

هو الحق

تستهای فصل به فصل هندسه ۳

جواب تشریحی

۸۱ سراسری = انسانی <=

۵ (۴)

$$\text{باشد، مقدار } y + x \text{ کدام است؟}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & x & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

-۱ اگر (۱) -۴ (۲) -۵ (۳)

۸۲ سراسری = ریاضی <=

$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ (۴)

$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$ (۳)

$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$ (۲)

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (۱)

۸۳ سراسری = ریاضی <=

(۴, ۱۳) (۴)

(۴, ۱۱) (۳)

(۲, ۱۳) (۲)

(۱۱, ۲) (۱)

۸۴ سراسری = تجربی <=

$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۴)

$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۳)

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۲)

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۱)

۸۵ سراسری = ریاضی <=

$-I_2$ (۴)

$-2I_2$ (۳)

$2I_2$ (۲)

I_2 (۱)

۹۴ سراسری = ریاضی <=

AB^t (۴)

$B^t A^t$ (۳)

$A^t B$ (۲)

AB (۱)

۶- اگر $B = [b_{ij}]_{4 \times 3}$ و $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ باشند، کدام ضرب ماتریس‌ها تعریف شده است؟

$$\text{ماتریس } A = \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \text{ کدام است؟}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{3}}A\right)^3$$

-۵ اگر (۱) -۱ I_2 (۲) -۲ I_2 (۳) -۳ I_2 (۴)

۷- اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس $A \times A$ ، کدام است؟

۴۴ (۴) ۴۲ (۳) ۴۰ (۲) ۳۶ (۱)

سراسری = تجربی <= ۹۷

۸- از رابطه‌ی ماتریس X ، عدد غیر صفر X ، کدام است؟

$|X - 2X - 1| \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ 2X \\ -1 \end{bmatrix} = 0$

$\frac{3}{5}(۴)$ $\frac{4}{9}(۳)$ $\frac{3}{8}(۲)$ $\frac{2}{9}(۱)$

سراسری = ریاضی <= ۹۸

۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -3 \\ -7 & -8 & -9 \\ -4 & -5 & -6 \end{bmatrix}$ کدام درایه وجود ندارد؟

۴ (۴) ۷ (۳) ۸ (۲) ۵ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۰- ماتریس $A = [a_{ij}]$ یک ماتریس 3×2 است، به طوری که مجموع درایه‌های $a_{ij} = \begin{cases} i^2 + j^2 & : i > j \\ i - j & : i = j \\ j^2 - i^2 & : i < j \end{cases}$ صفر است. سطر دوم این ماتریس کدام است؟

۱۰ (۳) ۸ (۲) ۶ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۱- ماتریس A دارای $m - 2$ سطر و m ستون است. اگر A ماتریس سطروی باشد، کدام یک از ماتریس‌های زیر قطری است؟

$\begin{bmatrix} \cdot & m - 3 \\ \cdot & m \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} m & 1 - m \\ \cdot & 2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 & m \\ 2m - 6 & m \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} m - 3 & 1 - m \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۲- اگر دو ماتریس $\begin{bmatrix} x - y & 3 \\ 1 - x & x^2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ x + y & x^2 \end{bmatrix}$ برابر باشند، مقدار $x + y$ کدام است؟

-۵ (۴) ۵ (۳) -۱ (۲) ۱ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۳- ماتریس $A \times B$ به صورت 3×5 مفروض است. در کدام حالت ماتریس‌های $A \times A$ و $B \times A$ قابل تعریف هستند؟

$$B = [b_{ij}]_{4 \times 5} \quad (2) \quad B = [b_{ij}]_{3 \times 5} \quad (3) \quad B = [b_{ij}]_{5 \times 4} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش = دوازدهم <=> سال تحصیلی ۹۷-۹۸

$$I + A \quad (4) \quad I - A \quad (3) \quad I - A \quad (2) \quad A \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم <=> سال تحصیلی ۹۷-۹۸

$$\bar{O} \quad (4) \quad YX \quad (3) \quad I \quad (2) \quad XY \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم <=> سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۶- اگر A و B دو ماتریس مربعی هم مرتبه باشند و $(A - B)^2 = A^2 + B^2$ کدام است؟

$$AB - BA \quad (4) \quad BA - \bar{O} \quad (3) \quad AB - BA \quad (2) \quad AB - \bar{O} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم <=> سال تحصیلی ۹۷-۹۸

$$15A + I \quad (4) \quad 16I \quad (3) \quad 12A + I \quad (2) \quad A + I \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم <=> سال تحصیلی ۹۷-۹۸

$$4^{20} \quad (4) \quad 2^{20} \quad (3) \quad 2^{10} \quad (2) \quad 4^{20} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم <=> سال تحصیلی ۹۷-۹۸

$$n \tan 1 \quad (3) \quad n \tan 1 \quad (2) \quad n \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم <=> سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۰- اگر $A \times B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2x & 1 \\ -1 & y \end{bmatrix}$ کدام است؟

۶ (۳) ۶ (۲) صفر -۷ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ ==> سال تحصیلی ۹۷-۹۸ دوازدهم

۲۱- اگر $(A + B)^2 - (A - B)^2 = 2B^2 - 2B + I$ حاصل کدام است؟

۴(A + B) (۴) ۴AB (۳) ۲(A + B) (۲) ۲BA (۱)

آزمونهای گزینه ۲ ==> سال تحصیلی ۹۷-۹۸ دوازدهم

۲۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$ مجموع درایه‌های ماتریس کدام است؟

۵۱۲ (۴) ۲۵۶ (۳) ۱۲۸ (۲) ۶۴ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ ==> سال تحصیلی ۹۷-۹۸ دوازدهم

۲۳- در ماتریس مربعی این ماتریس چند سطر دارد؟

درایه‌ی سطر اول و ستون آخر، $\frac{4}{3}$ برابر درایه‌ی سطر آخر و ستون اول است.

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۵ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ ==> سال تحصیلی ۹۷-۹۸ دوازدهم

۲۴- اگر $B \cdot A = \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$ آنگاه B کدام است؟

$B = \begin{bmatrix} -8 & 4 & -12 \\ -6 & 3 & -9 \\ -4 & -2 & 6 \end{bmatrix}$ (۳) $B = \begin{bmatrix} -8 & 4 & -12 \\ -6 & 3 & -9 \\ 4 & -2 & 6 \end{bmatrix}$ (۲) [۱] (۱)

آزمونهای گزینه ۲ ==> سال تحصیلی ۹۷-۹۸ دوازدهم

۲۵- مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس $A = [i^2 + 3j]_{3 \times 3}$ کدام است؟

۳۲ (۴) ۳۸ (۳) ۲۷ (۲) ۲۱ (۱)

آزمایشی سنجش ==> سال تحصیلی ۹۷-۹۸ دوازدهم

۲۶- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$ کدام است؟

$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ (۱)

آزمایشی سنجش = دوازدهم <=> سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

$\begin{bmatrix} -27 & 51 & 112 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -27 & 71 & 112 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -25 & 51 & 92 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -25 & 71 & 92 \end{bmatrix}$ (۱)

آزمایشی سنجش = دوازدهم <=> سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۸- در ماتریس $A = [3i - 5j - ij]_{(p \times q)}$ درایه‌ی سطر آخر و ستون آخر برابر صفر است. این ماتریس چند درایه دارد؟

۲۰ (۴) ۱۸ (۳) ۱۲ (۲) ۶ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم <=> سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۹- در ماتریس $A = \left[2(i^2 + j^2) \right]_{(3 \times 3)}$ مجموع درایه‌های بالای قطر اصلی X و مجموع درایه‌های پایین قطر اصلی Y است. نسبت $\frac{X}{Y}$ کدام است؟

2^8 (۴) 2^4 (۳) 2^2 (۲) ۱ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم <=> سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۰- اگر $f(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$ مجموع درایه‌های ماتریس $(2\pi) f(x) - f(0) + f(\pi) + f(2\pi)$ کدام است؟

۴ (۴) -۲ (۳) ۲ (۲) ۰ (۱) صفر

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم <=> سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۱- ماتریس‌های $B = \begin{bmatrix} -2 & 3b \\ -c+4 & 1 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} a & b-2 \\ 2c & 3 \end{bmatrix}$ اسکالر باشد، مقدار $c + 2b - a$ کدام است؟

۰ (۴) صفر ۳ (۳) ۸ (۲) ۱۱ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم <=> سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۸۱ آزمایشی سنجش => انسانی

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

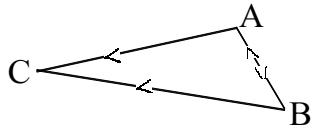
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

۳۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $A^2 - 2A$ کدام است؟

۸۱ آزمایشی سنجش => انسانی



۸۱ آزمایشی سنجش => تجربی

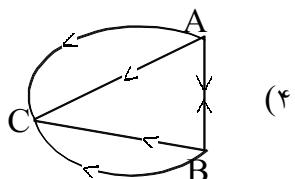
۳۳- در ماتریس شبکه مقابله عناصر مربوط به سطر A به ترتیب ستون‌ها ABC کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

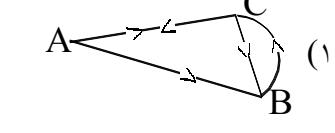
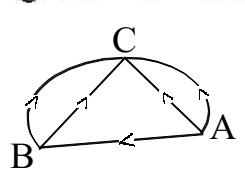
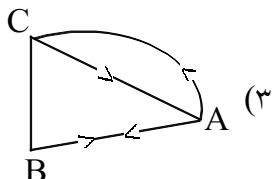
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$



۸۱ آزمایشی سنجش => ریاضی

۳۴- ماتریس کدام شبکه به صورت $\begin{array}{ccc} A & B & C \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} & \text{است؟} \\ A & B & C \end{array}$



۲ (۴)

۸۱ آزمایشی سنجش => انسانی

۳۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ مجموع داریه‌های ماتریس A^2 کدام است؟

۴ (۳)

۵ (۲)

۸ (۱)

۱۶ (۴)

۸۱ آزمایشی سنجش => ریاضی

۳۶- در ماتریس $\begin{bmatrix} i & j \\ j & i \end{bmatrix}_{2 \times 2}$ مجموع درایه‌ها برابر کدام است؟

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۳ (۱)

-۳۸- از رابطه ماتریسی $A = \begin{bmatrix} -6 & 1 \\ 1 & b \end{bmatrix}$ مقدار b کدام است؟

-۱) ۴ -۲) ۳ -۳) ۲ -۴) ۱ -۵) ۰

آزمایشی سنجش =< انسانی =< ۸۱

-۳۹- از تساوی $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ مقدار $x + y$ کدام است؟

-۱) ۳ -۲) ۲ -۳) ۱ -۴) ۰ -۵) ۱

آزمایشی سنجش =< ریاضی =< ۸۱ و آزمایشی سنجش =< تجربی =< ۸۱

-۴۰- اگر I ماتریس واحد و $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس A^4 کدام است؟

-۱) ۰ -۲) I -۳) $2I$ -۴) $4I$

آزمایشی سنجش =< ریاضی =< ۸۲

-۴۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $(A + I)$ کدام است؟ (I ماتریس واحد است.)

-۱) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ -۲) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ -۳) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ -۴) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش =< تجربی =< ۸۲

-۴۲- از رابطه ماتریسی $X = 1 - \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$ مقدار X کدام است؟

-۱) $\frac{1}{3}$ -۲) $-\frac{2}{3}$ -۳) $-\frac{1}{3}$ -۴) $-\frac{1}{2}$

آزمایشی سنجش =< تجربی =< ۸۲

-۴۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، به طوریکه $\alpha A + \beta I$ مقدار $\alpha\beta$ کدام است؟

-۱) ۰ -۲) ۲ -۳) ۴ -۴) ۳

آزمونهای گزینه ۲ =< ریاضی =< ۸۲

۴۴- اگر بدانیم $A^2 = \begin{bmatrix} 11 & 15 \\ a & b \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 1 & x \\ 2 & y \end{bmatrix}$ کدام است؟

۸۲ آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی

۵ (۱) $x = 3$
۶ (۲) $y = 5$
۷ (۳) $a = 2$
۸ (۴) $b = 1$

۴۵- اگر برای دو ماتریس B و A بدانیم $A + B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $2A + B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ماتریس B کدام است؟

۸۲ آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی

۹ (۱) $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$
۱۰ (۲) $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$
۱۱ (۳) $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$
۱۲ (۴) $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

۴۶- اگر برای دو ماتریس B و A بدانیم $AB - B^T A - BA - I$ برابر کدام گزینه است؟

۸۲ آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی

۱ (۱) $AB - B^T A - BA - 2I$
۰ (۲) $AB - B^T A - 2A - 2I$
۴ (۳) $AB - B^T A - 2B - 2A$

۴۷- اگر برای ماتریس A بدانیم $A(A - 2I)^2 = 3A + I$ آنگاه حاصل A^2 چیست؟

۸۲ آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی

۱ (۱) $A^2 = 5I - A$
۰ (۲) $A^2 = 2A - I$
۴ (۳) $A^2 = 2A + I$

۴۸- جمع درایه‌های ماتریس X کدام باشد تا تساوی $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} . X = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ برقرار باشد؟

۸۲ آزمونهای گزینه ۲ == تجربی

۱ (۱) $X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
۰ (۲) $X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
۴ (۳) $X = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

۴۹- از تساوی $|x - 2| \begin{bmatrix} x & 1 \\ 3 & x \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = -2$ مقدار $(x - 2)$ کدام است؟

۸۲ آزمایشی سنجش == تجربی

۱ (۱) $x = 1$
۰ (۲) $x = 2$
۴ (۳) $x = 3$

۵۰- از تساوی $(x - 1)^2$ مقدار $(x - 1)$ کدام است؟

۸۲ آزمایشی سنجش == ریاضی

۱ (۱) $x = 0$
۰ (۲) $x = 1$
۴ (۳) $x = 2$

آزمایشی سنجش = تجربی

۸۲ <=

۳ (۴)

$$-51 - از رابطه ۷ |x - 1| 2x \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = 2x + 7 \text{ کدام است؟}$$

۲ (۳)

-۲ (۲)

-۳ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی

۸۳ <=

$$-52 - اگر A^3 \cdot B^4 \text{ حاصل } B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} \sqrt[3]{3} & -1 \\ 1 & \sqrt[3]{3} \end{bmatrix} \text{ کدام است؟}$$

$\begin{bmatrix} 0 & 32 \\ -32 & 0 \end{bmatrix}$ (۴)

$\begin{bmatrix} 0 & -64 \\ 64 & 0 \end{bmatrix}$ (۳)

-۶۴I (۲)

۳۲I (۱)

آزمایشی سنجش = تجربی

۸۳ <=

آزمایشی سنجش = ریاضی

۸۳ <=

$$-53 - اگر A = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ باشد، ماتریس } A^4 \text{ کدام است؟}$$

$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ (۴)

$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (۳)

$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ (۲)

$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ (۱)

$$-54 - در ماتریس‌های B = [b_{ij}]_{4 \times 3} \text{ و } A = [a_{ij}]_{2 \times 3} \text{ کدام ضرب قابل تعریف است؟}$$

B . A (۴)

A . B (۳)

A . B^t (۲)

A^t . B (۱)

آزمایشی سنجش = ریاضی

۸۳ <=

آزمایشی سنجش = تجربی

۸۳ <=

$$-55 - از رابطه x \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ x & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \text{ مقدار } x \text{ کدام است؟}$$

(۴) نشدنی

$\frac{1}{2}, -1$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

-۱ (۱)

آزمایشی سنجش = تجربی

۸۳ <=

$$-56 - اگر B = |3 \quad 4| \text{ و } A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \text{ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس BA کدام است؟}$$

۲۵ (۴)

۲۴ (۳)

۲۰ (۲)

۱۸ (۱)

۵۷- با فرض آنکه $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $y - x$ کدام است؟

آزمونهای گزینه ۲ = تجربی = ۸۳ <=

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix} - 5I \quad \text{اگر } A = \alpha I + \beta B \text{ کدام است؟}$$

۱) صفر ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) ۲

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی ۸۳ <=

$$-59 \text{ از رابطه} \quad \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ x & t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 & 0 \\ 0 & 21 \end{bmatrix}$$

آزمایشی سنجش = < ریاضی >

-۶۰- اگر در ماتریس $A_{n \times n}$ بدانیم $a_{ij} = \begin{cases} -i & i > j \\ \cdot & i = j \\ j & i < j \end{cases}$ مجموع اعضای ماتریس A چیست؟

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی ۸۴ <=

$$61 - \text{حاصل} \quad | \quad \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

-۸ (۲) -۱۲ (۱)

آزمایشی سنجش = تجربی = ۸۵

$$12I(3) \quad VI(2) \quad 14I(1) \quad 62- \text{اگر } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ کدام است؟ } 15A - A^4$$

آزمایشی سنجش = ریاضی ۸۵ <

۸۵ آزمایشی سنجش =< ریاضی =<

$$5I_3 (4)$$

$$3I_3 (3)$$

$$(2) \text{ صفر}$$

$$-4A \text{ حاصل } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ برابر کدام است؟} -63$$

۸۵ آزمایشی سنجش =< تجربی =<

$$\begin{bmatrix} * & * \\ * & * \\ -1 & * \end{bmatrix} (4)$$

۸۵ آزمایشی سنجش =< تجربی =<

$$\begin{bmatrix} * & * \\ * & * \\ 0 & 2 \end{bmatrix} (3)$$

$$\begin{bmatrix} * & * \\ 2 & * \\ 0 & 2 \end{bmatrix} (2)$$

$$\begin{bmatrix} * & -1 \\ * & * \end{bmatrix} (1)$$

۸۵ آزمایشی سنجش =< ریاضی =<

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \text{ حاصل } (A+3I)(A-4I) \text{ کدام است؟} -64$$

$$-1 (4)$$

$$1 (3)$$

$$\frac{-13}{4} (2)$$

$$\frac{13}{4} (1)$$

۸۶ آزمونهای گزینه ۲ =< ریاضی =< ۸۶ و آزمونهای گزینه ۲ =< تجربی =<

$$\text{باشد، } a + b \text{ کدام است؟} -65$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & b \\ 5 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$3 (4)$$

$$2 (3)$$

$$-2 (2)$$

$$-3 (1)$$

۸۶ آزمایشی سنجش =< تجربی =<

$$-66 \text{ از رابطه‌ی } |2x - 1| \leq x \text{ مقدار } x \text{ کدام است؟}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} = 2x + 7$$

$$2A (4)$$

۸۶ آزمایشی سنجش =< تجربی =<

$$-67 \text{ اگر } I \text{ ماتریس واحد و } A = \begin{bmatrix} * & -1 \\ 1 & * \end{bmatrix} \text{ ماتریس } (A + I)^2 \text{ کدام است؟}$$

$$2I (3)$$

$$-2A (2)$$

$$-2I (1)$$

۸۶ آزمایشی سنجش =< ریاضی =<

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} (4)$$

۸۶ آزمایشی سنجش =< تجربی =<

$$-68 \text{ اگر } \frac{1}{3} A \times (A + I) \text{ ماتریس } A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & * \end{bmatrix} \text{ کدام است؟}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} (3)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} (2)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} (1)$$

۶۹- از رابطه ماتریسی $X = 1 - \frac{1}{x}$ مقدار X چقدر است؟

$\frac{2}{3}(4)$ $\frac{1}{3}(3)$ $-\frac{2}{3}(2)$ $-\frac{1}{3}(1)$

آزمایشی سنجش = تجربی = ۸۶

۷۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ مجموع درایه‌های ماتریس A^4 کدام است؟

$58(4)$ $52(3)$ $48(2)$ $38(1)$

آزمایشی سنجش = ریاضی = ۸۶

۷۱- از تساوی $x| \begin{bmatrix} x & 1 \\ 3 & x \end{bmatrix} | \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} | -2$ حاصل $(1-x)^2$ کدام است؟

$4(4)$ $3(3)$ $2(2)$ $1(1)$

آزمایشی سنجش = ریاضی = ۸۶

۷۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 7 & -8 \\ 6 & -7 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $A^{11} - A^{11}$ کدام است؟

$\begin{bmatrix} -6 & 8 \\ -6 & 8 \end{bmatrix}(4)$ $\begin{bmatrix} 6 & -8 \\ 6 & -7 \end{bmatrix}(3)$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}(2)$ $\begin{bmatrix} 7 & -8 \\ 6 & -7 \end{bmatrix}(1)$

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی = ۸۶ و آزمونهای گزینه ۲ = تجربی = ۸۶

