



جاهای خالی را با عبارتهای مناسب پر کنید.

۱. ماتریس قطری که درایه‌های روی قطر اصلی آن باهم برابر باشند، ماتریس می‌نامیم.

۲. حاصل ضرب ماتریس‌ها خاصیت جابه‌جایی

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۳. مکان هندسی نقاطی که از دو خط متقاطع d و d' به یک فاصله‌اند، نیمساز زاویه بین آن دو خط است.

۴. صفحه‌ای با مولد سطح مخروط دواری، موازی است و از رأس آن عبور نمی‌کند، فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی، یک بیضی است.

۵. اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های سطر دوم A^3 برابر با ۵ است.

۶. اگر $A^2 = A$ باشد در این صورت داریم: $(A + I)^2 = I + 3A$

۷. اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} i \cdot j & ; i > j \\ i^2 & ; i = j \\ 2i - j & ; i < j \end{cases}$ تعریف شده باشد، ماتریس $2A - 3I$ را به دست آورید.

۸. اگر A ماتریسی 3×3 باشد و $|A| = -2$ ، حاصل $|A| \cdot A$ را بیابید.

۹. اگر ضرب ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} x & y \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ تعویض‌پذیر باشد، حاصل $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 2 & -y \end{bmatrix}$ را بیابید.

۱۰. دستگاه $\begin{cases} (m-3)x + 3y = m \\ 4x + (m+1)y = 2 \end{cases}$ به ازای چه مقادیر m دارای جواب منحصر به فرد است؟

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

۱۱. شرط لازم و کافی برای اینکه ماتریس مربعی A وارون‌پذیر باشد آن است که دترمینان ماتریس A باشد.

۱۲. مکان هندسی، مجموعه نقاطی از صفحه (فضا) است که همه آن‌ها یک داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.

۱۳ در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر با صفر باشد، بیضی تبدیل به یک می‌شود.

۱۴ حاصل ضرب داخلی دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ که بر هم عمود هستند، برابر با است.

درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

۱۵ اگر برای ماتریس‌های متمایز A ، B و C داشته باشیم، $AB = AC$ ، آنگاه لزوماً $B = C$ است. ☐ درست ☐ نادرست

۱۶ در حالتی که صفحه P بر محور سطح مخروطی (I) عمود نباشد و با مولد آن (d) نیز موازی نباشد و تنها یکی از دو نیمه مخروط را قطع کند، فصل مشترک حاصل یک بیضی خواهد بود. درست ☐ نادرست ☐

۱۷ نقطه $A(2, -3, 0)$ روی صفحه xoy قرار دارد. درست ☐ نادرست ☐

۱۸ اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $|A^3|$ را محاسبه کنید.

۱۹ در معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ مقدار x را بیابید.

۲۰ مقدار m را چنان بیابید که دستگاه $\begin{cases} mx + 3y = -3 \\ 4x + (m + 4)y = 2 \end{cases}$ جواب نداشته باشد.

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

۲۱ اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $|A|$ برابر است با

۲۲ مکان هندسی نقاطی از صفحه که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیرواقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند را می‌نامیم.

۲۳ اگر برای دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ داشته باشیم: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$ ، در این صورت زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر با است.

درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

۲۴ در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ، اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب باشد و $|A| \neq 0$ ، در این حالت دستگاه هیچ جوابی ندارد. درست ☐ نادرست ☐

۲۵ در حالتی که صفحه P بر محور سطح مخروطی (I) عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، فصل مشترک حاصل یک دایره خواهد بود. درست ☐ نادرست ☐

۲۶ برای بردار غیر صفر $\vec{a}$ در $\mathbb{R}^3$ داریم: $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$. درست ☐ نادرست ☐

۲۷ اگر $A = \begin{bmatrix} 2x & 5 \\ z & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 2x + y \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ و $A = B$ ، در این صورت حاصل $(x + y + z)$ را بیابید.

۲۸ اگر ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ که $a_{ij} = \begin{cases} i^2 - 1 & ; i = j \\ i - j & ; i > j \\ j - i & ; i < j \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ باشد:

الف حاصل ماتریس $A \times B$ را به دست آورید.

ب دترمینان ماتریس B را به دست آورید.

۲۹ مقدار m را طوری بیابید که ماتریس $A = \begin{bmatrix} m & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد.

۳۰ دستگاه $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

۳۱ در ماتریس $A = [a_{ij}]_{4 \times 3}$ که در آن $a_{ij} = \frac{2i}{j-1}$ باشد، درایه واقع در سطر سوم و ستون دوم ماتریس A برابر است با:

۳۲ اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $|-A|$ برابر است با

۳۳ اگر $\vec{i}$ ، $\vec{j}$ و $\vec{k}$ بردارهای یکه در فضای R^3 باشند، حاصل $(\vec{i} \times \vec{j}) \cdot \vec{k}$ برابر است با

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

۳۴ هر ماتریس اسکالر یک ماتریس قطری است.

۳۵ معادلهٔ ضمنی $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ معادلهٔ یک دایره است اگر و تنها اگر $a^2 + b^2 < 4c$ باشد.

۳۶ در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر یک باشد، بیضی تبدیل به یک پاره خط می شود.

۳۷ اگر برای دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ داشته باشیم: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$ در این صورت $\theta = \frac{\pi}{2}$ است. (θ زاویهٔ بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ است)

۳۸ اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس BA را به دست آورید.

۳۹ اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس A^V را به دست آورید.

۴۰ اگر ماتریس های $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} a+b & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 4a+b \end{bmatrix}$ باشند، مقادیر a و b را چنان بیابید که داشته باشیم: $A^2 - B = \vec{O}$ (ماتریس صفر است)

۴۱ جواب دستگاه زیر را در صورت وجود با استفاده از ماتریس وارون بیابید.

$$\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$