌ای تدریس کنند که هر مدرس در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند، برای این منظور برنامه ریزی نمایید.	۱
۱۴	چند عدد طبیعی مانند n به طوری که $350 \leq n \leq 1$ وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۴ و ۶ بخش پذیر نباشد.	۱/۵
۱۵	۱۳ نقطه درون یک مستطیل 6×8 قرار دارند؛ نشان دهید حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارند که فاصله آنها از هم، کمتر از $\sqrt{8}$ باشد.	۱/۵
	"موفق باشید"	۲۰ جمع نمره

مدّت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع:	رشته: ریاضی فیزیک	درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست ۰/۲۵ ب) نادرست ۰/۲۵ صفحه ۳ کتاب	۰/۵
۲	الف) همبند $\forall m > 0, a m, b m \Rightarrow c \leq m$ ۰/۵ ب) ترتیب متن سوال n و (k+1) به صفحات ۳۹ و ۴۱ و ۸۲ کتاب ۰/۵ ج) $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ ۰/۲۵	۱/۵
۳	چون نابرابری آخری همواره درست است پس با بازگشت روابط حکم برقرار است. صفحه ۱۱ کتاب ۰/۲۵ $\begin{aligned} x^r + y^r + z^r &\geq xy + yz + xz \Leftrightarrow 2x^r + 2y^r + 2z^r \geq 2xy + 2yz + 2xz \quad ۰/۲۵ \\ &\Leftrightarrow (x^r + y^r - 2xy) + (y^r + z^r - 2yz) + (x^r + z^r - 2xz) \geq 0 \quad ۰/۵ \\ &\Leftrightarrow (x-y)^r + (y-z)^r + (x-z)^r \geq 0 \quad ۰/۵ \end{aligned}$	۱/۵
۴	صفحه ۱۶ کتاب ۰/۵ $\begin{cases} a = 5q + 2 \\ a = 5q' + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a = 30q + 12 \\ 5a = 30q' + 15 \end{cases} \Rightarrow a = 30q'' - 3 \quad ۰/۵ \\ \Rightarrow a = 30r + 27 \quad ۰/۵$	۱/۵
۵	صفحه ۲۱ کتاب ۰/۵ $\underbrace{27 \equiv 1}_{(0/5)} \Rightarrow \underbrace{(27)^7 \equiv 1^7}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{(27)^7 + 19 \equiv 1^7 + 19 \equiv 20}_{(0/25)} \Rightarrow (27)^7 + 19 \equiv 7 \quad ۰/۵$	۱/۵
۶	صفحه ۲۷ کتاب ۰/۵ $\begin{aligned} 2x + 5y &\equiv 29 \quad ۰/۲۵ \Rightarrow 2x \equiv 29 \quad ۰/۲۵ \Rightarrow 2x \equiv 4 \quad ۰/۲۵ \Rightarrow x = 5k + 2 \quad ۰/۵ \\ y &= -2k + 5 \quad ۰/۲۵ \end{aligned}$	۱/۵
۷	الف) رسم شکل (نمره) $\begin{aligned} N_G[b] &= \{a, b, c\} \quad ۰/۵ \\ &b, a, e, f, c, d \quad ۰/۵ \end{aligned}$ صفحه ۳۶ و ۳۹ کتاب	۲

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع:	رشته: ریاضی فیزیک	درس: ریاضیات گسسته																									
تاریخ امتحان		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه																										
ردیف	نمره	راهنمای تصحیح																										
۸	۱	 <p>ب) ۰/۵</p>  <p>الف) ۰/۵</p> <p>صفحه ۴۲ کتاب</p>																										
۹	۱/۵	<p>a b c d e f g h</p> <p>صفحه ۵۴ کتاب</p> <p>$\{a, d, e, h\}$ ۰/۵ ج) ۰/۵ $\{a, d, g\}$ ۰/۵</p> <p>لطفا به پاسخ‌های دیگر برای قسمت‌های ب و ج نمره تعلق گیرد.</p>																										
۱۰	۱	<p>یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال به صورت $\{a, h, f, b\}$ است. ۰/۵</p> <p>اکنون با حذف راس a از آن، یک مجموعه احاطه گر مینیمال به دست می‌آید. ۰/۵</p> <p>صفحه ۴۷ کتاب</p>																										
۱۱	۱/۵	<p>$3! \times 7!$ ۰/۵ ب) ۰/۵ ج) ۰/۵ الف) ۰/۵</p> <p>صفحه ۷۲ کتاب</p>																										
۱۲	۱	<p>$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12 \rightarrow y_1 + ۳ + x_2 + x_3 + x_4 + y_5 + ۴ + x_6 = 12$ ۰/۲۵</p> <p>$y_1 + x_2 + x_3 + x_4 + y_5 + x_6 = ۵$ ۰/۲۵ $\xrightarrow{\binom{n+k-1}{k-1}} \binom{۶+۶-۱}{۶-۱} (۰/۵)$</p> <p>صفحه ۷۲ کتاب</p>																										
۱۳	۱	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td></tr> <tr> <td>C_1</td><td>T_1</td><td>T_2</td><td>T_3</td><td>T_4</td></tr> <tr> <td>C_2</td><td>T_4</td><td>T_1</td><td>T_2</td><td>T_3</td></tr> <tr> <td>C_3</td><td>T_3</td><td>T_4</td><td>T_1</td><td>T_2</td></tr> <tr> <td>C_4</td><td>T_2</td><td>T_3</td><td>T_4</td><td>T_1</td></tr> </table> <p>صفحه ۷۳ (این جدول یکی از پاسخ‌های ممکن است، لطفا به پاسخ‌های درست دیگر نمره تعلق گیرد)</p>		۱	۲	۳	۴	C_1	T_1	T_2	T_3	T_4	C_2	T_4	T_1	T_2	T_3	C_3	T_3	T_4	T_1	T_2	C_4	T_2	T_3	T_4	T_1	
	۱	۲	۳	۴																								
C_1	T_1	T_2	T_3	T_4																								
C_2	T_4	T_1	T_2	T_3																								
C_3	T_3	T_4	T_1	T_2																								
C_4	T_2	T_3	T_4	T_1																								

مدّت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع:	رشته: ریاضی فیزیک	درس: ریاضیات گستاخ
تاریخ امتحان		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	$ \overline{A_1} \cap \overline{A_2} = \underbrace{ A_1 \cup A_2 }_{\cdot / 25} = S - \underbrace{ A_1 }_{\cdot / 25} - \underbrace{ A_2 }_{\cdot / 25} + \underbrace{ A_1 \cap A_2 }_{\cdot / 25} = ۳۵ - \left[\frac{۳۵}{4} \right] - \left[\frac{۳۵}{6} \right] + \left[\frac{۳۵}{12} \right] = ۲۳۴ \cdot / 75$ <p style="text-align: right;">صفحه ۸۴ کتاب</p>	۱/۵
۱۵	<p style="text-align: center;">تعداد لانه ها : ۱۲ مربع به مانند شکل $\cdot / 25$</p> <p style="text-align: center;">طبق اصل لانه کبوتری دو نقطه مانند A و B در یک لانه جای می گیرند. پس:</p> $\begin{cases} AH < ۲ \\ BH < ۲ \end{cases} \Rightarrow AH^2 + BH^2 < ۸ \quad \cdot / ۵ \Rightarrow AB^2 < ۸ \Rightarrow AB < \sqrt{۸} \quad \cdot / ۵$ <p style="text-align: right;">صفحه ۸۵ کتاب</p>	۱/۵