۷۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد ، به طوریکه $A^2 = \alpha A + \beta I$ مقدار $\alpha\beta$ کدام است؟

$-4(4)$ $4(3)$ $2(2)$ $-2(1)$

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی = ۸۶

۷۴- هرگاه داشته باشیم $A^2 = xA + yI$ و $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ، مجموع اعداد x و y برابر است با:

$7(4)$ $10(3)$ $4(2)$ $2(1)$

آزمونهای گزینه ۲ = تجربی = ۸۶

-75- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ مفروض است. اگر B یک ماتریس مربعی مرتبه ۲ بوده و ضمناً باشد، در این صورت مجموع درایه‌های واقع بر قطر اصلی ماتریس B کدام است؟

(۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۷ (۴) -۷

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی == ۸۶ و آزمونهای گزینه ۲ == تجربی == ۸۶

-76- از رابطه‌ی $9 = 4 + |x|$ مقدار x کدام است؟

(۱) $\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

آزمایشی سنجش == تجربی == ۸۷

-77- مقدار x از رابطه‌ی $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ x & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) -1 (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) نشدنی

آزمایشی سنجش == تجربی == ۸۷

-78- اگر $A = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ماتریس A^3 کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش == ریاضی == ۸۷ و آزمایشی سنجش == آزمونهای سال سوم == ۸۷

-79- در ماتریس $B = [b_{ij}]_{4 \times 3}$ و $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ کدام ضرب قابل تعریف است؟

(۱) $A^t B$ (۲) AB^t (۳) AB (۴) BA

آزمایشی سنجش == ریاضی == ۸۷ و آزمایشی سنجش == آزمونهای سال سوم == ۸۷

-80- از رابطه‌ی $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -10 & -6 \end{bmatrix}$ مقدار $a + b$ کدام است؟

(۱) -۸ (۲) -۶ (۳) صفر (۴) نشدنی

آزمایشی سنجش == ریاضی == ۸۸

۸۱- از رابطه‌ی $|2x| \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ x \end{bmatrix} = 5$ مقدار x کدام است؟

(۴) $-1, -\frac{1}{3}$ (۳) $1, \frac{1}{3}$ (۲) $1, -\frac{1}{3}$ (۱) $-1, \frac{1}{3}$

آزمایشی سنجش =< تجربی ۸۹ =<

۸۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، کدام یک از ماتریس‌های زیر برابر A نیست؟

(۴) A^{2009} (۳) A^{1389} (۲) A^{1388} (۱) A^{1387}

آزمونهای گزینه ۲ =< ریاضی =< سال تحصیلی ۹۰ - ۹۱

۸۳- ماتریس $A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sqrt{2} & -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{bmatrix}$ کدام است؟

(۴) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (۱)

آزمایشی سنجش =< ریاضی ۸۹ =<

۸۴- جواب‌های معادله‌ی $|x-1| \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = 0$ کدام است؟

(۴) ۳ و ۱ (۳) ۳ و -۱ (۲) ۳ و -۱ (۱) -۳ و ۱

آزمایشی سنجش =< ریاضی ۸۹ =<

۸۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، حاصل $A^2 - 4A - 4I$ کدام است؟

(۴) $5I$ (۳) $4I$ (۲) $3I$ (۱) $-4I$

آزمایشی سنجش =< ریاضی ۸۹ =<

۸۶- از رابطه $\begin{bmatrix} 3 & a+b \\ 2 & 1-b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$ مقدار a کدام است؟

(۴) ۳ (۳) ۲ (۲) -۵ (۱) -۲

آزمایشی سنجش =< ریاضی ۹۰ =<

-۸۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس A^7 کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش =< ریاضی =< ۹۰

-۸۸- مقدار x از رابطه $4|2x+5| \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ x \end{bmatrix}$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

آزمایشی سنجش =< تجربی =< ۹۰

-۸۹- جواب‌های معادله ماتریس $10|x-2| \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -2 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ -1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

(۱) $-2, -3$ (۲) $-2, 3$ (۳) $-3, 2$ (۴) $2, 3$

آزمایشی سنجش =< ریاضی =< ۹۰

-۹۰- اگر A و I و $A + I$ و $A^2 + 2A = \bar{O}$ کدام است؟

$(A + I)(-3A - 2I)$ باشد، حاصل $n \times n$ باشند، حاصل $5A - 2I$ (۱) $A + 2I$ (۲) $A - 2I$ (۳) A (۴)

آزمونهای گزینه ۲ =< ریاضی =< سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲ و آزمونهای گزینه ۲ =< تجربی =< سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

-۹۱- اگر $A^2 + 2AB + B^2$ حاصل $B = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 4 & -14 \\ -26 & 25 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 2 & -18 \\ -27 & 39 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -16 & 10 \\ -40 & 9 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 28 & -30 \\ -10 & 13 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ =< ریاضی =< سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

-۹۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ -4 & -6 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $(I - A)^2$ کدام است؟

(۱) $\bar{O}_{2 \times 2}$ (۲) $\begin{bmatrix} -35 & -81 \\ -15 & -36 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 11 & 18 \\ -8 & -13 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -11 & -18 \\ 8 & 13 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ =< ریاضی =< سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ و آزمونهای گزینه ۲ =< تجربی =< سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۹۳- دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. می‌دانیم $AB = \bar{O}$ چند مورد از گزاره‌های زیر همواره

صحیح است؟

الف) $c+d=0$

ب) $AB=BA$

ج) اگر $AB=BA$ ، آن‌گاه ماتریس B بالا مثلثی است.

۴) صفر

۳)

۲)

۱)

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۹۴- اگر بدانیم $A^n - A^{n-1}$ حاصل $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ چقدر است؟

۴)

۳)

۲)

۱)

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۹۵- اگر $A^2 = A$ و داشته باشیم: $A = \begin{bmatrix} 2 & x \\ -1 & a \end{bmatrix}$ آن‌گاه $aX - k$ کدام است؟

۴)

۳)

۲)

۱)

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۹۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ مجموع درایه‌های سطر اول ماتریس $A^2 + 2A - 3I$ کدام است؟

۶)

۴)

۲)

۱) صفر

آزمونهای گزینه ۲ ==> تجربی => سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۹۷- از رابطه ماتریسی $\begin{vmatrix} 2-x & 5 \\ x-1 & 1+x \end{vmatrix} = -2$ عدد x کدام است؟

۴)

۳)

۲)

۱)

آزمایشی سنجش ==> تجربی ==> سال تحصیلی ۹۰-۹۱ و آزمایشی سنجش ==> آزمونهای سال سوم ==> سال تحصیلی ۹۱-۹۰

۹۸- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و داشته باشیم $a_{ij} = \begin{cases} i+j & i>j \\ ij & i=j \\ |i-j| & i<j \end{cases}$ آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

۳۱)

۳۵)

۳۰)

۱۳)

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۹۹- ماتریس

مفروض است. حاصل جمع درایه‌های ماتریس A^{91} کدام است؟

۹۵) ۴

۹۱) ۳

۱۸۵) ۲

۱۸۲) ۱

آزمونهای گزینه ۲ = < ریاضی = > سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۳۲) ۴

۳۱) ۳

۲۹) ۲

۲۸) ۱

آزمایشی سنجش = < ریاضی = > سال تحصیلی ۹۲ - ۹۳

۱۰۰- مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس $\begin{bmatrix} i^2 & 3j \end{bmatrix}_{3 \times 3}$ کدام است؟

۱۰۱- اگر $A_{ij} = \begin{cases} i^2 - j^2 : i \leq j \\ j^2 - i^2 : i > j \end{cases}$ باشد، آنگاه ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ با تعريف $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ است.

۳۲) ۴

۳) متقابران

۲) قطری

۱) مثلثی

آزمونهای گزینه ۲ = < ریاضی = > سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۱۰۲- اگر $C = AB$ باشد، درایه‌ی سطر دوم و ستون دوم ماتریس $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -8 \\ 5 & -3 & 0 \end{bmatrix}$ ، $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ کدام است؟

-۲۴) ۴

۱۲) ۳

-۱۸) ۲

۱۰) ۱

آزمونهای گزینه ۲ = < ریاضی = > سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۱۰۳- اگر A ماتریسی مربعی و $-I - A(A + I)$ حاصل A^{200} کدام است؟

O) ۴

A^2 (۳

A (۲

I (۱

آزمونهای گزینه ۲ = < ریاضی = > سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۱۰۴- اگر $B = [i^2 - j]_{3 \times 3}$ و $A = [i + 2j]_{3 \times 3}$ باشد، درایه‌ی سطر اول و ستون دوم ماتریس $2A + B$ کدام است؟

۱۲) ۴

۱۰) ۳

۹) ۲

۱۱) ۱

آزمونهای گزینه ۲ = < ریاضی = > سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۱۰۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل A^{1393} برابر است با:
 آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی => سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۲۶۹۶ A (۴)

A (۳)

۲۶۹۶ I (۲)

I (۱)

۱۰۶- دو ماتریس $B = \begin{bmatrix} 2a & c \\ 4 & -b \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} b+1 & 2 \\ d & 2a+b \end{bmatrix}$ کدام است؟
 آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی => سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

$-\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

۰ صفر (۱)

۱۰۷- ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ با تعریف $a_{ij} = \begin{cases} i+j & i \leq j \\ j+1 & i > j \end{cases}$ ماتریس کدام است؟
 آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۰۸- اگر $C = AB$ و $B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 1 & -4 \\ 9 & 0 \end{bmatrix}$ ، $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، درایه‌ی سطر دوم و ستون دوم ماتریس C کدام است؟
 آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۰ (۴)

-۱۲ (۳)

۲۰ (۲)

-۱۹ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ == تجربی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۰۹- اگر $A^{\wedge} - I$ ، ماتریس کدام است؟
 آزمونهای گزینه ۲ == تجربی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

$\begin{bmatrix} 0 & 16 \\ 0 & 16 \end{bmatrix}$ (۴)

$\begin{bmatrix} 0 & 16 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (۳)

$\begin{bmatrix} 0 & 16 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (۲)

$\begin{bmatrix} 0 & 16 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ == تجربی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۱۰- اگر $A \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ، حاصل $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} + 2A = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ کدام است؟
 آزمونهای گزینه ۲ == تجربی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

$\begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ (۴)

$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ (۳)

$\begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 3 & 10 \end{bmatrix}$ (۲)

$\begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ == تجربی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۱۱- اگر $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ماتریسی باشد، وارون پذیر و $A^T - 2A = O$ کدام است؟

$$n^2 (4)$$

$$2n (3)$$

$$2^n (2)$$

$$n (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۱۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس A^T کدام است؟

$$0 (4)$$

$$2 (3)$$

$$2^5 (2)$$

$$2^{10} (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۱۳- اگر $A + B - 5I$ باشد، حاصل $A^T + 5B + AB$ کدام است؟

$$15I (4)$$

$$25I (3)$$

$$10I (2)$$

$$5I (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۱۴- اگر $A = \begin{bmatrix} * & 1 & 2 \\ * & * & 3 \\ * & * & * \end{bmatrix}$ باشد، حاصل A^{1394} کدام است؟

$$O (4) \quad \begin{bmatrix} * & 1 & 2^{1394} \\ * & * & 3^{1394} \\ * & * & * \end{bmatrix} (3)$$

$$\begin{bmatrix} * & 1394 & 1 \\ * & * & 1 \\ * & * & 1 \end{bmatrix} (2)$$

$$\begin{bmatrix} * & * & 1394 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{bmatrix} (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۱۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد. مجموع درایه‌های ماتریس A^T کدام است؟

$$20 (4)$$

$$22 (3)$$

$$25 (2)$$

$$29 (1)$$

آزمایشی سنجش ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۱۱۶- اگر $B = [b_{ij}]_{4 \times 3}$ و $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ باشند. کدام ضرب قابل تعریف است؟

$$B.A (4)$$

$$A^t.B (3)$$

$$A.B^t (2)$$

$$A.B (1)$$

آزمایشی سنجش ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۱۱۷ - اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس $(A - 2I) \times A$ کدام است؟

۳۴ (۴) ۳۳ (۳) ۳۲ (۲) ۳۱ (۱)

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۱۸ - اگر ab کدام است؟

-۴ (۴) -۲ (۳) ۴ (۲) -۶ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۱۹ - اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ مجموع درایه‌های ماتریس A^{100} کدام است؟

۱۰۳ (۴) ۱۰۲ (۳) ۱۰۱ (۲) ۱۰۰ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۲۰ - اگر $A^2 - A + I = O$ حاصل A^2 کدام است؟

O (۴) -A (۳) -I (۲) A (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۲۱ - مجموعه جواب‌های معادله ماتریسی $x^2 + 2x = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ کدام است؟

$\{-1, 0, 2\}$ (۴) $\{-2, -1, 2\}$ (۳) $\{-3, -1, 1\}$ (۲) $\{3, 1, -1\}$ (۱)

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۱۲۲ - مجموع درایه‌های ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 20 & 1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

۲۱۴ (۴) ۲۱۲ (۳) ۲۱۱ (۲) ۲۱۰ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۲۳ - اگر A یک ماتریس باشد به‌طوری‌که $A^4 = A + I$ ، ماتریس A^2 کدام است؟

$2A + 3I$ (۴) $3A^2 + 4I$ (۳) $A^2 + I$ (۲) $3A + 2I$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۲۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ کدام است؟ $A^{1395} - A^{1394}$ ماتریس

$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۲۵- اگر $A = [2i + 3j]_{3 \times 3}$ مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس A کدام است؟

$\begin{bmatrix} 35 \\ 30 \\ 25 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 30 \\ 25 \\ 20 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 25 \\ 20 \\ 20 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 20 \\ 20 \\ 20 \end{bmatrix}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۲۶- اگر $A + 2B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ و $A + B + 2A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 9 & -1 \end{bmatrix}$ کدام است؟ $A + B$ ماتریس

$\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۲۷- اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ کدام است؟ A^4 ماتریس

$\begin{bmatrix} -29 & 30 \\ -45 & 46 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -29 & 45 \\ 30 & -46 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 29 & -30 \\ 45 & -46 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -45 & 46 \\ -29 & 30 \end{bmatrix}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۲۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 24 \\ 1 & 1 & 2 & 8 \\ \frac{1}{3} & 1 & 2 & 8 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های قطری $C = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$ و

۱۲۹- حاصل ضرب ماتریس C^2 کدام است؟

$\begin{bmatrix} 24 \\ 24 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 12 \\ 12 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 16 \\ 16 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 8 \\ 8 \end{bmatrix}$ (۱)

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۱۳۰- حاصل ضرب $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ ماتریس کدام است؟

$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 10 & 8 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 10 & 9 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 9 & 10 \end{bmatrix}$ (۱)

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۳۰- مجموع درایه‌های قطری حاصل ضرب دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & 6 \end{bmatrix}$ کدام است؟

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۷ (۱) ۳۱ (۲)

۳۷ (۴)

۳۳ (۳)

$[2 \quad 16 \quad -7]$ (۴)

$[2 \quad 32 \quad -5]$ (۳)

$[4 \quad 21 \quad -3]$ (۲)

۱۳۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ باشد، درایه‌های سطر اول ماتریس A^3 کدام است؟

$[6 \quad 30 \quad -5]$ (۱)

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & x & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -y + 4 \\ y + 2x - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} y = 5 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow x + y = 4$$

۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = I \Rightarrow A^{2k} = I, A^{4k+1} = A \Rightarrow A^4 - A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$$

۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ صادق

$$A^2 = \alpha A + \beta I_2 \Rightarrow A^2 - \alpha A - \beta I_2 = 0 \\ \Rightarrow \alpha = a + d - 2 \\ \beta = -|A| = 13$$

راه حل دوم:

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 10 & 21 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 10 & 21 \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -2\alpha + \beta = 9 \\ \alpha - 4 = 10 \end{cases} \Rightarrow \beta = 13 \Rightarrow (\alpha, \beta) = (2, 13)$$

۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^2 - A = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{2}A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}A\right)^2 = \left(R_{\frac{\pi}{3}}\right)^2 = R_{\pi} = -I$$

۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. شرط ضرب پذیری

۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 9 & 22 \end{bmatrix}$$

مجموع = ۴۴

۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا حاصل ضرب داده شده را به دست می‌آوریم.

$$\begin{bmatrix} x & 2x & -1 \end{bmatrix}_{1 \times 3} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 3} = [11x - 1 - x - 2 - 3x]_{1 \times 3}$$

$$\begin{bmatrix} x & 2x & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2x \\ -1 \end{bmatrix}_{3 \times 1} = \cdot \Rightarrow [11x - 1 - x - 2 - 3x]_{1 \times 3} \begin{bmatrix} x \\ 2x \\ -1 \end{bmatrix}_{3 \times 1} = \cdot$$

$$\Rightarrow [11x^2 - x - 2x^2 - 4x + 3x]_{1 \times 1} = \cdot \Rightarrow 9x^2 - 2x = \cdot \Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = \frac{2}{9}$$

۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: $r[a_{ij}]_{m \times n} = [ra_{ij}]_{m \times n}$

نکته: $[a_{ij}]_{m \times n} \pm [b_{ij}]_{m \times n} = [a_{ij} \pm b_{ij}]_{m \times n}$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$rA + B = 3 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -2 & -3 \\ -7 & -8 & -9 \\ -4 & -5 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-1 & 6-2 & 9-3 \\ 12-7 & 15-8 & 18-9 \\ 21-4 & 24-5 & 27-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 5 & 7 & 9 \\ 17 & 19 & 21 \end{bmatrix}$$

۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به ماتریس داده شده داریم:

$$a_{ij} = \begin{cases} i^2 + j^2 & : i > j \\ i - j & : i = j \\ j^2 - i^2 & : i < j \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{21} = 2^2 + 1^2 = 5 \\ a_{22} = 2 - 2 = 0 \\ a_{23} = 3^2 - 2^2 = 5 \end{cases}$$

بنابراین مجموع درایه‌های سطر دوم این ماتریس برابر است با:

$$a_{21} + a_{22} + a_{23} = 5 + 0 + 5 = 10$$

۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: ماتریس سط्रی، ماتریسی است که از یک سطر تشکیل شده باشد. فرم کلی ماتریس سطری A به صورت $A = [a_{ij}]_{1 \times n}$ است.

نکته: ماتریس قطری، یک ماتریس مربعی است که تمام درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن صفر است. (درایه‌های واقع بر قطر اصلی می‌توانند صفر باشند یا نباشند).

$m - 2 = 1 \Rightarrow m = 3$: تعداد سطر در ماتریس A

با توجه به نکات بالا داریم:

اکنون هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

(گزینه ۱) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ غیر قطری

(گزینه ۲) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ غیر قطری

(گزینه ۳) $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ غیر قطری

(گزینه ۴) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ قطری

۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: دو ماتریس هم‌مرتبه‌ی $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ و $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ در صورتی مساوی‌اند که درایه‌های نظیرشان

$a_{ij} = b_{ij}$ با هم مساوی باشد، یعنی:

با توجه به نکته می‌توان نوشت:

$$\begin{bmatrix} x - y & 3 \\ 1 - x & x^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ x + y & x^2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ 1 - x = x + y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

بنابراین: $x + y = 2 - 3 = -1$

۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$A: 3 \times 5$ $A: n \times m$

و

$B: n \times m$ $B: 3 \times 5$

ماتریس AB تعریف شده است اگر $n = 5$ باشد و ماتریس BA تعریف شده است اگر $m = 3$ باشد الزاماً هر دو تعریف شده‌اند اگر ماتریس B به صورت 3×5 باشد.

۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر A ماتریسی مربعی باشد، توان‌های A را به صورت

$$A^n = a^{n-1} \times A \quad \dots \quad A^3 = A^2 \times A, \quad A^2 = A \times A$$

نکته: اگر ماتریس‌های A و B تعویض‌پذیر باشند ($(AB) = (BA)$)، آنگاه همهی اتحادهای جبری برای آنها برقرار است.

نکته: ماتریس همانی I باهر ماتریسی تعویض‌پذیر است. $(AI = IA)$

ابتدا ماتریس A^2 را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} A^2 &= \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \sin^4 \alpha \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) & \sin \alpha \cos \alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) \\ \sin \alpha \cos \alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) & [\sin^2 \alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)] \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \end{aligned}$$

بنابراین $A^2 = A$. اکنون داریم:

$$(I - A)^2 = I^2 + A^2 - 2A = I + A - 2A = I - A \Rightarrow (I - A)^3 = (I - A)^2 = I - A$$

$$\Rightarrow (I - A)^4 = (I - A)^3 = I - A$$

$$\Rightarrow \dots \Rightarrow (I - A)^{100} = I - A$$

۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر A ماتریسی مربعی باشد، توان‌های A را به صورت

$$A^n = a^{n-1} \times A$$

نکته: ماتریس $a [1 \times 1]$ را مساوی با عدد حقیقی a تعریف می‌کنیم.

ابتدا داریم:

$$YX = |2 \ 1| \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} = |1| = 1$$

$$(XY)^{100} = X \underbrace{YX}_{1} \underbrace{YX}_{1} \underbrace{YX}_{1} \cdots \underbrace{YX}_{1} Y = XY$$

۱۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طبق فرض داریم:

$$\begin{aligned}(A - B)^2 &= A^2 + B^2 \Rightarrow A - B(A - B) = A^2 + B^2 \Rightarrow A^2 - AB - BA + B^2 \\&= A^2 + B^2 \Rightarrow -AB - BA = \bar{O} \Rightarrow AB = -BA\end{aligned}$$

تذکر: اگر A و B جایه‌جا شونده نباشند ($AB \neq BA$) در محاسبه عبارت‌ها نمی‌توان از اتحادها برای ماتریس‌ها استفاده نمود.

۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر A و B دو ماتریس تعویض‌پذیر باشند، یعنی $AB = BA$ ، آنگاه همهٔ اتحادهای جبری برای آن‌ها برقرار است.

نکته: ماتریس همانی (I) با هر ماتریس دیگری تعویض‌پذیر است.

$$(a + b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{n} b^n$$

طبق فرض داریم:

$$A(A - I) = \bar{O} \Rightarrow A^2 - A = \bar{O} \Rightarrow A^2 = A$$

$$A^2 = A \Rightarrow A^3 = A^2 = A \Rightarrow A^4 = A^3 = A$$

پس همهٔ توان‌های A برابر خود A است (به این ماتریس‌ها، خود توان می‌گوییم). اکنون داریم:

$$\begin{aligned}(A + I)^4 &= \binom{4}{0} A^4 + \binom{4}{1} A^3 I + \binom{4}{2} A^2 I^2 + \binom{4}{3} A I^3 + \binom{4}{4} I^4 \\&= \left[\binom{4}{0} + \binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} \right] A + \binom{4}{4} I = (2^4 - 1)A + I = 15A + I\end{aligned}$$

۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a^n & b^n \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & \sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 0 \\ 0 & \sqrt{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & 0 \\ 0 & -9 \end{bmatrix}$$

$$A^{20} = (A^2)^{10} = \begin{bmatrix} (-9)^{10} & 0 \\ 0 & (-9)^{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9^{20} & 0 \\ 0 & 9^{20} \end{bmatrix}$$

ابتدا داریم:

بنابراین:

پس درایه‌ی سطر دوم و ستون دوم این ماتریس برابر 9^{20} است.

۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$$

$$\tan(i^2 - j^2) = -\tan(j^2 - i^2)$$

با توجه به نکته‌ی بالا در ماتریس $A = [\tan(i^2 - j^2)]_{n \times n}$ داریم:

پس بهازای هر i و j داریم $a_{ij} = -a_{ji}$. بنابراین درایه‌های متناظر بالا و پایین قطر اصلی A قرینه‌ی یکدیگرنند. از طرفی $\tan(i^2 - i^2) = \tan 0 = 0$. پس درایه‌های روی قطر اصلی نیز صفر است. بنابراین مجموع تمام درایه‌های A برابر صفر است.

۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر $A_{m \times p} \times B_{p \times n} = C_{m \times n}$ ، آنگاه درایه‌ی c_{ij} در ماتریس C ، از ضرب سطر i ام A در ستون j ام B به دست می‌آید.

نکته: ماتریس قطری، ماتریسی مربعی است که تمام درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن، صفر هستند.

$$A \times B = \begin{bmatrix} 2x & 1 \\ -1 & y \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x - 1 & 2x + 2 \\ -1 - y & -1 + 2y \end{bmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 2 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ -1 - y = 0 \Rightarrow y = -1 \end{array} \right.$$

باید درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی برابر صفر باشند، پس:

$$\text{بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس } A \times B = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \text{ برابر است با: } -6 - (-3) = -3.$$

۲۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر A و B دو ماتریس تعویض‌پذیر باشند، یعنی $AB = BA$ ، آنگاه همه‌ی اتحادهای جبری برای آنها برقرار است.

$$A = 3B^2 - 2B + I \Rightarrow \begin{cases} AB = 3B^3 - 2B^2 + B \\ BA = 3B^3 - 2B^2 + B \end{cases} \Rightarrow AB = BA$$

بنابراین A و B تعویض‌پذیرند، پس اتحادهای جبری برای آنها برقرار است. بنابراین با استفاده از اتحاد مزدوج داریم:

$$(A + B)^2 - (A - B)^2 = [(A + B) - (A - B)][(A + B) + (A - B)] \\ - (2B)(2A) = 4BA - 4AB$$

تذکر: اگر ماتریس A را بتوان به صورت یک چند جمله‌ای برحسب B نوشت، آنگاه A و B تعویض‌پذیرند، یعنی:
 $AB = BA$

-۲۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر A ماتریسی مربعی باشد، توان‌های A به صورت $A^n = A \times A^{n-1} \dots$ و $A^2 = A \times A$ تعریف می‌شود.

$$\text{نکته: } [a \cdot b]^n = \begin{bmatrix} a^n & \cdot \\ \cdot & b^n \end{bmatrix}$$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^6 = (A^2)^3 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}^3 = \begin{bmatrix} 4^3 & 0 \\ 0 & 4^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 64 & 0 \\ 0 & 64 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس A^6 برابر است با: $64 + 0 + 0 + 64 - 128$

-۲۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

طبق فرض در ماتریس $A = [2i + 3j - 1]_{n \times n}$ داریم:

$$\begin{aligned} a_{1n} &= \frac{4}{3} a_n \Rightarrow (2 + 3n - 1) = \frac{4}{3} (2n + 3 - 1) \Rightarrow 3n + 1 = \frac{4}{3}(2n + 2) \\ &\Rightarrow 9n + 3 - 8n + 8 \Rightarrow n = 5 \end{aligned}$$

بنابراین ماتریس 5×5 دارای ۵ سطر است.

-۲۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر $A_m \times p \times B_{p \times n} = C_{m \times n}$ در ستون j ام B به دست می‌آید.

با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$$\begin{aligned} B \cdot A &= \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}_{3 \times 1} \cdot [2 \ -1 \ 3]_{1 \times 3} \\ &= \begin{bmatrix} -4 \times 2 & -4 \times (-1) & -4 \times 3 \\ -3 \times 2 & -3 \times (-1) & -3 \times 3 \\ 2 \times 2 & 2 \times (-1) & 2 \times 3 \end{bmatrix}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} -8 & 4 & -12 \\ -6 & 3 & -9 \\ 4 & -2 & 6 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \end{aligned}$$

-۲۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$a_{12} = 1 + 6 = 7 \quad a_{22} = 4 + 6 = 10 \quad a_{32} = 9 + 6 = 15$$

$$\text{مجموع هر سه درایه حاصل } 7 + 10 + 15 = 32$$

-۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^3 = \begin{bmatrix} 2 & -2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} \cdot & -8 \\ 8 & \cdot \end{bmatrix} \text{ پس}$$

-۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^3 = (A \cdot A) \cdot A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot A = \begin{bmatrix} \cdot & 17 & 27 \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= [-27 \quad 71 \quad 112]$$

-۲۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

طبق فرض ماتریس $A = [3i - 5j - ij]_{p \times q}$ ، باید درایه‌ی سطر p ام و ستون q ام برابر صفر باشد، پس:

$$3p - 5q - pq = 0 \Rightarrow p(3 - q) = 5q \Rightarrow p = \frac{5q}{3 - q}$$

چون $0 > p$ ، پس باید $0 > q > 3$ ، بنابراین $3 < q$ ، از طرفی $1 \geq q \geq 0$ ، پس دو حالت امکان‌پذیر است:

$$\begin{cases} q = 1 \Rightarrow p = \frac{5}{3-1} = \frac{5}{2} \\ q = 2 \Rightarrow p = \frac{10}{3-2} = 10 \end{cases}$$

بنابراین A یک ماتریس با ۱۰ سطر و ۲ ستون است. پس دارای $20 - 2 \times 10 = 10$ درایه است.

-۲۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

در ماتریس $A = [2(i^2 + j^2)]_{3 \times 3}$ بهازای هر i و j داریم: $a_{ij} = a_{ji}$ ، پس درایه‌های متناظر بالا و پایین قطر اصلی برابرند. بنابراین مجموع درایه‌های بالای قطر اصلی با مجموع درایه‌های پایین قطر اصلی برابر است، پس:

$$\frac{X}{Y} = 1$$

-۳۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$[a_{ij}]_{m \times n} \pm [b_{ij} \pm b_{ij}]_{m \times n}$$

با جایگذاری مقادیر صفر، π و 2π به جای x در ماتریس $f(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$ داریم:

$$A = f(0) + f(\pi) + f(2\pi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های این ماتریس، برابر است با: $1 + 1 - 1 = 1$

-۳۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: ماتریس اسکالر، یک ماتریس قطری است که تمام درایه‌های روی قطر اصلی آن با هم برابر است.

نکته: برای جمع کردن دو ماتریس هم مرتبه، باید درایه‌های متناظر را در دو ماتریس نظیر به نظیر با هم جمع کنیم.

ابتدا $A + B$ را به دست می‌آوریم:

$$A + B = \begin{bmatrix} a - 2 & 3b + b - 2 \\ 2c - c + 4 & 1 + 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a - 2 & 4b - 2 \\ c + 4 & 4 \end{bmatrix}$$

طبق فرض این ماتریس، ماتریسی اسکالر است. پس:

$$4b - 2 = 0 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$c + 4 = 0 \Rightarrow c = -4$$

$$a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$a + 2b - c = 2 + 2 \times \frac{1}{2} - (-4) = 2 + 1 + 4 = 11$$

بنابراین:

-۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, -2A = \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T - 2A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

-۳۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, -A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T - A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

-۳۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. باید تعداد مسیرهای مستقیم A به رئوس دیگر را بنویسیم.

-۳۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به ماتریس داده شده، و رسم رئوس به هم متصل شده، گزینه ۴ به دست می‌آید.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow 2 = \text{مجموع درایه ها} \rightarrow 36 - \text{گزینه ۴ پاسخ صحیح است.}$$

37 - گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$[i + j^2]_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow 16 : \text{مجموع درایه ها}$$

38 - گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} -6 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -6a + 1 = 1 \\ a + 2c = 1 \end{cases} \Rightarrow a = 0, b = -5$$

39 - گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases} \Rightarrow x + y = 1$$

40 - گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^4 = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} = -4I$$

41 - گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A + I = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A(A + I) = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 9 & -3 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

42 - گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$|2x - 3| \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} = 1 - x \Rightarrow 2 + 2x + 0 = 1 - x \Rightarrow 3x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

43 - گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 2\alpha \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2\alpha = 4 \Rightarrow \alpha = 2 \\ \alpha + \beta = 1 \Rightarrow \beta = -1 \end{cases} \Rightarrow \alpha\beta = -2$$

-۴۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\Lambda^2 = \begin{bmatrix} 1 & x \\ 2 & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x \\ 2 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x+1 & x+xy \\ 2+2y & 2x+y^2 \end{bmatrix}$$

$$2x+1=11 \Rightarrow x=5$$

$$(1+y)5=15 \Rightarrow y=2 \Rightarrow x+y=7$$

-۴۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} 2A + B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \\ -2 \quad A + B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$-B = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow B^2 = 10$$

جمع درایه های

-۴۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$AB^2 - B^2 A = (AB)B - B(BA)$$

$$- (I + BA) \cdot B - B(AB - I) = B + BAB - BAB + B = 2B$$

-۴۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون A با $2I$ در ضرب خاصیت جابجایی دارد، پس اتحادهای جبری برای $(A - 2I)^2$ برقرار است.

$$A(A - 2I)^2 = A(A^2 + 4I - 4A) = A(3A + I + 4I - 4A)$$

$$- A(5I - A) = 5A - (3A + I) = 2A - I$$

-۴۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+2c & b+2d \\ a & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a+2c=2 \Rightarrow c=1 \\ b+2d=0 \Rightarrow d=-1 \end{cases} \Rightarrow x = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

-۴۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$|-2-x| \begin{bmatrix} x & 1 \\ 3 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & x^2-2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = -3x + 2x^2 - 4 = -2 \Rightarrow x = 2$$

$$\begin{aligned}
 & |-x - x| + \begin{bmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = x \\
 & \Rightarrow \begin{bmatrix} x & -x + x^2 \\ x^2 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = x \Rightarrow -3x - 4 + 2x^2 = x \\
 & : 2x^2 - 4x - 4 = 0 : \underbrace{x^2 - 2x - 2}_{(x-1)^2 - 1} = 0 : (x-1)^2 = 3
 \end{aligned}$$

$$-x - 2 + 6x - 2x + 4 \Rightarrow 3x - 4 \Rightarrow x = 3$$

- ۵۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}
 A &= \sqrt{2} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} = \sqrt{2} R_{45^\circ} \Rightarrow A^T = R_{45^\circ} \\
 B &= \sqrt{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = \sqrt{2} R_{-45^\circ} \Rightarrow B^T = R_{(-180^\circ)} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \\
 A^T B^T &= \sqrt{2} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

- ۵۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}
 & (R\alpha)^n = R(n\alpha) \quad \text{می دانیم} \\
 A &= \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} = R_{\frac{\pi}{4}} \Rightarrow A^T = R_\pi = \begin{bmatrix} \cos\pi & -\sin\pi \\ \sin\pi & \cos\pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

- ۵۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}
 A &: 2 \times 3 \\
 B^T &: 3 \times 4 \Rightarrow A \cdot B^T: 2 \times 4
 \end{aligned}$$

- ۵۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

-۵۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} ۳ + ۲x = ۱ \\ ۳x + ۵x - ۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

نشدنی است

$$BA = |3 \ 4| \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = |27 \ -2| \Rightarrow 25 = \text{مجموع درایه ها}$$

-۵۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} -y + 4 = -1 \Rightarrow y = 5 \\ y + 2x + 2 = 1 \Rightarrow x = -3 \end{cases} \Rightarrow x - y = -8$$

-۵۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} A^T &= xA + yI \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x & 0 \\ x & 2x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & y \\ 0 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+y & 0 \\ x & 2x+y \end{bmatrix} \\ \begin{cases} x=3 \\ x+y=1 \Rightarrow y=-2 \end{cases} &\Rightarrow A^T = 3A - 2I \\ A^T = 3A^T - 2A &= 3(3A - 2I) - 2A = 5A - 6I \Rightarrow \begin{cases} \alpha=5 \\ \beta=-6 \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta = 1 \end{aligned}$$

-۵۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \text{توجه: } A \times A^* &= |A| \cdot I \Rightarrow \begin{bmatrix} x & y \\ x & t \end{bmatrix} = A^* = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 21 & 0 \\ 0 & 21 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 3, t = 2 \Rightarrow t - x = -1 \end{aligned}$$

توجه:

$$A^* = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \leftarrow A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$A_{3 \times 4} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 0 & 3 & 4 \\ -3 & -3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

۱۲ - مجموع اعضای

-۵۹- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

-۶۱- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} |1 - 2| \times \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} &= |1 - 4 - 6| \\ \Rightarrow |1 - 4 - 6| \times \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} &= (4 - 4 - 12) = -12 \end{aligned}$$

-۶۲- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} A = A \times A &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow A^4 = A^2 \times A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 15 & 16 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow 15A - A^4 &= \begin{bmatrix} 15 & 0 \\ 15 & 30 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 15 & 16 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 14 & 0 \\ 0 & 14 \end{bmatrix} = 14I \end{aligned}$$

-۶۳- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A(A - 4I) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 5I_3 .$$

-۶۴- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$(A + 2I)(A - 4I) = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

-۶۵- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. با ضرب ماتریس‌ها داریم:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 4 + ab \\ 10 + 3a \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4 + ab = -2 \\ 10 + 3a = 1 \end{cases} \rightarrow a = -3 \\ \Rightarrow 4a + ab &= -2 \Rightarrow 4 + (-3)b = -2 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow a + b = -1 \end{aligned}$$

-۶۶- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$|2x - 1 - x| \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} = 2x + 1 \Rightarrow 6x - 2 - x = 2x + 1 \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x = 1$$

-۶۷- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$(A + I)^2 = \left(\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = 2I$$

-۶۸- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{3}A(A + I) = \frac{1}{3}A^2 + \frac{1}{3}A = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 6 & -3 \end{bmatrix} + \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 9 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

-۶۹- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$2x + 1 + x + 2 + 3x + 0 = 1 - x \Rightarrow 2 + 2x = 1 - x \Rightarrow 3x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

-۷۰- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^4 = A^2 \times A^2 = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29 & 12 \\ 12 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A^4 = \text{مجموع درایه های ماتریس} = 29 + 12 + 12 + 5 = 58$$

-۷۱- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$|-2 - x| \times \begin{bmatrix} x & 1 \\ 3 & x \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & -2 + x^2 \\ 3 & x \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = 1$$

$$\therefore -3x - 4 + 2x^2 = 1$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} -1 \\ +\frac{5}{4} \end{cases} : (x - 1)^2 = \begin{cases} 4 \\ \frac{9}{4} \end{cases}$$

۷۲- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} v & -w \\ w & -v \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v & -w \\ w & -v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I_2$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = I_2 \cdot A = A$$

$$\Rightarrow A^n = \begin{cases} I_2 & \text{زوج باشد} \\ A & \text{فرد باشد} \end{cases} \quad n \Rightarrow A^4 - A^{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} v & -w \\ w & -v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v & w \\ -w & -v \end{bmatrix}$$

نکته درسی:

(۱) قاعده‌ی ضرب ماتریس‌ها

$$A_{n \times n} \times I_n = I_n \times A_{n \times n} = A_{n \times n} \quad (2)$$

۷۳- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 2\alpha \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2\alpha = 4 \Rightarrow \alpha = 2 \\ \alpha + \beta = 1 \Rightarrow \beta = -1 \end{cases} \Rightarrow \alpha\beta = -2$$

۷۴- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left\{ \begin{array}{l} A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix} \\ xA + yI_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} x & 2x \\ 3x & 4x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+y & 2x \\ 3x & 4x+y \\ x+y & 7 \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

با برابر قرار دادن دو ماتریس بالا خواهیم داشت:

۷۵- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا ماتریس A^{-1} را محاسبه می‌نماییم:

$$A^{-1} = \frac{1}{3 \times 2 - 1 \times 5} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$$

با ضرب A^{-1} در طرفین رابطه‌ی داده شده داریم:

$$A \times B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} \times A \times B = A^{-1} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \times A = I \Rightarrow B = A^{-1} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -8 & -1 \end{bmatrix}$$

بنابراین درایه‌های واقع بر قطر اصلی B ، ۳ و ۱- هستند که مجموعی برابر ۲ دارند.

۷۶- گزینه‌ی ۲ صحیح است.

$$[x] \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} = 9 \Rightarrow -x + 12x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{11}$$

۷۷- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} 3 + 2x = 1 \\ 3x + 5x = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = -2 \\ 8x = 4 \end{cases}$$
 نشدنی

۷۸- گزینه‌ی ۳ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{4} & -\sin \frac{\pi}{4} \\ \sin \frac{\pi}{4} & \cos \frac{\pi}{4} \end{bmatrix} = R\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow A^4 = R\frac{\pi}{4} = R\left(4 \times \frac{\pi}{4}\right) = R_\pi$$

$$\Rightarrow A^4 = \begin{bmatrix} \cos \pi & -\sin \pi \\ \sin \pi & \cos \pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

توجه: R_α ماتریس دوران

۷۹- گزینه‌ی ۲ صحیح است.

$$2 \times 3 \times 4 \Rightarrow A \times B^t$$
 قابل تعریف

۸۰- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} a - 2b = 5 \\ b - 2a = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a + 4b = -10 \\ -2b + 4a = -6 \end{cases} \Rightarrow -a - b = 8 \Rightarrow a + b = -8$$

۸۱- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$[2 + 2x \quad -2 + 3x] \begin{bmatrix} 3 \\ x \end{bmatrix} = 5 \Rightarrow 6 + 6x - 2x + 3x^2 = 5 \Rightarrow 3x^2 + 4x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1, -\frac{1}{3}$$

۸۲- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = I \Rightarrow A^{2k} = I^k = I \Rightarrow A^{2k+1} = A$$

بنابراین تمامی توانهای فرد A برابر A می‌باشند.

-۸۳- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. توجه: $R_{\alpha}^n = R(n\alpha)$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow A = R\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow A^T = R_{\pi} = \begin{bmatrix} \cos \pi & -\sin \pi \\ \sin \pi & \cos \pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

-۸۴- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$|-x + 2 \ 3| \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = \cdot \Rightarrow -x^2 + 2x + 3 = \cdot \Rightarrow x = -1, 3$$

-۸۵- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 - 4A = A(A - 4I) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} = 5I$$

-۸۶- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. برای حل کافی است ضرب ۲ ماتریش را انجام دهیم:

$$\Rightarrow \begin{cases} 15 + 4a + 4b - 3 \\ 10 + 4 - 4b - 6 \end{cases} \Rightarrow 25 + 4a = 5 \quad a = -5$$

-۸۷- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ پس

A^V در نتیجه ماتریس $A^V = -I$ چنین است:

$$A^V = (A^2)^V A \Rightarrow A^V = (-I)^V A \Rightarrow A^V = -A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

-۸۸- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

ضرب ماتریس ها

$$\Rightarrow -2 + 3x + 5x = 4 \quad \Rightarrow \quad 8x = 6 \quad : \quad x = \frac{3}{4}$$

۸۹- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$|-x+6 - x-4| \begin{bmatrix} x \\ -1 \end{bmatrix} = 10 \Rightarrow -x^2 + 6x - x + 4 = 10 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x = 2, 3$$

۹۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$A^2 + 2A = \bar{O} \Rightarrow A^2 = -2A$$

$$(A + I)(-2A - 2I) = -2A^2 - 2AI - 2IA - 2I \cdot I = 6A - 2A - 2A - 2I = A - 2I$$

۹۱- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & -10 \\ -25 & 19 \end{bmatrix}$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 0 \\ 0 & -8 \end{bmatrix}$$

$$+ 2AB = 2 \times \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -8 \\ -2 & 28 \end{bmatrix}$$

۹۲- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. داریم: $IA - AI = IA - AI$ پس خاصیت جابه‌جایی برای ضرب وجود دارد، بنابراین اتحادها برقرارند، داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} (I - A)^2 = I - 2A + A^2 \\ A^2 = \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ -4 & -6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ -4 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \bar{O}_{2 \times 2} \\ \Rightarrow (I - A)^2 = I - 2A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 12 & 18 \\ -8 & -12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 & -18 \\ 8 & 13 \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

۹۳- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$AB = \begin{bmatrix} c & d \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \bar{O} \Rightarrow c = d = 0$$

پس الف صحیح است.

$$AB = \bar{O}, BA = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a \\ 0 & c \end{bmatrix} \Rightarrow AB \neq BA$$

پس ب لزوماً درست نیست.

بررسی ج: برای آنکه $AB = BA$, چون $c = d = 0$, $a = b$ باشد.

$$B = \begin{bmatrix} 0 & b \\ 0 & c \end{bmatrix}$$

یعنی B بالا مثلثی است. (دقت کنید که اگر فرض $AB = BA$ برقرار نبود از $AB = \bar{O}$ نتیجه می‌شود $a = 0$ و $c = 0$, لذا $B = \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & a \end{bmatrix}$ است که باز هم بالا مثلثی است.)

۹۴- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Lambda^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \quad \Lambda^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^n \end{bmatrix} \Rightarrow A^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^n \end{bmatrix}$$

$$\Lambda^n - \Lambda^{n-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2^{n-1} \end{bmatrix}$$

۹۵- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\Lambda^2 = \begin{bmatrix} 4-x & 2x+ax \\ -2-a & -1+a \end{bmatrix} - A = \begin{bmatrix} 2 & x \\ -1 & a \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4-x=2 \Rightarrow x=2 \\ -2-a=-1 \Rightarrow a=-1 \end{cases} \Rightarrow -ax=2$$

۹۶- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-2 & 2+2 \\ -1-1 & -2+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$2A = 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$-3I = -3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$$

$$A^2 + 2A - 3I = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 8 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$$

که مجموع درایه‌هایی صفر است. البته سوال، جمع درایه‌های سطر اول را می‌خواهد که می‌شود.

-۹۷- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. بنا به تعریف ضریب ماتریس‌ها داریم:

$$2(2-x) + 3(x-1) + 5(1+x) - 2 \Rightarrow 4 - 2x + 3x - 3 + 5x = -2 \Rightarrow 6x = -8 \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$$

-۹۸- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌ها = ۳۰

-۹۹- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

پس به صورت استقرایی می‌توان حدس زد:

$$A^n = \begin{bmatrix} 1 & n & n \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین: $A^{91} = \begin{bmatrix} 1 & 91 & 91 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ و مجموع درایه‌ها برابر است با:

$$1 + 91 + 91 + 1 + 1 = 180$$

-۱۰۰- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ماتریس مفروض را فقط در ستون دوم مشخص می‌کنیم که در آن i شماره‌ی سطر و j شماره‌ی ستون است.

$$[i^2 + 2j]_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 7 \\ 10 \\ 15 \end{bmatrix} \Rightarrow 7 + 10 + 15 = 32$$

ستون دوم

۱۰۱- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$a_{11} = a_{22} = a_{33} = 0$$

$$a_{12} = 1^2 - 2^2 = -3, \quad a_{13} = 1^2 - 3^2 = -8, \quad a_{22} = 2^2 - 3^2 = -5$$

$$a_{21} = 2^2 - 1^2 = -3, \quad a_{31} = 3^2 - 1^2 = -8, \quad a_{32} = 3^2 - 2^2 = -5$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 0 & -3 & -8 \\ -3 & 0 & -5 \\ -8 & -5 & 0 \end{bmatrix}$$

واضح است که ماتریس A ، متقارن است.

۱۰۲- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \square \end{bmatrix}$$

برای یافتن درایه‌های سطر دوم و ستون سوم ماتریس C ، باید سطر دوم A در ستون سوم B ضرب شود:
 $= 3 \times (-6) + 0 \times 0 = -18$ جواب

۱۰۳- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$A(A + I) = -I \Rightarrow A^T + A + I = O \Rightarrow A^T = -(A + I) \Rightarrow A^T = A^T \cdot A = -(A + I)A$$

$$= -(-I) = I$$

$$\Lambda^{200} - (A^T)^{66} \times \Lambda^2 - I^{66} \times \Lambda^2 = \Lambda^2$$

۱۰۴- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left\{ \begin{array}{l} A = [i + j]_{3 \times 3} \Rightarrow a_{12} = 1 + 2 \times 2 = 5 \\ B = [i^2 - j]_{3 \times 3} \Rightarrow b_{12} = 1^2 - 2 = -1 \end{array} \right. \Rightarrow 2\Lambda + B = 1 - 4$$

۱۰۵- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = 2I$$

$$A^{1392} = (A)^{696} = 2^{696} I \Rightarrow A^{1393} = A^{1392} \cdot A = 2^{696} I \cdot A = 2^{696} A$$

۱۰۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} 2a & c \\ 2 & -b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b+1 & 2 \\ d & 2a+b \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2a - b + 1 \\ -b - 2a + b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a - b + 1 \xrightarrow{(*)} 2a - -a + 1 \Rightarrow a - \frac{1}{2} \xrightarrow{(*)} b - -\frac{1}{2} \\ 2a + 2b = 1 \Rightarrow b = -a \quad (*) \end{cases}$$

$$a - b = \frac{2}{3}$$

۱۰۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a_{ij} = \begin{cases} i+j & i \leq j \\ j+i & i > j \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{21} \xrightarrow[2 \leq 1]{\text{ضابطه ای دوم}} 1+1=2 \\ a_{22} \xrightarrow[2 \leq 2]{\text{ضابطه ای اول}} 2+2=4 \\ a_{23} \xrightarrow[2 \leq 3]{\text{ضابطه ای اول}} 2+3=5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_{21} + a_{22} + a_{23} = 2 + 4 + 5 = 11$$

۱۰۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: درایه‌های سطر i و ستون j ماتریس AB از ضرب سطر i ماتریس A در ستون j ماتریس B حاصل می‌شود.

طبق نکته‌ی بالا باید سطر دوم ماتریس A را در ستون دوم ماتریس B ضرب کنیم:

$$C = AB = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 1 & -4 \\ 9 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{12} \end{bmatrix}$$

۱۰۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^4 = A^2 \times A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^8 = A^4 \times A^4 = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 16 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^8 - I = \begin{bmatrix} 1 & 16 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 16 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۱۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا ماتریس A را تعیین می‌کنیم:

$$2A = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

اکنون داریم:

$$A \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1(1) + 2(3) & 1(2) + 2(4) \\ -1(1) + 1(3) & -1(2) + 1(4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

۱۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: ماتریس B وارون ماتریس A است، هرگاه $AB = BA = I$ است.

$$A^2 - 2A = O \Rightarrow A^2 = 2A \xrightarrow{\times A^{-1}} A = 2I = 2 \begin{bmatrix} 1 & & \dots & & 0 \\ 0 & 1 & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & 0 \\ 0 & \dots & & 1 & \end{bmatrix}_{n \times n}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس A برابر است با: $\underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_n = 2n$

۱۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = -A \quad A^2 = -A \xrightarrow{\times A} A^2 = -A^2 = -(-A) = A$$

بنابراین: $\Lambda^n = \begin{cases} \Lambda & \text{فرد } n \\ -\Lambda & \text{زوج } n \end{cases}$

پس مجموع درایه‌های ماتریس $A^{10} = -A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$, برابر است با: $-1 + 1 - 2 + 2 = 0$

۱۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: برای ماتریس دلخواه $A_{n \times n}$ و ماتریس همانی I_n داریم:

$$A(B + C) = AB + AC \quad C_{m \times p}, B_{m \times p}, A_{n \times m}$$

نکته: برای ماتریس‌های دلخواه B و C داریم:

$$\underline{A^2} + \underline{5B} + \underline{\Lambda B} = \Lambda(\underbrace{\Lambda + B}_{5I}) + 5B = 5\Lambda + 5B = 5(\Lambda + B) = 5 \times 5I = 25I$$

۱۱۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \times A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = O$$

چون $A^n = O$, پس به ازای هر $n \geq 3$ داریم:

۱۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 14 \\ 1 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس A^2 برابر است با $-29 + 1 + 4 + 14 + 1 + 8 + 1 = 31$

۱۱۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ضرب دو ماتریس وقتی قابل تعریف است که شماره ستون اولی با شماره سطر دومی برابر باشد. لذا ماتریس $A \cdot B^t$ قابل تعریف است.

۱۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A - 2I = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 21 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow 12 + 21 - 7 + 5 = 31$$

۱۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$AB = BA \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & a \\ 2 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & a \\ 2 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 2a - b \\ 7 & a + 2b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 + a & -3 + 2a \\ 4 + b & -2 + 2b \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6 + a - 4 \Rightarrow a = -2 \\ 4 + b - 7 \Rightarrow b = -3 \end{cases} \Rightarrow ab = -6$$

۱۱۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = A$$

بنابراین به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ داریم: $A^n = A$ در نتیجه:

$$A^{100} = A = \begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس A^{100} برابر است با: $1 + 100 - 101 = 100$

۱۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر A و B دو ماتریس تعویض‌پذیر باشند ($AB = BA$)، آن‌گاه همه اتحادهای جبری برای آن‌ها برقرار است. به عنوان مثال:

$$\begin{aligned} (A + B)(A^2 - AB + B^2) &= A^3 + B^3 \\ A^2 - A + I = O &\xrightarrow{\times (A + I)} (A + I)(A^2 - A + I) \\ &= O \xrightarrow{\text{تعویض پذیر}} A^3 + I^3 = O \Rightarrow A^2 = -I \\ \Rightarrow (A^2)^{465} &= (-I)^{465} = -I \Rightarrow A^{1395} = -I \xrightarrow{\times A} A^{1396} = -A \end{aligned}$$

۱۲۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در ضرب ماتریس‌ها داریم

$$\begin{bmatrix} x^2 + 2x & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^2 + 2x \\ 1 \end{bmatrix} = .$$

$$\begin{bmatrix} -x^2 - 2x + 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^2 + 2x \\ 1 \end{bmatrix} = . \Rightarrow -(x^2 + 2x)^2 + 2(x^2 + 2x) + 3 = .$$

$$(x^2 + 2x)^2 - 2(x^2 + 2x) - 3 = . \Rightarrow x^2 + 2x = -1, 3$$

$$x^2 + 2x + 1 = ., x^2 + 2x - 3 = . \Rightarrow x \in \{-3, -1, 1\}$$

۱۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ b & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a+b & 1 \end{bmatrix}$$

با توجه به نکته‌ی بالا، حاصل ضرب ماتریس‌های داده شده برابر است با:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1+2+3+\dots+20 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{20 \times 21}{2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 210 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های این ماتریس برابر ۲۱۰ است.

۱۲۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} A^2 - A + I &\Rightarrow A^2 - (A^2) = (A + I)^2 - A^2 + 2A + I \\ A^2 = A + I &\Rightarrow (A + I) + 2A + I = 2A + 2I \end{aligned}$$

۱۲۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$\begin{aligned} A^2 - I &\Rightarrow (A^2)^{697} - I \Rightarrow A^{1394} - I \Rightarrow A^{1395} - A \\ A^{1395} - A^{1394} &= A - I = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

۱۲۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A = [2i + 3j]_{3 \times 3} \Rightarrow a_{ij} = 2i + 3j$$

بنابراین مجموع درایه‌های ستون دوم این ماتریس برابر است با:

$$a_{12} + a_{22} + a_{32} = (2+6) + (4+6) + (6+6) = 8 + 10 + 12 = 30$$

۱۲۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا طرفین دو تساوی را با هم جمع می‌کنیم:

$$(A + 2B) + (B + 2A) = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 9 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow 3(A + B) = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 12 & 3 \end{bmatrix}$$

اکنون با تقسیم طرفین تساوی لالا بر عدد ۳ خواهیم داشت:

$$A + B = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 12 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

۱۲۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا ماتریس A^2 را محاسبه می‌کنیم:

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -9 & 10 \end{bmatrix}$$

حال داریم:

$$A^4 = A^2 \times A^2 = \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -9 & 10 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -9 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -29 & 30 \\ -45 & 46 \end{bmatrix}$$

۱۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$C^2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 24 \\ \frac{1}{3} & 1 & 2 & 8 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & 1 & 4 \\ \frac{1}{24} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 24 \\ \frac{1}{3} & 1 & 2 & 8 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & 1 & 4 \\ \frac{1}{24} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & - & - & - \\ - & 4 & - & - \\ - & - & 4 & - \\ - & - & - & 4 \end{bmatrix}$$

اجزا سطر ماتریس اول و اجزا ستون همنام ماتریس دوم، وارون هماند و حاصل ضرب متناظر آنها ۱ می‌باشد، در نتیجه هر درایه قطری ماتریس C^2 برابر ۴ می‌باشد که مجموع آنها برابر است با ۱۶.

۱۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اجزاء سطر ماتریس اول در ستون ماتریس دوم نظیر به نظیر ضرب شوند.

$$\begin{bmatrix} 2+2+1 & 4+0-3 \\ 3+8-1 & 6+0+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 10 & 9 \end{bmatrix}$$

۱۳۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2+16-10 & & \\ & +6+21 & \\ & & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & \\ 27 & \\ 6 & \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه‌های قطری آن ۳۷ می‌باشد.

۱۳۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $A^3 = A^2 \times A = A \times A^2$ است:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 7 & -4 \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \times A = \begin{bmatrix} 3 & 7 & -4 \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 32 & -5 \\ & & \end{bmatrix}$$

Y	Y	Y	Y	- 127
Y	Y	Y	Y	- 128
Y	Y	Y	Y	- 129
Y	Y	Y	Y	- 130
Y	Y	Y	Y	- 131
Y	Y	Y	Y	- 94
Y	Y	Y	Y	- 95
Y	Y	Y	Y	- 96
Y	Y	Y	Y	- 97
Y	Y	Y	Y	- 98
Y	Y	Y	Y	- 99
Y	Y	Y	Y	- 70
Y	Y	Y	Y	- 71
Y	Y	Y	Y	- 72
Y	Y	Y	Y	- 73
Y	Y	Y	Y	- 74
Y	Y	Y	Y	- 75
Y	Y	Y	Y	- 76
Y	Y	Y	Y	- 77
Y	Y	Y	Y	- 78
Y	Y	Y	Y	- 79
Y	Y	Y	Y	- 80
Y	Y	Y	Y	- 81
Y	Y	Y	Y	- 82
Y	Y	Y	Y	- 83
Y	Y	Y	Y	- 84
Y	Y	Y	Y	- 85
Y	Y	Y	Y	- 86
Y	Y	Y	Y	- 87
Y	Y	Y	Y	- 88
Y	Y	Y	Y	- 89
Y	Y	Y	Y	- 90
Y	Y	Y	Y	- 91
Y	Y	Y	Y	- 92
Y	Y	Y	Y	- 93
Y	Y	Y	Y	- 94
Y	Y	Y	Y	- 95
Y	Y	Y	Y	- 96
Y	Y	Y	Y	- 97
Y	Y	Y	Y	- 98
Y	Y	Y	Y	- 99
Y	Y	Y	Y	- 100
Y	Y	Y	Y	- 101
Y	Y	Y	Y	- 102
Y	Y	Y	Y	- 103
Y	Y	Y	Y	- 104
Y	Y	Y	Y	- 105
Y	Y	Y	Y	- 106
Y	Y	Y	Y	- 107
Y	Y	Y	Y	- 108
Y	Y	Y	Y	- 109
Y	Y	Y	Y	- 110
Y	Y	Y	Y	- 111
Y	Y	Y	Y	- 112
Y	Y	Y	Y	- 113
Y	Y	Y	Y	- 114
Y	Y	Y	Y	- 115
Y	Y	Y	Y	- 116
Y	Y	Y	Y	- 117
Y	Y	Y	Y	- 118
Y	Y	Y	Y	- 119
Y	Y	Y	Y	- 120
Y	Y	Y	Y	- 121
Y	Y	Y	Y	- 122
Y	Y	Y	Y	- 123
Y	Y	Y	Y	- 124
Y	Y	Y	Y	- 125
Y	Y	Y	Y	- 126
Y	Y	Y	Y	- 1
Y	Y	Y	Y	- 2
Y	Y	Y	Y	- 3
Y	Y	Y	Y	- 4
Y	Y	Y	Y	- 5
Y	Y	Y	Y	- 6
Y	Y	Y	Y	- 7
Y	Y	Y	Y	- 8
Y	Y	Y	Y	- 9
Y	Y	Y	Y	- 10
Y	Y	Y	Y	- 11
Y	Y	Y	Y	- 12
Y	Y	Y	Y	- 13
Y	Y	Y	Y	- 14
Y	Y	Y	Y	- 15
Y	Y	Y	Y	- 16
Y	Y	Y	Y	- 17
Y	Y	Y	Y	- 18
Y	Y	Y	Y	- 19
Y	Y	Y	Y	- 20
Y	Y	Y	Y	- 21
Y	Y	Y	Y	- 22
Y	Y	Y	Y	- 23
Y	Y	Y	Y	- 24
Y	Y	Y	Y	- 25
Y	Y	Y	Y	- 26
Y	Y	Y	Y	- 27
Y	Y	Y	Y	- 28
Y	Y	Y	Y	- 29
Y	Y	Y	Y	- 30
Y	Y	Y	Y	- 31
Y	Y	Y	Y	- 32
Y	Y	Y	Y	- 33
Y	Y	Y	Y	- 34
Y	Y	Y	Y	- 35
Y	Y	Y	Y	- 36
Y	Y	Y	Y	- 37
Y	Y	Y	Y	- 38
Y	Y	Y	Y	- 39
Y	Y	Y	Y	- 40
Y	Y	Y	Y	- 41
Y	Y	Y	Y	- 42
Y	Y	Y	Y	- 43
Y	Y	Y	Y	- 44
Y	Y	Y	Y	- 45
Y	Y	Y	Y	- 46
Y	Y	Y	Y	- 47
Y	Y	Y	Y	- 48
Y	Y	Y	Y	- 49
Y	Y	Y	Y	- 50
Y	Y	Y	Y	- 51
Y	Y	Y	Y	- 52
Y	Y	Y	Y	- 53
Y	Y	Y	Y	- 54
Y	Y	Y	Y	- 55
Y	Y	Y	Y	- 56
Y	Y	Y	Y	- 57
Y	Y	Y	Y	- 58
Y	Y	Y	Y	- 59
Y	Y	Y	Y	- 60
Y	Y	Y	Y	- 61
Y	Y	Y	Y	- 62
Y	Y	Y	Y	- 63

۱- اگر $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -7 & 6 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس A کدام است؟

$\frac{1}{9}(2)$ $\frac{1}{33}(1)$

سراسری \Rightarrow تجربی \Rightarrow ۸۰-۸۱ \Rightarrow سنجش علمی آزمون یار \Rightarrow متوسطه

۲- اگر در دترمینان $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & a \\ 6 & -2 & 3 \end{vmatrix}$ به عنصر واقع در سطر دوم و ستون سوم ۲ واحد اضافه شود به مقدار دترمینان کدام عدد افزوده می‌شود؟

$40(4)$ $30(3)$ $18(2)$ $12(1)$

سراسری \Rightarrow ریاضی \Rightarrow ۸۰

۳- از تساوی $\begin{vmatrix} ab & bc & ca \\ 1 & 1 & 1 \\ c(a+b) & a(b+c) & b(a+c) \end{vmatrix} = 0$ کدام نتیجه گیری درست است؟

a, b و c هر عدد دلخواه‌اند.

$ab + bc + ca = 0$ $abc = 0$ $a + b + c = 0$

سراسری \Rightarrow ریاضی \Rightarrow ۸۱

۴- اگر -5 حاصل دترمینان $\begin{vmatrix} a & b & c+2 \\ a & b+2 & c \\ a+2 & b & c \end{vmatrix}$ کدام است؟

$12(4)$ $4(3)$ $-4(2)$ $-12(1)$

سراسری \Rightarrow ریاضی \Rightarrow ۸۲

۵- اگر $\log_5 \log_2$ باشد، مقدار x کدام است؟

$\frac{3}{2}(4)$ $\frac{4}{3}(3)$ $\frac{5}{4}(2)$ $1(1)$

سراسری \Rightarrow تجربی \Rightarrow ۸۲

۶- اگر $abc \neq 0$ باشد، از معادله کدام نتیجه‌گیری صحیح است؟

$$\begin{vmatrix} 1 & a+1 & b+1 \\ -a & \cdot & c \\ -b & -c & \cdot \end{vmatrix} = 0$$

$-a + b + c = 0$ (۴) $a + b - c = 0$ (۳) $a - b + c = 0$ (۲) $a + b + c = 0$ (۱)

سراسری ریاضی <= تجربی <= ۸۳

۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های سطر اول ماتریس معکوس A^{-1} کدام است؟

۳ (۴) ۱ (۳) -۱ (۲) -۲ (۱)

سراسری تجربی <= ریاضی <= ۸۳

۸- در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = f \\ cx + dy = 1 \end{cases}$ مقدار y کدام است؟

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

معکوس ماتریس ضرایب مجهول، به صورت $x =$ است. اگر $1 =$

۳ (۴) ۲ (۳) -۲ (۲) -۳ (۱)

سراسری ریاضی <= ۸۶

۹- اگر $A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس A^{-1} کدام است؟

۴ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) $\frac{1}{3}$ (۱)

سراسری تجربی <= ۸۶

۱۰- اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس $A^T + A$ کدام است؟

۱۲ (۴) ۱۰ (۳) ۸ (۲) ۶ (۱)

سراسری تجربی <= ۸۷

۱۱- به ازای کدام مجموعه مقادیر α ، معادله‌ی ماتریسی $R(\alpha) \begin{bmatrix} \alpha+1 & 2 \\ -1 & \alpha-1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ 1 \end{bmatrix}$ جواب دارد؟

\emptyset (۳) $R - \{0, 1\}$ (۲) $\{-1, 1\}$ (۱)

سراسری تجربی <= ۸۸

۱۲- اگر a, b دو عدد حقیقی و i, j شماره‌ی سطر و ستون هر درایه باشند، دترمینان ماتریس $A = [ai + bj]_{2 \times 2}$ کدام است؟

$$ab(a + b) \quad a \cdot b \quad a + b \quad \text{صفر} \quad (1)$$

سراسری = ریاضی <= ۸۹

۱۳- اگر $X + \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد وارون ماتریس X کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

سراسری = تجربی <= ۹۱

۱۴- به هر درایه‌ی سطر سوم دترمینان کدام عدد افزوده شود تا مقدار دترمینان ۸ واحد بیشتر گردد؟

$$\begin{vmatrix} 5 & 6 & 7 \\ -2 & 3 & 4 \\ 9 & 1 & 2 \end{vmatrix} \quad 1(3) \quad -1(2) \quad -2(1)$$

سراسری = ریاضی <= ۹۱

۱۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan \alpha \\ \tan \alpha & 0 \end{bmatrix}$ و I ماتریس همانی مرتبه‌ی ۲ باشد. سطر اول ماتریس $(I - A)^{-1}(I + A)$ ، کدام است؟

$$[-\sin 2\alpha \quad \cos 2\alpha] \quad [\sin 2\alpha \quad \cos 2\alpha] \quad [\cos 2\alpha \quad \sin 2\alpha] \quad [\cos 2\alpha - \sin 2\alpha] \quad (1)$$

سراسری = ریاضی <= ۹۲ (سراسری - آزاد)

۱۶- اگر دترمینان $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ bc & ac & ab \\ ac & ab & bc \end{vmatrix}$ کدام است؟

$$\begin{vmatrix} a+b & b & ab \\ b+c & c & bc \\ a+c & a & ac \end{vmatrix} \quad \text{باشد، حاصل دترمینان} \quad D(2) \quad -D(1)$$

abcD \quad (a+b+c)D \quad (3)

سراسری = ریاضی <= ۹۳ (سراسری - آزاد)

۱۷- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ مفروض است. اگر $A \times B$ ماتریس واحد باشد. مجموع درایه‌های سطر اول ماتریس B کدام است؟

$$2/5 \quad 2 \quad 1/5 \quad 1 \quad (1)$$

سراسری = تجربی <= ۹۳ (سراسری - آزاد)

۱۸- اگر $B = \begin{bmatrix} 1 & -6 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 12 & -8 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$ باشند، ماتریس $(A - B)^{-1}$ کدام است؟

۹۴ سراسری = تجربی =>

(۴) $\begin{bmatrix} 0/2 & 0/2 \\ -0/3 & 0/2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 0/2 & -0/2 \\ 0/3 & 0/4 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 0/3 & -0/2 \\ 0/2 & 0/4 \end{bmatrix}$ (۱) $\begin{bmatrix} -0/2 & 0/1 \\ 0/3 & 0/2 \end{bmatrix}$

۱۹- اگر $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ باشند، وارون ماتریس $A \times B$ ، کدام است؟

۹۵ سراسری = تجربی =>

(۴) $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} -4 & -8 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ (۳) $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -7 & -8 \end{bmatrix}$ (۲) $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}$ (۱) $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 7 & -8 \end{bmatrix}$

۲۰- اگر $B = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ باشند، ماتریس $(2B) \cdot A^{-1}$. کدام است؟

۹۶ سراسری = تجربی =>

(۴) $\begin{bmatrix} 10 & -14 \\ -11 & 15 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 10 & -7 \\ -9 & 13 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 8 & -15 \\ -7 & 11 \end{bmatrix}$ (۱) $\begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -11 & 15 \end{bmatrix}$

۲۱- اگر به تمام درایه‌های ستون دوم ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & a & 7 \\ 2 & b & 6 \end{bmatrix}$ ، یک واحد اضافه شود، به مقدار دترمینان ماتریس اولیه، کدام عدد اضافه می‌شود؟

۹۶ سراسری = ریاضی =>

(۴) ۶ (۳) ۳ (۲) -۲ (۱) -۳

۲۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ، از رابطه‌ی ماتریسی $AX - A - 2I = 0$ ، ماتریس X ، کدام است؟

۹۸ سراسری = ریاضی =>

(۴) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ (۱) $\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

۲۳- اگر A ماتریس 3×3 باشد و $|A| = 4$ ، آنگاه دترمینان ماتریس $|A|A$ ، کدام است؟

۲۵۶ (۴) ۹۶ (۳) ۱۲۸ (۲) ۶۴ (۱)

۹۸ سراسری = ریاضی =>

۲۴- اگر B^{-1} کدام ماتریسی وارون پذیر باشد و $A + B - AB$ ، مجموع درایه های ماتریس $B^{-1}B = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$ است؟

۱۵) ۴

۱۴) ۳

۱۲) ۲

۱۰) ۱

آزمونهای گزینه ۲ => سال تحصیلی ۹۷-۹۸ دوازدهم

۲۵- اگر دستگاه $\begin{cases} (m-1)x+y=2 \\ 2x+my=m^2 \end{cases}$ برای m کدام است؟

{-1, 2} (۴)

{1, 2} (۳)

$$\begin{cases} (m-1)x+y=2 \\ 2x+my=m^2 \end{cases}$$

{-1} (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => سال تحصیلی ۹۷-۹۸ دوازدهم

۲۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$ و ماتریس $A - mI$ وارون پذیر نباشد، مجموع مقادیر قابل قبول برای m کدام است؟

{2, 6} (۴)

{2, 4} (۳)

{1, 6} (۲)

{3, 4} (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => سال تحصیلی ۹۷-۹۸ دوازدهم

۲۷- اگر ماتریس $A + I$ و $2A$ وارون هم باشند، ماتریس A^4 کدام است؟

$2A - \frac{3}{4}I$ (۴)

$\frac{3}{4}I - 2A$ (۳)

$2A + \frac{3}{4}I$ (۲)

$\frac{3}{4}I$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => سال تحصیلی ۹۷-۹۸ دوازدهم

۲۸- اگر X در دستگاه $AB - B$ ، مجموع درایه های ماتریس X کدام است؟ $B = \begin{bmatrix} 6 \\ . \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

صفر (۴)

۳ (۳)

-۳ (۲)

۶ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => سال تحصیلی ۹۷-۹۸ دوازدهم

۲۹- از معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} 3 & -7 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} \times B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ، ماتریس B کدام است؟

$\begin{bmatrix} 19 & 21 \\ 8 & 11 \end{bmatrix}$ (۴)

$\begin{bmatrix} 14 & 21 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$ (۳)

$\begin{bmatrix} 19 & 17 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$ (۲)

$\begin{bmatrix} 19 & 21 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$ (۱)

آزمایشی سنجش => سال تحصیلی ۹۷-۹۸ دوازدهم

۳۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 6 & 4|A|^2 \\ 5|A| & |A| \end{bmatrix}$ کدام است؟

$$\frac{1}{4}(4)$$

$$-\frac{1}{4}(3)$$

$$-\frac{3}{4}(2)$$

$$-\frac{7}{8}(1)$$

آزمایشی سنجش => دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۱- دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 5 & -2 \\ 5 & 4 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ کدام است؟

$$40(4)$$

$$20(3)$$

$$-30(2)$$

$$-60(1)$$

آزمایشی سنجش => دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۲- به ازای کدام مقدار m ، دستگاه معادلات $\begin{cases} 3x + my = m + 3 \\ (2m + 1)x + 12y = 4m + 5 \end{cases}$ بیشمار جواب دارد؟

$$5(4)$$

$$4(3)$$

$$-\frac{9}{2}(2)$$

$$-\frac{9}{4}(1)$$

آزمایشی سنجش => دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۳- مقدار دترمینان $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -2 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 \end{vmatrix}$ کدام است؟

$$28(4)$$

$$24(3)$$

$$20(2)$$

$$18(1)$$

آزمایشی سنجش => دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 0 & m & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 5 & m \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس A به ازای کدام مقدار m ماتریس وارون پذیر نیست؟

$$4) هیچ مقدار$$

$$3) هر مقدار$$

$$2) 2$$

$$-2(1)$$

آزمایشی سنجش => دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۵- دترمینان ماتریس کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \\ -2 & -5 & 0 \end{bmatrix}$$

(۱) صفر (۲) -10 (۳) -20 (۴) 20

آزمایشی سنجش = <سال تحصیلی ۹۷-۹۸ دوازدهم>

۳۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 10 \end{bmatrix}$ ، ماتریس X از رابطه $AX - 3A - 4I$ ، کدام است؟

$$\begin{bmatrix} -15 & 7 \\ 13 & -4 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$\begin{bmatrix} -12 & 8 \\ 9 & -4 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

$$\begin{bmatrix} -17 & 14 \\ 8 & -3 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$\begin{bmatrix} -17 & 8 \\ 14 & -3 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

آزمایشی سنجش = <سال تحصیلی ۹۷-۹۸ دوازدهم>

۳۷- اگر $|A| = \begin{bmatrix} |A| & 3 \\ -1 & |A| \end{bmatrix}$ و $|A| > 1$. آنگاه حاصل $|A - 2A|$ کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$-1 \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

آزمونهای گزینه ۲ = <سال تحصیلی ۹۷-۹۸ دوازدهم>

۳۸- مجموعه جواب معادله $\begin{vmatrix} 0 & x-4 & x-3 \\ x+2 & 0 & -2 \\ x+1 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0$ کدام است؟

$$\{-3, 6\} \quad (۴)$$

$$\{-5, 2\} \quad (۳)$$

$$\{-2, 3\} \quad (۲)$$

$$\{-1, 4\} \quad (۱)$$

آزمونهای گزینه ۲ = <سال تحصیلی ۹۷-۹۸ دوازدهم>

۳۹- اگر دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + (b-1)y = 2 \\ (a+2)x + 2by = 3 \end{cases}$ بی شمار جواب داشته باشد، مقدار $b - a$ کدام است؟

$$7 \quad (۴)$$

$$-7 \quad (۳)$$

$$-1 \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

آزمونهای گزینه ۲ = <سال تحصیلی ۹۷-۹۸ دوازدهم>

۴۰- اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس $(A + I)^{-1}$ کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 6 & -4 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$\begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

آزمونهای گزینه ۲ = <سال تحصیلی ۹۷-۹۸ دوازدهم>

۴۱- اگر وارون ماتریس $\begin{bmatrix} m & 1 \\ -1 & -m \end{bmatrix}$ با خودش برابر باشد، دترمینان این ماتریس کدام است؟

$$-\sqrt{2} \quad (4)$$

$$2\sqrt{2} \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = < سال تحصیلی ۹۷-۹۸ دوازدهم = آزمایشی سنجش

۴۲- اگر A^{-1} باشد، دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ کدام است؟

$$2 \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{-1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{-2}{3} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش = < سال تحصیلی ۹۷-۹۸ دوازدهم = آزمایشی سنجش

۴۳- دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 11 \end{bmatrix}$ کدام است؟

$$12 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$-4 \quad (1)$$

آزمایشی سنجش = < سال تحصیلی ۹۷-۹۸ دوازدهم = آزمایشی سنجش

۴۴- اگر $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه $|A \times B|$ کدام است؟

$$260 \quad (4)$$

$$240 \quad (3)$$

$$130 \quad (2)$$

$$120 \quad (1)$$

آزمایشی سنجش = < سال تحصیلی ۹۷-۹۸ دوازدهم = آزمایشی سنجش

۴۵- بهای کدام مقدار m دستگاه معادلات $\begin{cases} mx - 3y = 5 \\ 4x + (m - 8)y = 3m + 4 \end{cases}$ بی شمار جواب دارد؟ هیچ مقدار m

$$6 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

آزمایشی سنجش = < سال تحصیلی ۹۷-۹۸ دوازدهم = آزمایشی سنجش

۴۶- بهای کدام مقدار a ، ماتریس $C = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ وارون پذیر است؟

$$R - \{a\} \quad (4)$$

$$R - \{-a\} \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

$$-8 \quad (1)$$

آزمایشی سنجش = < سال تحصیلی ۹۷-۹۸ دوازدهم = آزمایشی سنجش

۴۷- اگر $A^{-1}B$ باشند، ماتریس $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$ کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 45 \\ -16 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 45 \\ -18 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 47 \\ -16 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 47 \\ -18 \end{bmatrix} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۸- به ازای کدام مقادیر m ، دستگاه معادلات $\begin{cases} (m-1)x + 2y = 5 \\ 5x + (m+2)y = 9 \end{cases}$ جواب دارد؟

$$R - \{-4, 3\} \quad (4)$$

$$R - \{4, -3\} \quad (3)$$

$$\{4, -3\} \quad (2)$$

$$\{-4, 3\} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۹- اگر $|A|$ باشد، $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -3 \\ 4 & -1 & 7 \\ -3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ کدام است؟

$$225 \quad (4)$$

$$215 \quad (3)$$

$$-248 \quad (2)$$

$$-258 \quad (1)$$

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۵۰- اگر A^2 باشد، وارون ماتریس A^2 کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 12 & 9 \\ -7/5 & -10/5 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 12 & -10/25 \\ -9 & 8/5 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 12 & -7/5 \\ -10/5 & 8 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 12 & -11/25 \\ -9 & 8/5 \end{bmatrix} \quad (3)$$

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۵۱- اگر $A^{-1} + A^2$ کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} -1/2 & 0 \\ 0 & -1/2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی ۸۴

۵۲- از رابطه $A \cdot d = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ مقدار d کدام است؟

$\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۱)

۸۰ آزمایشی سنجش => تجربی

۵۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ، معکوس ماتریس A^2 کدام است؟

$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ (۱)

۸۱ آزمایشی سنجش => ریاضی و آزمایشی سنجش => تجربی

۵۴- از رابطه‌ی ماتریسی $A \cdot X = B$ ماتریس X چگونه است؟ (دترمینان ماتریس A غیر صفر است.)

$A^{-1} \cdot B$ (۴) $\frac{B}{A}$ (۳) $A \cdot B^{-1}$ (۲) AB^{-1} (۱)

۸۱ آزمایشی سنجش => تجربی

۵۵- دستگاه معادلات $\begin{cases} m(x - 1) - 3(x - y) = 0 \\ 4x + (m + 1)y = 2 \end{cases}$ به ازای کدام مقدار m بیشمار جواب دارد؟

۵ (۴) ۳ (۳) -۳ (۲) -۵ (۱)

۸۱ آزمایشی سنجش => ریاضی

۵۶- اگر A یک ماتریس 2×2 باشد، که $2A + I_2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ آنگاه دترمینان ماتریس A کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۴) ۳ (۳) صفر $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

۸۲ آزمونهای گزینه ۲ => تجربی

۵۷- مقدار m کدام باشد که دستگاه $\begin{cases} (2m - 1)x - 2y = 0 \\ -5x + (m - 1)y = 0 \end{cases}$ دارای بیشمار جواب باشد؟

$-\frac{3}{2}, 3$ (۴) $\frac{3}{2}$ (۳) فقط -۳ (۲) $-\frac{3}{2}$, $\frac{3}{2}$ (۱)

۸۲ آزمونهای گزینه ۲ => تجربی

-۵۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ باشد عنصر واقع بر سطر دوم و ستون اول در وارون ماتریس $2A$ کدام عدد است؟

۱ (۲) -۴ (۳) ۱ (۲) $\frac{3}{2}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ == تجربی

-۵۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $2A^{-1}$ کدام است؟

۱ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۱)

آزمایشی سنجش == ریاضی == ۸۲ == آزمایشی سنجش == تجربی

-۶۰- اگر $A + I = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ کدام است؟

۲۷ (۴) ۱ (۳) -۸ (۲) -۶۴ (۱)

آزمایشی سنجش == ریاضی == ۸۲ ==

-۶۱- اگر $A + 2I = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس A کدام است؟ (I ماتریس واحد است)

۶ (۴) ۴ (۳) -۴ (۲) -۶ (۱)

آزمایشی سنجش == تجربی == ۸۲ ==

-۶۲- به ازای کدام مقدار m دستگاه معادلات $\begin{cases} my + 2x = 5 \\ y + (m - 1)x = 2m - 3 \end{cases}$ جواب ندارد؟

۲ (۴) ۱ (۳) -۱ (۲) -۲ (۱)

آزمایشی سنجش == ریاضی == ۸۲ ==

-۶۳- اگر $AX - B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ از رابطه $AX - B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ ماتریس X کدام است؟

$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ (۱)

آزمایشی سنجش == ریاضی == ۸۲ ==

۶۴- با فرض $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & a \end{bmatrix}$ مقدار a کدام باشد تا دترمینان ماتریس A^{-1} برابر ۲ باشد؟

$$-\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$-2 \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

۱) صفر

آزمونهای گزینه ۲ == تجربی ۸۲

۶۵- اگر $2A + I_2 = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان $2A^{-1}$ چقدر است؟

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

۱) ۱

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی ۸۲

۶۶- در دترمینان $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ -2 & 2 & 1 \\ a & 2 & -3 \end{vmatrix}$ اگر به عنصر واقع در سطر دوم و ستون سوم ۲ واحد اضافه کنیم، مقدار دترمینان یک واحد اضافه خواهد شد. مقدار a کدام است؟

$$-\frac{5}{2} \quad (4)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$\frac{5}{2} \quad (2)$$

۳) ۱

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی ۸۲

۶۷- تعداد جواب‌های معادله $\begin{vmatrix} 2x & 1 & x+1 \\ x+1 & 9 & 2x \\ x-1 & -1 & 1-x \end{vmatrix} = 0$ چیست؟

$$3 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

۰) ۰

(۴) بی‌شمار

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی ۸۲

۶۸- با فرض آنکه $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \\ x & 1 & 2 \end{vmatrix} = a + x \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$ مقدار a کدام است؟

$$4 \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

-۸) ۱

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی ۸۲

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی

۸۲ == آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی

۴) صفر

$a - b$ (۳)

$$\text{کدام است؟} \quad \begin{vmatrix} a & a \\ a & a \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b & b \\ b & b \end{vmatrix} = ab \quad \text{۶۹- حاصل}$$

آزمونهای گزینه ۲ == تجربی

۸۲ == آزمونهای گزینه ۲ == تجربی

۱) ۴

$\frac{5}{\sqrt{5}}$ (۳)

۵) ۲

$\frac{1}{\sqrt{5}}$ (۱)

$$\text{اگر } A^{-1} \text{ جمع درایه‌های } 2A - I_2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} \text{ چقدر است؟} \quad \text{۷۰- اگر}$$

آزمونهای گزینه ۲ == تجربی

۸۲ == آزمونهای گزینه ۲ == تجربی

۴) ۴

$$\text{اگر } A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \text{ باشد، دترمینان ماتریس } (A \cdot A^{-1} - A) \text{ کدام است؟} \quad \text{۷۱- اگر}$$

۲) ۳

-۲) ۲

-۶) ۱

آزمایشی سنجش == تجربی

۸۳ == آزمایشی سنجش == تجربی

$$\text{در دستگاه } \begin{cases} ax+by=2 \\ cx+dy=-1 \end{cases} \text{ معکوس ماتریس ضرایب مجهولات به صورت } \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \text{ است.} \quad \text{۷۲- در دستگاه}$$

۹) ۴

۷) ۳

۵) ۲

۳) ۱

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی

۸۳ == آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی

۸۱) ۴

$$\text{هرگاه } A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ مقدار دترمینان ماتریس } |A| \cdot A^2 \text{ کدام است؟} \quad \text{۷۳- هرگاه}$$

۱) ۳

۱۶) ۲

$\frac{1}{16}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی

۸۳ == آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی

$$\text{در دترمینان } \begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & a \\ 2 & -5 & 1 \end{vmatrix} \text{ به عنصر واقع در سطر دوم، ستون سوم ۳ واحد اضافه شده است به مقدار دترمینان کدام عدد اضافه می‌شود؟} \quad \text{۷۴- در دترمینان}$$

۱۸) ۴

۱۵) ۳

۶) ۲

۱۲) ۱

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی

۸۳ == آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی

۷۵- با فرض آنکه m کدام است؟

$$\begin{vmatrix} 1 & a & 2 \\ 2a & 2 & 4 \\ 0 & -1-a & -2 \end{vmatrix} = m$$

$$\frac{m}{2} (3) \quad -\frac{m}{2} (2) \quad 2m (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی ۸۳

۷۶- اگر به درایه واقع بر سطر دوم و ستون سوم ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & a & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ واحد بیفزائیم به مقدار دترمینان آن ۶ واحد اضافه می‌گردد، مقدار a کدام است؟

$$\frac{15}{2} (4) \quad 3 (3) \quad -3 (2) \quad -4 (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی ۸۳

۷۷- در ماتریس $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ اگر $a_{ij} = ij - 3i$ باشد، مقدار $|A|$ کدام است؟

$$-4 (4) \quad 4 (3) \quad 8 (2) \quad 1 (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی ۸۳

۷۸- اگر $A^{-1} = 2 \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ دترمینان $3A^2$ کدام است؟

$$\frac{1}{54} (4) \quad \frac{1}{48} (3) \quad \frac{1}{16} (2) \quad \frac{1}{24} (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی ۸۳

۷۹- دترمینان ماتریس $| \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} |$ کدام است؟

$$-12 (3) \quad 12 (2) \quad 1 (1)$$

۴) دترمینان برای آن تعریف نشده است.

آزمونهای گزینه ۲ == تجربی ۸۳

۸۰- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، جمع درایه‌های $(1 - A)^{-1}$ کدام است؟

$$4 (4) \quad -2 (3) \quad -6 (2) \quad 4 (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ == تجربی ۸۳

۸۱- با فرض $A^{-1} = 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $2A$ کدام است؟

$$-\frac{1}{2}(4)$$

$$\frac{1}{4}(3)$$

$$-1(2)$$

$$4(1)$$

آزمونهای گزینه ۲ تجربی == ۸۳

آزمایشی سنجش == ریاضی ۸۳

۸۲- اگر a عدد کدام است؟ $\begin{vmatrix} a & a & a+2 \\ 3a & 3a+2 & 3a \\ 6a+2 & 6a & 6a \end{vmatrix} = 12$

$$\frac{1}{2}(4)$$

$$\frac{1}{10}(3)$$

$$\frac{-1}{2}(2)$$

$$\frac{-1}{10}(1)$$

آزمایشی سنجش == ریاضی ۸۳

۸۳- حاصل دترمینان کدام است؟ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 5 & 7 & 9 \end{vmatrix}$

$$9(4)$$

$$4(3)$$

$$1(2)$$

$$0(1)$$

آزمایشی سنجش == ریاضی ۸۳

۸۴- اگر $\begin{vmatrix} b-a & 1 & 0 \\ -b-1 & -1 & 2a \\ a-b & -1 & 2b \end{vmatrix}$ باشد، مقدار کدام است؟ $\begin{vmatrix} -a & b & a \\ -1 & -b & a \\ a & -b & b \end{vmatrix} = \frac{3}{2}$

$$3a(4)$$

$$3b(3)$$

$$\frac{3}{b}(2)$$

$$\frac{3}{a}(1)$$

آزمایشی سنجش == ریاضی ۸۳

۸۵- با کدام مقادیر a دستگاه معادلات سازگار است؟ $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ a(a+1) \\ 5 \end{bmatrix}$

$$1-1 \text{ و } 3(4)$$

$$-3 \text{ و } 1(3)$$

$$1 \text{ و } 2(-2)$$

$$1 \text{ و } 1(2)$$

آزمایشی سنجش == ریاضی ۸۳

۸۶- به ازای کدام مقدار a دستگاه معادلات $\begin{pmatrix} 3x - y = 1, x + y = a^2 + a + 1, x + 2y = 5 \end{pmatrix}$ جواب دارد؟
 آزمایشی سنجش => تجربی ۸۳

۸۷- اگر $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ و مقدار دترمینان ماتریس $A(A^{-1} - I)$ برابر ۶ باشد، کدام است؟
 ۱) ۲ و ۱ ۲) ۱ و -۳ ۳) ۱ و -۲

آزمایشی سنجش => ریاضی ۸۳

۸۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$ باشد دترمینان ماتریس A^{-1} کدام است؟
 ۱) $\frac{1}{21}$ ۲) $\frac{1}{14}$ ۳) $\frac{1}{7}$ ۴) $\frac{1}{3}$

آزمایشی سنجش => تجربی ۸۴

۸۹- اگر دترمینان معکوس ماتریس $\begin{bmatrix} 3 & a \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ برابر با -۲ باشد a کدام است؟
 ۱) $\frac{31}{4}$ ۲) $\frac{31}{2}$ ۳) $\frac{17}{4}$ ۴) $\frac{17}{2}$

آزمایشی سنجش => تجربی ۸۴

۹۰- مقدار دترمینان $\begin{bmatrix} 7 & -2 & -7 \\ 9 & -2 & -10 \\ 3 & -1 & -3 \end{bmatrix}$ کدام است؟
 ۱) ۳ ۲) -۱ ۳) -۱ ۴) -۲

آزمایشی سنجش => ریاضی ۸۴

۹۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس $(A^{-1} - I)$ کدام است؟
 ۱) ۷ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۱

آزمایشی سنجش => تجربی ۸۴

آزمایشی سنجش =< ریاضی <= ۸۴

$$9(4) \quad 3(3) \quad -3(2) \quad -9(1)$$

۹۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد دترمینان ماتریس ${}^3A^{-1}$ برابر کدام است؟

آزمایشی سنجش =< ریاضی <= ۸۴

$$147(4)$$

آزمایشی سنجش =< تجربی <= ۸۴

$$93- اگر A = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ دترمینان ماتریس } (A^2 - I) \text{ کدام است؟}$$

$$126(3) \quad 114(2) \quad 108(1)$$

آزمایشی سنجش =< ریاضی <= ۸۴

$$8(4)$$

آزمایشی سنجش =< تجربی <= ۸۴

$$94- اگر A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} \text{ دترمینان ماتریس } (A - A^{-1}) \text{ کدام است؟}$$

$$16(3) \quad -16(2) \quad -64(1)$$

آزمایشی سنجش =< ریاضی <= ۸۴

$$7(3)$$

آزمایشی سنجش =< تجربی <= ۸۴

$$6(4)$$

آزمایشی سنجش =< ریاضی <= ۸۴

$$96- اگر A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \text{ باشد دترمینان ماتریس } (I - 2A^{-1}) \text{ کدام است؟}$$

$$4(3) \quad 2(2) \quad -2(1)$$

آزمایشی سنجش =< ریاضی <= ۸۴

$$-\frac{27}{8}(4)$$

آزمایشی سنجش =< ریاضی <= ۸۴

$$97- اگر A = \begin{bmatrix} a & 7 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \text{ و دترمینان ماتریس } {}^3A^{-1} \text{ برابر } \frac{1}{3} \text{ باشد، } a \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{29}{8}(3) \quad -3(2) \quad 3(1)$$

آزمایشی سنجش =< ریاضی <= ۸۴

۹۸- اگر $2A + I = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ ، مقدار دترمینان A کدام است؟

- ۲ (۴) ۲ (۳) - ۱ (۲) ۱ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ == تجربی ۸۴

۹۹- هرگاه $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس $(2A)^{-1}$ کدام است؟

$\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{18}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ == تجربی ۸۴

۱۰۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس $2A^{-1}$ کدام است؟

- ۲ (۴) - ۱ (۳) - ۴ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ == تجربی ۸۴

۱۰۱- هرگاه مقدار دترمینان ماتریس $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ کدام است؟

$\frac{1}{81}$ (۴) ۱ (۳) $\frac{1}{16}$ (۲) $\frac{1}{16}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی ۸۴

۱۰۲- مقدار X از معادله‌ی زیر کدام است؟

$$\begin{vmatrix} X & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} X & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = ۲$$

۲ (۳) ۱ (۲) ۱ (۱) صفر

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی ۸۴

۱۰۳- اگر $a + b + c - x = ۱۶$ و $a + b + c = ۲۰$ باشد مقدار x چقدر است؟

$$\begin{vmatrix} a & b & c + x \\ a & b + x & c \\ a + x & b & c \end{vmatrix} = ۱۶$$

- ۲ (۴) ۲ (۳) - ۱ (۲) ۱ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی ۸۴

۱۰۴ - اگر دستگاه جواب نداشته باشد، مقدار m کدام است؟

$$\begin{cases} (1-m)x + 2y = m \\ -3x + my = 2 \end{cases}$$

۲ (۴) ۱ (۳) ۳ (۲) - ۲ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ == تجربی ۸۴

۱۰۵ - اگر باشد معکوس ماتریس A^3 کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$$

۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

آزمایشی سنجش == ریاضی ۸۴

۱۰۶ - ریشه‌های معادله $x^3 - 1 = 0$ چگونه است؟

$$\left| \begin{array}{ccc} 1 & 4 & x \\ 1 & 2 & x \\ 1 & 8 & x \end{array} \right| = 0$$

۱) فقط یک ریشه ۲) دو ریشه مساوی ۳) سه ریشه متساوی
آزمایشی سنجش == ریاضی ۸۴

۱۰۷ - در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = 4 \\ cx + dy = -1 \end{cases}$ است مقدار $x + y$ کدام است؟

$$\begin{matrix} 5 & (۴) & 4 & (۳) & 3 & (۲) & 2 & (۱) \end{matrix}$$

آزمایشی سنجش == ریاضی ۸۴

۱۰۸ - اگر باشد مجموع درایه‌های ماتریس $A^{-1} A^{-1}$ کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$\frac{-2}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{-1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ == تجربی ۸۵

۱۰۹ - وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & -8 \end{bmatrix}$ کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -8 & 5 \end{bmatrix}$$

۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ == تجربی ۸۵

- ۱۱۰- اگر A ماتریس وارون پذیر و $|A + B| = 2$ آنگاه $\left| I + BA^{-1} \right|$ کدام است؟
- $\frac{1}{2}|A|$ (۴) $\frac{4}{|A|}$ (۳) $\frac{2}{|A|}$ (۲) $2|A|$ (۱)
- آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی = ۸۵

- ۱۱۱- به ازای کدام مقدار m دستگاه سه معادله $4x - 4y = 2$ و $mx + y = 2m$ و $x + 2y = 4$ سازگار هستند؟
- (۱) هیچ مقدار (۲) هر مقدار (۳) 2 (۴) -1
- آزمایشی سنجش == تجربی = ۸۵

- ۱۱۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ ماتریس x از معادله $AX - I$ کدام است؟
- $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$ (۱)
- آزمایشی سنجش == تجربی = ۸۵

- ۱۱۳- اگر هر یک از دو سطر دترمینان را در ۳ و یک ستون آن را در ۲ ضرب کنیم مقدار دترمینان مفروض در کدام عدد ضرب می شود؟
- (۱) -18 (۲) -6 (۳) 6 (۴) 18
- آزمایشی سنجش == ریاضی = ۸۵

- ۱۱۴- اگر دترمینان معکوس ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & a \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ برابر ۲ باشد a کدام است؟
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۳) (۲) -2 (۴) $\frac{1}{3}$ (۱)
- آزمایشی سنجش == ریاضی = ۸۵

- ۱۱۵- اگر دستگاه معادلات $\begin{cases} 2x + ay = 0 \\ bx - y = 0 \end{cases}$ فقط جواب صفر داشته باشد آنگاه:
- (۱) $ab \neq 2$ (۲) $ab = 2$ (۳) $ab = -2$ (۴) $ab = -2$
- آزمونهای گزینه ۲ == تجربی = ۸۶

۱۱۶- به ازای چه مقدار از m ، دستگاه زیر جواب ندارد؟

$$\begin{cases} mx + y = m + 1 \\ 4x + my = 6 \end{cases}$$

۱) صفر

۲) ± 2

۳) ۱

آزمونهای گزینه ۲ == تجربی

۱۱۷- اگر بدانیم $A^{-1} + I = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ آنگاه حاصل دترمینان ماتریس $A + I$ کدام است؟

۱) -۱

۲) $\frac{1}{3}$

۳) $\frac{7}{3}$

۴) ۱

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی

۱۱۸- اگر حاصل دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} x+y+2z & x & y \\ z & 2x+y+z & y \\ z & x & x+2y+z \end{bmatrix}$ درون ماتریس چیست؟

۱) ۱۶

۲) ۱۲

۳) ۱۰

۴) ۸

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی

۱۱۹- اگر A و B ماتریس‌های وارون‌پذیر باشند، کدام ماتریس وارون‌پذیر است؟

۱) $A^{-1}B$

۲) AB

۳) $A - B$

۴) $A + B$

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی

۱۲۰- حاصل دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1+x & y & z \\ x & 1+y & z \\ x & y & 1+z \end{bmatrix}$ کدام است؟

۱) xyz

۲) $x + x + y + z$

۳) $x + y + z$

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی

۱۲۱- اگر به درایه‌ی واقع در سطر دوم و ستون سوم ماتریس $A = \begin{bmatrix} x & 6 & -1 \\ 2 & a & b \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ واحد اضافه کنیم، دترمینان ماتریس

۴ (۴)

۳ (۳)

تغییر نمی‌کند. مقدار x کدام است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی

۸۶

۱۲۲- اگر $\left\{ \begin{array}{l} ax + by = \\ (a+b)x + cy = \end{array} \right.$ چه رابطه‌ای بین a , b , c برقرار باشد تا دستگاه جواب غیرصفر داشته باشد؟

$ac = b^2 + c^2$ (۴)

$b^2 = ac - ab$ (۳)

$ac = b^2 - c^2$ (۲)

$b^2 = ab + ac$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ ==> تجربی

۸۶

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y = ۲ \\ mx - y = ۷ \\ ۱۳x - ۱۰y = ۳ \end{array} \right. \quad -۱ (۴)$$

۱ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ ==> تجربی

۸۶

۱۲۳- به ازای چه مقداری از m دستگاه مقابل سازگار است؟

$m =$ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ ==> تجربی

۸۶

۱۲۴- به ازای کدام مقدار m دستگاه $\left\{ \begin{array}{l} mx + y = ۱۳ \\ my + x = -۱۳ \end{array} \right.$ جواب ندارد؟

$m = \pm ۱$ (۳)

$m = -۱$ (۲)

فقط ۱ (۱)

$m = ۱$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ ==> تجربی

۸۶

۱۲۵- اگر دستگاه $\left\{ \begin{array}{l} ۲x - ay = \\ x - ۴y \end{array} \right.$ دارای جواب‌های متمایز باشد، مقدار a کدام است؟

۸ (۴)

۴ (۳)

-۴ (۲)

-۸ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ ==> تجربی

۸۶

۱۲۶ - اگر $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & -a \end{bmatrix}$ کدام است (A^{-1})^۲ آنگاه، $a \neq \pm 1$

$\frac{1}{a-1} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\frac{1}{a-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۱)

$\frac{1}{a-1} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۴) $\frac{1}{a-1} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۳)

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی == ۸۶ و آزمونهای گزینه ۲ == تجربی == ۸۶

۱۲۷ - اگر A یک ماتریس 2×2 معکوس پذیر باشد و در رابطه $I = 3A + A^{-1}$ صدق کند، دترمینان ماتریس $A - A^{-1}$ کدام است؟

۹ (۴) ۶ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی == ۸۶ و آزمونهای گزینه ۲ == تجربی == ۸۶

۱۲۸ - اگر $B = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های قطر فرعی ماتریس $(B^{-1})^2$ کدام است؟

$-\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{1}{9}$ (۳) $-\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی == ۸۶ و آزمونهای گزینه ۲ == تجربی == ۸۶

۱۲۹ - اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس X از رابطه $AX - I$ کدام است؟

$\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۱)

آزمایشی سنجش == تجربی == ۸۶

۱۳۰ - اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس $A^{-1} 2A$ کدام است؟

$\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$ (۳) $-\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۱)

آزمایشی سنجش == تجربی == ۸۶

۱۳۱ - اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ و I ماتریس یکه باشد از معادله $AX - 5I = 0$ ماتریس X کدام است؟

۸۶ آزمایشی سنجش => تجربی (۴) $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (۱) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

۱۳۲ - اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ مجموعه جواب‌های x از رابطه $|A - xI| = 0$ کدام است؟

۸۶ آزمایشی سنجش => ریاضی (۴) $\{-3, 1, 4\}$ (۳) $\{-2, 2, 5\}$ (۲) $\{-1, 2, 5\}$ (۱) $\{-2, 2, 4\}$

۱۳۳ - در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx + dy = -1 \end{cases}$ مatriس ضرایب $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ کدام است؟

۸۶ آزمایشی سنجش => ریاضی (۴) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (۱)

۱۳۴ - اگر $\begin{vmatrix} 0 & 6 & 8 \\ 3 & 2 & b \\ -3 & a & 5 \end{vmatrix} = 15$ باشد، دترمینان $\begin{vmatrix} 1 & 2 & b \\ 0 & 3 & 4 \\ -1 & a & 5 \end{vmatrix}$ چقدر است؟

۸۶ آزمایشی سنجش => ریاضی (۴) -30 (۳) -90 (۲) 90 (۱) 30

۱۳۵ - اگر $A + I = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس A^3 کدام است؟

۸۶ آزمایشی سنجش => ریاضی (۴) -27 (۳) -8 (۲) 27 (۱) 8

۱۳۶ - از رابطه $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ ماتریس X کدام است؟

۸۶ آزمایشی سنجش => ریاضی (۴) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$ (۱) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

۱۳۷- اگر در دترمینان $\begin{vmatrix} 1 & -2 & a \\ -2 & 4 & -a \\ 3 & 1 & b \end{vmatrix}$ ، عنصر واقع در سطر دوم و ستون سوم را دو برابر کنیم، مقدار دترمینان چه تغییری می‌کند؟

- (۱) دو برابر می‌شود.
- (۲) قرینه می‌شود.
- (۳) ثابت می‌ماند.

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => ۸۶

۱۳۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس $(A^{-1} - I)$ کدام است؟

- (۱) ۴
- (۲) ۶
- (۳) ۷
- (۴) ۸

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۷

۱۳۹- حاصل دترمینان $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 5 & 10 \\ 6 & 9 & 18 \end{vmatrix}$ کدام است؟

- (۱) صفر
- (۲) ۱۲
- (۳) ۱۵
- (۴) ۲۱

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۷ و آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => ۸۷

۱۴۰- اگر $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ و مقدار دترمینان ماتریس $(A^{-1} - I)$ برابر ۶ باشد، a کدام است؟

- (۱) -۲
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۷

۱۴۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس $(A \cdot A^{-1} - A)$ کدام است؟

- (۱) -۶
- (۲) -۲
- (۳) ۲
- (۴) ۴

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۷

اگر -142 باشد، A کدام است؟

$$\begin{vmatrix} a & a & a+2 \\ 3a & 3a+2 & 3a \\ 9a+2 & 9a & 9a \end{vmatrix} = -142$$

$$\frac{1}{2}(4) \quad \frac{1}{10}(3) \quad -\frac{1}{10}(2) \quad -\frac{1}{2}(1)$$

آزمایشی سنجش = ریاضی <= آ>

اگر -143 باشد، مقدار $\frac{a}{b}$ چقدر است؟

$$\begin{vmatrix} a-b & b+1 & b-a \\ -1 & 1 & 1 \\ 9 & 2a & 2b \end{vmatrix} = \frac{3}{2}$$

$$3a(4) \quad 2b(3) \quad \frac{2}{a}(2) \quad \frac{3}{b}(1)$$

آزمایشی سنجش = ریاضی <= آ>

اگر -144 حاصل دترمینان باشد، مقدار $\log abc$ چقدر است؟

$$\begin{vmatrix} \log a & \log bc \\ \log b & \log ac \\ \log c & \log ab \end{vmatrix} = 0$$

$$\log a \log b \log c (4) \quad -\log abc (3) \quad \log abc (2) \quad 0 (صفر)$$

آزمایشی سنجش = ریاضی <= آ>

اگر مقدار دترمینان -145 باشد، a کدام است؟

$$\begin{vmatrix} a & v & v \\ a & 10 & 9 \\ -1 & 3 & 3 \end{vmatrix} = -1 (1)$$

$$2 (4) \quad 1 (3) \quad -2 (2)$$

آزمایشی سنجش = ریاضی <= آ>

اگر دترمینان معکوس ماتریس -146 باشد، a کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 3 & a \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \frac{17}{4} (2) \quad \frac{17}{4} (1)$$

$$\frac{31}{2} (4) \quad \frac{31}{4} (3)$$

آزمایشی سنجش = تجربی <= آ>

۱۴۷ - اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & a \end{bmatrix}$ و دترمینان ماتریس $(A - 2I)$ برابر ۹ باشد، a کدام است؟

۸ (۴) ۷ (۳) ۶ (۲) ۵ (۱)
 آزمایشی سنجش =< تجربی =< ۸۸

۱۴۸ - $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس $(4A^{-1} - I)$ کدام است؟

۳ (۴) ۲ (۳) -۲ (۲) -۳ (۱)
 آزمایشی سنجش =< تجربی =< ۸۸

۱۴۹ - اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & b \end{bmatrix}$ معکوس ماتریس A^4 کدام است؟

$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -4 & -5 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ (۱)
 آزمایشی سنجش =< ریاضی =< ۸۸

۱۵۰ - اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس $A^2 - A^{-1}$ کدام است؟

۴ (۴) ۲ (۳) ۲ (۲) صفر -۳ (۱)
 آزمایشی سنجش =< ریاضی =< ۸۸

۱۵۱ - اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$ ، از رابطه $(A + aA^{-1}) = 8I$ عدد حقیقی a کدام است؟

-۱ (۴) -۲ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)
 آزمایشی سنجش =< ریاضی =< ۸۸

۱۵۲ - اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ و دترمینان ماتریس $(A - aI)$ برابر صفر باشد، مقدار a کدام است؟

۱ و ۶ (۴) ۶ و ۴ (۳) ۴ و ۳ (۲) ۱ و ۸ (۱)
 آزمایشی سنجش =< ریاضی =< ۸۸

۸۹ آزمایشی سنجش = تجربی

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \text{ دترمینان } A^{-1} \text{ کدام است؟} \quad 153 - \text{اگر}$$

۸۹ آزمایشی سنجش = تجربی

$$A \cdot B = I_2 \text{ از رابطه‌ی } B \text{ ماتریس } A \text{ کدام است؟} \quad 154 - \text{اگر}$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{5}{4} & -\frac{3}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

$$\begin{bmatrix} -2 & -6 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$\begin{bmatrix} -2 & 6 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

۸۹ آزمایشی سنجش = تجربی

برابر کدام است؟

$$\left| \begin{array}{l} a^2 + b^2 \frac{1}{c} (a+b)^2 \\ b^2 + c^2 \frac{1}{a} (b+c)^2 \\ c^2 + a^2 \frac{1}{b} (c+a)^2 \end{array} \right|$$

۱۵۵ - حاصل دترمینان

۴) صفر

$$\frac{1}{abc} \quad (۳)$$

abc \quad (۲)

$a^2 + b^2 + c^2 \quad (۱)$

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی

۸۹ - ۹۰ سال تحصیلی

۸۹ آزمایشی سنجش = تجربی

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} \text{ باشد، دترمینان ماتریس } A^{-1} \text{ کدام است؟} \quad 156 - \text{اگر}$$

۳ (۴)

$\frac{1}{3} \quad (۳)$

$-\frac{1}{3} \quad (۲)$

-۳ (۱)

۸۹ آزمایشی سنجش = ریاضی

Sin x \quad (۴)

Cos x \quad (۳)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\operatorname{tg} x \\ \operatorname{tg} x & 1 \end{bmatrix} \text{ حاصل } |A^{-1}| \text{ کدام است؟} \quad 157 - \text{اگر}$$

$\operatorname{Sin}^2 x \quad (۲)$

$\operatorname{Cos}^2 x \quad (۱)$

آزمایشی سنجش = ریاضی <= ۸۹

$$a + b + c = \cdot \quad (۴)$$

-۱۵۸ - اگر باشد، کدام نتیجه‌گیری صحیح است؟

$$\frac{1}{c} \begin{vmatrix} b-a & a+1 & -1 \\ c & \cdot & a \\ c & -c & b \end{vmatrix} = \cdot$$

$$b+c-a \quad (۳) \qquad a+b-c \quad (۲) \qquad a+c-b \quad (۱)$$

آزمایشی سنجش = ریاضی <= ۸۹

$$1 \text{ و } ۳ \quad (۴)$$

-۱۵۹ - اگر $A = \begin{bmatrix} a & -1 \\ ۳ & ۲ \end{bmatrix}$ و حاصل دترمینان ماتریس $(A^2)^{-1}$ برابر ۱ باشد a کدام است؟

$$-1, -3 \quad (۲) \qquad -1, -2 \quad (۱)$$

آزمایشی سنجش = ریاضی <= ۸۹

-۱۶۰ - اگر $A = \begin{bmatrix} ۲ & ۵ & -1 \\ ۳ & ۴ & ۷ \\ ۷ & ۱۲ & ۵ \end{bmatrix}$ مقدار دترمینان ماتریس $\frac{1}{3} A$ کدام است؟

$$\frac{5}{3} \quad (۴) \qquad \frac{7}{8} \quad (۳) \qquad ۰ \text{ صفر} \quad (۲) \qquad -\frac{3}{4} \quad (۱)$$

آزمایشی سنجش = ریاضی <= ۹۰

-۱۶۱ - اگر $A - x \begin{bmatrix} ۵ & ۷ \\ ۲ & ۶ \\ -1 & ۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۵ & ۷ & -3 \\ ۲ & ۴ & x \\ -1 & ۶ & ۳ \end{bmatrix}$ ، مقدار عدد A کدام است؟

$$-116 \quad (۲) \qquad -126 \quad (۱)$$

آزمایشی سنجش = تجربی <= ۹۰

$$\begin{bmatrix} -5 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

-۱۶۲ - از رابطه $\begin{bmatrix} ۱ & ۳ \\ ۲ & ۵ \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$ ، ماتریس X کدام است؟

$$\begin{bmatrix} ۵ & -3 \\ ۲ & 1 \end{bmatrix} \quad (۳) \qquad \begin{bmatrix} ۵ & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (۲) \qquad \begin{bmatrix} -5 & ۳ \\ ۲ & -1 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

آزمایشی سنجش = تجربی <= ۹۰

$$\begin{bmatrix} -6 & 4 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

-۱۶۳ - اگر $A = \begin{bmatrix} ۱ & ۴ \\ ۲ & ۶ \end{bmatrix}$ سطر اول ماتریس A^{-1} کدام است؟

$$\begin{bmatrix} ۶ & -4 \end{bmatrix} \quad (۳) \qquad \begin{bmatrix} -3 & ۲ \end{bmatrix} \quad (۲) \qquad \begin{bmatrix} ۳ & -2 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

۱۶۴ - اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ حاصل دترمینان ماتریس A کدام است؟

۱۰ (۴) ۷/۵ (۳) ۵ (۲) ۲/۵ (۱)

آزمایشی سنجش =< تجربی =< ۹۰

۱۶۵ - اگر $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 9 & 7 \\ 4 & 7 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ حاصل دترمینان ماتریس A کدام است؟

۱۶ (۴) ۱۲ (۳) ۲ (۲) صفر -۹ (۱)

آزمایشی سنجش =< ریاضی =< ۹۰

۱۶۶ - اگر درایه‌ی سطر دوم و ستون سوم ماتریس $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & a \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ را دوباره کنیم، از حاصل دترمینان آن ۹ واحد کاسته می‌شود، در این صورت a کدام است؟

۴) صفر -۱ (۳) -۲ (۲) -۳ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ =< ریاضی =< سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰

۱۶۷ - حاصل دترمینان $\begin{vmatrix} a+b & b+c & c+a \\ a-b & b-c & c-a \\ a & b & c \end{vmatrix}$ کدام است؟

۲(a + b + c) (۴) abc (۳) (a + b + c) (۲) ۱) صفر

آزمایشی سنجش =< ریاضی =< ۹۰

۱۶۸ - کدام نادرست است؟ $(A_{2 \times 2})$

$(\det A)^2 = \det(A^2)$ (۲) $(A^2)^{-1} = (A^{-1})^2$ (۱)

$(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$ (۴) $A \times (B + C) = A \times B + A \times C$ (۳)

آزمونهای گزینه ۲ =< ریاضی =< سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۱۶۹ - در کدام گزینه $A = A^{-1}$ است؟

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ (۴) $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (۳) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۲) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ =< ریاضی =< سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ و آزمونهای گزینه ۲ =< تجربی =< سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۱۷۰ - در دستگاه معادلات $\begin{cases} 2x+ay=2 \\ x+by=5 \end{cases}$ مقدار y برابر یک می باشد. حاصل $2b-a$ چقدر است؟

۵ (۳) ۵ (۴) ۵ (۲) ۵ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۱۷۱ - A یک ماتریس است به طوری که $I = A^2 + A$ در این صورت وارون A^2 کدام است؟

$2I+A$ (۴) $I-A$ (۳) $2I-A$ (۲) $I+A$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۱۷۲ - به ازای کدام مقدار m دستگاه معادلات $\begin{cases} mx+y=-3 \\ 2x+(m-1)y=6 \end{cases}$ بی جواب است؟

۲) گزینه ۱ و ۲ (۴) ۳) هیچ مقدار (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۱۷۳ - اگر $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} + 2X = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل ضرب تمام درایه های ماتریس وارون X کدام است؟

$-\frac{1}{81}$ (۴) $\frac{1}{162}$ (۳) $-\frac{1}{162}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ ==> تجربی => سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۱۷۴ - کدام ویژگی در مورد ماتریس وارون درست است؟ (I ماتریس همانی است).

$(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$ (۲) $(AB)^{-1} = A^{-1} B^{-1}$ (۱)

$I^{-1} = -I$ (۴) $(A^{-1})^{-1} = A$ (۳)

آزمونهای گزینه ۲ ==> تجربی => سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۱۷۵ - به ازای کدام مقدار a معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} 1 & a+1 \\ 4 & a-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ جواب ندارد؟

۲ (۴) ۱ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ ==> تجربی => سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۲۰۱۲

۱۷۶- اگر $A_{2 \times 2}$ ماتریسی وارون پذیر باشد، ماتریس

$$\left(A \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} A^{-1} \right)$$

$$A \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} A \quad (۲)$$

$$A \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} A^{-1} \quad (۴)$$

$$A^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -\sqrt{3} \end{bmatrix} A \quad (۳)$$

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۷۷- حاصل دترمینان

$$\begin{vmatrix} 1 & -b - c & (b + c)^2 \\ 1 & -a - c & (a + c)^2 \\ 1 & -a - b & (a + b)^2 \end{vmatrix} \quad (۱) \text{ صفر}$$

$$(a - b)(b - c)(c - a) \quad (۲)$$

$$a^3 + b^3 + c^3 \quad (۴)$$

$$(a + b)(b + c)(c + a) \quad (۳)$$

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۷۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ ماتریس X از رابطه $AX = A - I$ کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

$$\begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

آزمایشی سنجش ==> تجربی => سال تحصیلی ۹۰-۹۱ و آزمایشی سنجش ==> آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۱۷۹- اگر $[7 \ 5] - A$ و $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ حاصل دترمینان ماتریس $B \times A$ کدام است؟

$$6 \quad (۴)$$

$$2 \quad (۳)$$

$$1 \quad (۲)$$

(۱) صفر

آزمایشی سنجش ==> تجربی => سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۱۸۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ مجموع درایه‌های معکوس ماتریس $(A - 2I)^2$ کدام است؟

$$\frac{3}{2}(4)$$

$$\frac{3}{4}(3)$$

$$\frac{1}{2}(2)$$

$$\frac{1}{4}(1)$$

آزمایشی سنجش = ریاضی => سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۱۸۱- کدام نادرست است؟ (A مربع مرتبه ۲)

$$(\det A)^2 = \det A^2 \quad (2)$$

$$(A^2)^{-1} - (A^{-1})^2 \quad (1)$$

$$(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1} \quad (4)$$

$$A \times (B+C) = A \times B + A \times C \quad (3)$$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ و آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۱۸۲- در دستگاه $\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx + dy = m \end{cases}$ ، وارون ماتریس ضرایب برابر y کدام است؟

$$\frac{1}{3}(4)$$

$$\frac{-1}{3}(3)$$

$$\frac{4}{3}(2)$$

$$\frac{-4}{3}(1)$$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ و آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۱۸۳- اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ و $X_{2 \times 2}$ می‌باشد. مقدار X کدام است؟

$$\begin{bmatrix} \frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 4 & \frac{9}{4} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 8 & \frac{9}{2} \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ و آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۱۸۴- اگر آنگاه $a + c$ کدام است؟

$$0/2(4)$$

$$0/1(3)$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad -0/1(2) \quad -0/2(1)$$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۱-۹۲ و آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۱-۹۲

آزمایشی سنجش = \Rightarrow ریاضی = \Rightarrow سال تحصیلی ۹۱-۹۲

۴۰۰۰ (۴)

۲۰۲۵ (۳)

۱۶۸۱ (۲)

۱۵۲۱ (۱)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

-۱۸۵ اگر

آزمونهای گزینه ۲ = \Rightarrow ریاضی = \Rightarrow سال تحصیلی ۹۲ - ۹۳

۱۶ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

$$|A| A^2 = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

-۱۸۶ اگر

آزمایشی سنجش = \Rightarrow تجربی = \Rightarrow سال تحصیلی ۹۲-۹۳ و آزمایشی سنجش = \Rightarrow آزمونهای سال سوم = \Rightarrow سال تحصیلی ۹۳

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

-۱۸۷ اگر

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

(۴)

$$\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

(۳)

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}$$

(۲)

$$\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

(۱)

آزمایشی سنجش = \Rightarrow تجربی = \Rightarrow سال تحصیلی ۹۲-۹۳ و آزمایشی سنجش = \Rightarrow آزمونهای سال سوم = \Rightarrow سال تحصیلی ۹۳

۱۱۵ (۴)

$\frac{8}{3}$

-۸ (۲)

۸ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ = \Rightarrow تجربی = \Rightarrow سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

$$-\frac{8}{3}$$

$$\frac{8}{3}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

آزمونهای گزینه ۲ = \Rightarrow تجربی = \Rightarrow سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 9 \\ 2 & x & 1 \\ 1 & 7 & 2 \end{vmatrix} = A + x \begin{vmatrix} 2 & 9 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

-۱۸۹ اگر

۱۱۲ (۳)

۹۶ (۲)

۸۵ (۱)

آزمایشی سنجش = \Rightarrow ریاضی = \Rightarrow سال تحصیلی ۹۲-۹۳

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

-۱۹۰ اگر

$$-\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$-1$$

$$1$$

آزمونهای گزینه ۲ = \Rightarrow تجربی = \Rightarrow سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۱۹۱- اگر $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \\ a & a+b & b \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & a+b & b \\ 2 & 3 & 5 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ کدام است؟

باشد، حاصل $3b - 2a$

۶) ۴ ۴) ۳ ۲(۲ ۳(۱

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۱۹۲- در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx + dy = -1 \end{cases}$ ، وارون ماتریس ضرایب، به صورت $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ است. $x + y$ کدام است؟

۴) ۴ ۲(۳ -۲(۲ -۴(۱

سوالات گردآوری شده => سری ۱ => سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ و سراسری => ریاضی =>

۱۹۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $(2A - 3I)$ کدام است؟

۳۶) ۴ ۳۹) ۳ ۴۳) ۲ ۴۷) ۱

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۲-۹۳ و آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۱۹۴- اگر $\begin{vmatrix} a & b & 2c \\ a+b & 2 & -1 \\ 2a & 1 & 3 \end{vmatrix} = 5$ باشد و به درایه‌ی سطر اول و ستون اول ۱ واحد اضافه کنیم، حاصل دترمینان ماتریس

جدید کدام خواهد بود؟

۱۲) ۴ ۳۹) ۳ ۱۴) ۲ $a - b + c$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۱۹۵- تعداد ریشه‌های $a > b > 0$ ، $\begin{vmatrix} a^2 & b^2 & x^2 \\ a & b & x \\ a^3 & b^3 & x^3 \end{vmatrix}$ - ۰

صفر ۴) ۱(۳ ۲(۲ ۳(۱

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۹۶- دترمینان ماتریس

$$\begin{bmatrix} 2 & -x & 3 & -1 \\ 5 & x & 0 & 2 \\ 1 & x & x & 3 \\ -4 & 2x & -6 & 2 \end{bmatrix}$$

۲)

بهازای چند مقدار x برابر صفر است؟

۳) هیچ مقدار

۴) بی شمار مقدار

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۹۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ و $XA - I$ باشد. مجموع درایه‌های ماتریس X کدام است؟

۰/۵ (۴)

۰/۴ (۳)

۰/۳ (۲)

۰/۲ (۱)

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۹۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ ماتریس X از رابطه $AX = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ کدام است؟

$\begin{bmatrix} -5 & 4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ (۴)

$\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (۳)

$\begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (۲)

$\begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ (۱)

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۹۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ باشد معکوس ماتریس A^2 کدام است؟

$\begin{bmatrix} 64 & 27 \\ 45 & 19 \end{bmatrix}$ (۴)

$\begin{bmatrix} 64 & -27 \\ -45 & 19 \end{bmatrix}$ (۳)

$\begin{bmatrix} -64 & 27 \\ 45 & -19 \end{bmatrix}$ (۲)

$\begin{bmatrix} 64 & 27 \\ 45 & 19 \end{bmatrix}$ (۱)

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۲۰۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$ مجموع درایه‌های ماتریس X از رابطه $AX - 3A - 2I$ کدام است؟

۸ (۴)

-۷ (۳)

۶ (۲)

-۵ (۱)

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۲۰۱- بهازای کدام مقدار a ماتریس $\begin{bmatrix} 3 & a-3 \\ a+1 & 4 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نیست؟

-۵، ۲ (۴)

-۳، ۵ (۳)

-۲، ۵ (۲)

-۳، ۲ (۱)

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۲۰۲- دترمینان کدام ماتریس، مربع کامل است؟

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 1 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 9 \end{bmatrix} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۲۰۳- اگر $B + A^{-1} = 3I$ و $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -5 & 7 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس B کدام است؟ (I ماتریس واحد است.)

$$\frac{1}{5} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{5} \quad (3)$$

$$-5 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ ==> تجربی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۲۰۴- ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ و $A - 4I$ معکوس یکدیگرند. مقدار a کدام است؟

$$-3 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۲۰۵- اگر در حل دستگاه $\begin{cases} ax + by = 4 \\ cx + dy = -5 \end{cases}$ به کمک روش ماتریس وارون، ماتریس $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ وارون ماتریس ضرایب باشد، مقدار $x + y$ کدام است؟ (a, b, c, d اعدادی حقیقی هستند.)

$$-24 \quad (4)$$

$$-25 \quad (3)$$

$$-26 \quad (2)$$

$$-28 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ ==> تجربی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۲۰۶- اگر $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس A کدام است؟

$$3 \quad (4)$$

$$-3 \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ ==> تجربی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۲۰۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، کدام است؟ $(A^{-1})^*$ ماتریس الحاقی A است.

$$\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -2 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۰۸- اگر $\begin{vmatrix} n & n-9 & n-6 \\ n & n & n+1 \\ n & n & n \end{vmatrix} = 18$ باشد، n کدام است؟

$$-1 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$-2 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۰۹- اگر $A + A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان A^{-1} کدام است؟

$$2 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

$$\frac{5}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۱۰- ماتریس $\begin{bmatrix} a & -1 \\ 1 & a \end{bmatrix}$ وارون‌پذیر نیست. مجموع درایه‌های مربع ماتریس کدام است؟

$$16 \quad (4)$$

$$12 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$12 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۱۱- حاصل دترمینان $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b+c & c+a & a+b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ کدام است؟

$$\text{صفر} \quad (4)$$

$$2(a+b+c) \quad (3)$$

$$abc \quad (2)$$

$$a+b+c \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۱۲- مجموع ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 5x + 2 = 0$ کدام است؟

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 5 \\ x & x & 2 \\ x & x & x \end{vmatrix}$$

۶ (۴) ۳ (۳) ۸ (۲) ۴ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۲۱۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ ماتریس X از رابطه $A^2 X = 49I$ کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 31 & -18 \\ -30 & 19 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 19 & 18 \\ -30 & 31 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -31 & 18 \\ 30 & -19 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 19 & -28 \\ -11 & 21 \end{bmatrix}$$

(۴) (۳) (۲) (۱)

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۲۱۴- A^{-1} معکوس ماتریس کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -0/5 & 0 \\ 0 & -0/5 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -0/2 & 0 \\ 0 & -0/2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0/2 \\ 0/2 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0/5 \\ 0/5 & 0 \end{bmatrix}$$

(۴) (۳) (۲) (۱)

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۲۱۵- مجموع درایه‌های معکوس ماتریس $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 0/21 & 0 \\ 0/28 & 0/14 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0/36 & 0 \end{bmatrix}$$

(۴) (۳) (۲) (۱)

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۲۱۶- اگر $B = A^2 - 7I$ باشد ماتریس B^{-1} کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

(۴) (۳) (۲) (۱)

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۲۱۷- از معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 1 \\ y & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$ مقدار x کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$$

(۴) (۳) (۲) (۱)

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۲۱۸- اگر $B = A^2 - 2A$, $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}$ کدام است؟

$-\frac{1}{4}(4)$ $\frac{1}{2}(3)$ $\frac{1}{8}(2)$ $\frac{1}{4}(1)$

آزمایشی سنجش == ریاضی => سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۲۱۹- اگر $A^3 = 7I$ وارون ماتریس $I - A^{-2}$ کدام است؟

$\frac{1}{8}(A + I)(4)$ $\frac{1}{4}(A - I)(3)$ $\frac{1}{4}(A + I)(2)$ $A + I(1)$

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۲۲۰- اگر a و b دو عدد حقیقی غیر صفر باشند، حاصل دترمینان ماتریس $[a_{ij}] = [ai + bj]_{3 \times 3}$ کدام است؟

$a^2 b + ab^2 (3)$ $a^3 + b^3 (2)$ $a^2 + b^2 (1)$

آزمایشی سنجش == ریاضی => سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۲۲۱- اگر A^* مجموع درایه‌های ماتریس $A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$ کدام است؟

$\frac{5}{2}(4)$ $2(3)$ $\frac{3}{2}(2)$ $1(1)$

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۲۲۲- کدام نقطه روی خط $x - 2y + 1 = 0$ قرار دارد؟

$(3, 2)(4)$ $(4, -8)(3)$ $(0, 0)(2)$ $(5, 14)(1)$

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۲۲۳- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ مفروض است. اگر $A + B - I$, مجموع درایه‌های ماتریس B^{-1} کدام است؟

$-\frac{5}{4}(4)$ $-\frac{3}{4}(3)$ $-\frac{1}{4}(2)$ $-\frac{1}{8}(1)$

آزمونهای گزینه ۲ == تجربی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

-۲۲۴- اگر $A = \frac{1}{4}[(i - j)]_{3 \times 3}$ کدام است؟

۴) صفر

$\frac{1}{16}(3)$

$\frac{1}{64}(2)$

$\frac{1}{4}(1)$

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

$$\text{کدام است؟} \quad \begin{vmatrix} x & -3x & 2 \\ 0 & 2x & 1 \\ 1 & x & 1 \end{vmatrix} + x \begin{vmatrix} x & -3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 8 \quad -\text{مقدار } X \text{ از معادله}$$

۴) ± 4

$\pm 6(3)$

$\pm 2(2)$

$\pm 1(1)$

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

-۲۲۶- A ماتریسی مربعی است که در رابطه $A^2 - A = 5I$ صدق می‌کند. دترمینان ماتریس A کدام است؟

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 7 & -9 \end{bmatrix} = 5I$$

۴) ۵

۳) ۲۵

۲) ۱۰

۱) ۱

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

-۲۲۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & a \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ و دترمینان ماتریس $A^2 - A$ برابر ۹ باشد، مقدار a کدام است؟

۴) -۱ یا ۵

۳) ۱ یا ۵

۲) ۱ یا -۵

۱) -۱ یا ۵

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

-۲۲۸- اگر A یک ماتریس 3×3 با دترمینان ۲ باشد، دترمینان وارون ماتریس $2A^{-1}$ کدام است؟

۴) 2^{-8}

۳) 2^{-6}

۲) 2^{-4}

۱) 2^{-5}

آزمونهای گزینه ۲ ==> ریاضی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

-۲۲۹- اگر ماتریس $B = \begin{bmatrix} m & 3 \\ 4 & 25m \end{bmatrix}$ کدام است؟

۴) -۵

۳) -۴

۲) -۳

۱) -۲

آزمونهای گزینه ۲ ==> تجربی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۲۳۰- اگر $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

$\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۲۳۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 6 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

-۱۲۸ (۴) ۱۶ (۳) -۶۴ (۲) ۳۲ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۲۳۲- حاصل کدام است؟

$$\left| \begin{array}{ccc} x & 12 & 6 + 7x \\ y & 28 & 14 + 7y \\ z & 4 & 2 + 7z \end{array} \right|$$

۷(x + y + z) (۲) x + y + z (۱)

(۴) صفر ۲۲ (۳)

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۲۳۳- اگر $A + 2I$ کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} \frac{3}{16} & -\frac{1}{16} \\ -\frac{1}{16} & \frac{3}{16} \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -\frac{3}{8} & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} & -\frac{3}{8} \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} \frac{3}{8} & -\frac{1}{8} \\ -\frac{1}{8} & \frac{3}{8} \end{bmatrix}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۲۳۴- با توجه به معادله مقدار x کدام است؟

$$\left| \begin{array}{ccc} x & -2x & -1 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & -3 \end{array} \right| + x \left| \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \\ -1 & 4 & 5 \end{array} \right| = 8$$

-۳ (۴) -۴ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۲۳۵- اگر $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 7 & 4 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس B باشد، کدام است؟

(۱) ۵۰ (۲) صفر (۳) -۳۰ (۴) ۳۰

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۲۳۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}$ باشد ماتریس B از رابطه $A \cdot B = 23I$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۲۳۷- اگر $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، معکوس ماتریس $(A - 2B)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۲) $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (۴) $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۲۳۸- اگر $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 5 & 3 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس B باشد، کدام است؟

(۱) ۳۲ (۲) ۳۵ (۳) ۴۱ (۴) ۳۷

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۳۹- اگر $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+a \end{vmatrix} = 0$ باشد، عدد a کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) -۱

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۴۰- اگر $B = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس B باشد، کدام است؟

(۱) -۳۱۲ (۲) -۲۷۸ (۳) ۳۰۶ (۴) ۲۵۸

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۴۱- اگر $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ کدام است؟

۱۱ (۱) -۶ (۲) ۵ (۳) ۴) صفر آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۴۲- ماتریس X از رابطه $\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \cdot X = I_{2 \times 2}$ کدام است؟

۱۱ (۱) $\begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}$ (۴) آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶ و آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۴۳- اگر دستگاه $\begin{cases} mx - 2y = 3 \\ 6x - 3my = n \end{cases}$ دارای بیشمار جواب باشد، مقدار $m + n$ کدام است؟

۱۱ (۱) -۱۳ (۲) ۲۲ (۳) $\frac{17}{2}$ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => تابستان ۸۳ و آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => تابستان ۸۳

۲۴۴- اگر $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ a & 3 \end{bmatrix}$ مقدار دترمینان ماتریس $(A^{-1})^2$ کدام است؟

۱۱ (۱) $\frac{1}{4a}$ (۲) $\frac{1}{2a}$ (۳) $\frac{1}{2a}$ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => تابستان ۸۳ و آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => تابستان ۸۳

۲۴۵- اگر دستگاه $\begin{cases} mx - 2y = 3 \\ 6x - 3my = n \end{cases}$ دارای بیشمار جواب باشد، مقدار $n + m$ کدام است؟

۱۱ (۱) -۱۳ (۲) ۲۲ (۳) $\frac{17}{2}$ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => تابستان ۸۳ و آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => تابستان ۸۳

$$\frac{c + \sqrt{b}}{c - \sqrt{b}} \text{ کدام است؟}$$

۳ (۴)
 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳)
-۳ (۲)
 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ == ریاضی == تابستان ۸۳ و آزمونهای گزینه ۲ == تجربی == تابستان ۸۳

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = ad - bc \quad \text{و} \quad |A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

پس: $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^{-1}| = 12 + 21 = 33 \Rightarrow |A| = \frac{1}{33}$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
راه حل دوم:

$$\cdot |A| = \frac{1}{33} \quad |A^{-1}| = 12 + 21 = 33 \quad \text{پس} \quad |A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

می‌دانیم

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & a+2 \\ 6 & -2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & a \\ 6 & -2 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \\ 6 & -2 & 3 \end{vmatrix} = |A| + (-2) \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 6 & -2 \end{vmatrix} = |A| + 40$$

بسط بر حسب سطر دوم

پس ۴۰ واحد اضافه می‌شود بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} ab & bc & ca \\ 1 & 1 & 1 \\ c(a+b) & a(b+c) & b(a+c) \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{جمع سطر اول با سوم}} \begin{vmatrix} ab & bc & ca \\ 1 & 1 & 1 \\ ab+ac+bc & ab+ac+bc & ab+ac+bc \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{سطر سوم } k \text{ برابر سطر دوم}} .$$

یعنی دترمینان همواره صفر است، پس a و b و c دلخواه هستند.

$$\begin{vmatrix} a & b & c+2 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix} = a(4) + 2(-2b - 2c - 4) \Rightarrow -4(a + b + c) - 8 = 20 - 8 = 12$$

۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر سطر اول را از سطرهای دوم و سوم کم کنیم خواهیم داشت:

$$\log(3x-2) = (\log 5)^2 - (\log 2)^2$$

۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\log(3x-2) = (\log 5 - \log 2) \underbrace{(\log 5 + \log 2)}$$

$$\log(3x-2) = \log \frac{5}{2} \Rightarrow 3x-2 = \frac{5}{2} \Rightarrow 3x = \frac{9}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} 1 & a+1 & b+1 \\ -a & \cdot & c \\ -b & -c & \cdot \end{vmatrix} \xrightarrow[\text{سطر دوم } b]{\substack{\text{جمع } a \text{ برای سطر اول با} \\ \text{بسط بر حسب سطر اول}}} \begin{vmatrix} 1 & a+1 & b+1 \\ \cdot & a(a+1) & a(b+1)+c \\ \cdot & b(a+1)-c & b(b+1) \end{vmatrix} = \cdot$$

$$\xrightarrow{\substack{\text{ab}(a+1)(b+1) - [(b(a+1)-c)(a(b+1)+c)] = \cdot \Rightarrow \\ ab(a+1)(b+1) - ab(a+1)(b+1) - bc(a+1) + ac(b+1) + c^2 = \cdot \Rightarrow \\ c(-ab - b + ab + a + c) = \cdot \Rightarrow c(a - b + c) = \cdot \Rightarrow a - b + c = \cdot}}$$

۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow (A^T)^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -2 & -6 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ \frac{3}{4} & \frac{7}{4} \end{bmatrix}$$

مجموع درایه های سطر اول = $\frac{-1}{2} - \frac{3}{4} = -2$

۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} ax + by = f \\ cx + dy = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$Ax - B \Rightarrow X - A^{-1}B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -f & 1 \\ 2f - 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{x=1} \begin{cases} -f - 1 \\ y - 2f - 1 \end{cases} \Rightarrow y = -3$$

۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \frac{1}{|\bar{A}|} = 2$$

۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^T = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 9 \\ -12 & 13 \end{bmatrix}$$

$$A^T + A = \begin{bmatrix} -8 & 9 \\ -12 & 13 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & 12 \\ -16 & 18 \end{bmatrix} \rightarrow |A^T + A| = -180 + 192 = 12$$

۱۱- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} \alpha + 1 & 2 \\ -1 & \alpha - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} (\alpha + 1)x + 2y = \alpha \\ -x + (\alpha - 1)y = 1 \end{cases}$$

$$\frac{\alpha + 1}{-1} \neq \frac{2}{\alpha - 1} \Rightarrow \alpha^2 - 1 \neq -2 \Rightarrow \alpha^2 \neq -1 \Rightarrow \alpha \in \mathbb{R}$$

۱۲- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$A = [ai + bj] = \begin{bmatrix} a+b & a+2b & a+3b \\ 2a+b & 2a+2b & 2a+3b \\ 3a+b & 3a+2b & 3a+3b \end{bmatrix} : |A| \xrightarrow[\text{به دوم و سوم}]{\text{- برابر ستون اول}} \begin{bmatrix} a+b & b & 2b \\ 2a+b & b & 2b \\ 3a+b & b & 2b \end{bmatrix} = .$$

۱۳- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$X = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$X^{-1} = \frac{1}{4-3} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}, \quad |A| \neq 0 : \text{ توجه}$$

۱۴- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} 5 & 6 & 7 \\ -2 & 3 & 4 \\ 9+x & 1+x & 2+x \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 5 & 6 & 7 \\ -2 & 3 & 4 \\ 9 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \lambda \Rightarrow \begin{vmatrix} 5 & 6 & 7 \\ -2 & 3 & 4 \\ x & x & x \end{vmatrix} = \lambda \Rightarrow x = -2$$

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a' & b' & c' \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+a' & b+b' & c+c' \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \quad \text{توجه:}$$

۱۵- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$(I - A)^{-1} = \left(\begin{bmatrix} 1 & \tan \alpha \\ -\tan \alpha & 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \begin{bmatrix} 1 & -\tan \alpha \\ +\tan \alpha & 1 \end{bmatrix} ;$$

$$(I + A) = \begin{bmatrix} 1 & 1 - \tan \alpha \\ 1 + \tan \alpha & 1 \end{bmatrix}$$

$$(I - A)^{-1}(I + A) = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \begin{bmatrix} 1 & -\tan \alpha \\ +\tan \alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\tan \alpha \\ \tan \alpha & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 - \tan^2 \alpha & -2\tan \alpha \\ 1 + \tan^2 \alpha & 1 + \tan^2 \alpha \end{bmatrix} = [\cos 2\alpha \quad -\sin 2\alpha]$$

۱۶- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. از روش عددگذاری استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -4 \\ K = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 4 \end{cases} \Rightarrow K = -D$$

۱۷- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. از این‌که حاصل $A \times B = I$ ، ماتریس واحد (I) است نتیجه می‌گیریم که دو ماتریس A و B، وارون یکدیگرند. یعنی:

$$A \times B = I \Rightarrow B = A^{-1}$$

می‌دانیم وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix}$ به صورت $A^{-1} = \frac{1}{|A|} A = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ است.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 12 - 12 = 0, \quad A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

در این مثال:

بنابراین سطر اول این ماتریس به صورت $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$ می‌باشد که مجموع درایه‌های آن برابر ۲ است.

۱۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A - B = \begin{bmatrix} 12 & -8 \\ 10 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

می‌دانیم که وارون یک ماتریس مربعی از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{*} (A - B)^{-1} = \frac{1}{2 \times 2 - 3 \times (-2)} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ -3/10 & 1/2 \end{bmatrix}$$

بنابراین داریم:

۱۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A \times B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 - 12 & 0 + 4 \\ 2 - 9 & 0 + 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 4 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(A \times B)^{-1} = \frac{1}{-24 + 28} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 7 & -8 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 7 & -8 \end{bmatrix}$$

۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 12 - 10 = 2 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \times 2B = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 - 6 & -24 + 10 \\ -20 + 9 & 30 - 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -14 \\ -11 & 15 \end{bmatrix}$$

۲۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در حقیقت باید حاصل $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 5 & a+1 & 7 \\ 3 & b+1 & 6 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & a & 7 \\ 3 & b & 6 \end{vmatrix}$ را به دست آوریم. از قاعده تفکیک استفاده کرده می‌نویسیم:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 5 & 1 & 7 \\ 3 & 1 & 6 \end{vmatrix} = 2(v - u) - 1(30 - 21) + 4(5 - 3) = -2 - 9 + 8 = -3$$

- ۲۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طرفین تساوی داده شده را در A^{-1} از سمت چپ ضرب می‌کنیم.

$$AX = A - 2I \xrightarrow{A^{-1} \times} X = I - 2A^{-1} \quad (1)$$

$$A^{-1} = \frac{1}{6-4} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

حال از تساوی‌های ۱ و ۲ نتیجه می‌گیریم:

- ۲۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\|A|A| = |A|^3 |A| = |A|^4 = 4^4 = 256$$

- ۲۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ با شرط $ad - bc \neq 0$, برابر است با:
ابتدا داریم:

$$A + B = \lambda AB \xrightarrow{A^{-1} \times} I + A^{-1} B \xrightarrow{\times B^{-1}} B^{-1} + A^{-1} = \lambda I \quad (*)$$

اکنون وارون ماتریس A را به دست می‌آوریم:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{20-21} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -7 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 7 & -5 \end{bmatrix}$$

با جایگذاری در (*) داریم:

$$B^{-1} + A^{-1} = \lambda I \Rightarrow B^{-1} + \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 7 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} 12 & -3 \\ -7 & 13 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس B^{-1} برابر ۱۵ است.

-۲۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: برای دستگاه دو معادله و دو مجهول $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ، سه حالت امکان‌پذیر است:

الف) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ ، آنگاه دستگاه یک جواب یکتا دارد.

ب) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ ، آنگاه دستگاه فاقد جواب است.

پ) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ ، آنگاه دستگاه بی‌شمار جواب دارد.

$$\frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} \neq \frac{2}{m^2} \quad \text{داشته باشیم: } \begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ 2x + my = m^2 \end{cases}$$

$$\frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} \Rightarrow m^2 - m = 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow m = 2, m = -1$$

اکنون قابل قبول بودن هر یک از این مقادیر را بررسی می‌کنیم.

$$\frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} \neq \frac{2}{m^2}: \quad \begin{cases} m = 2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} & \times \\ m = -1 \Rightarrow \frac{-2}{2} = \frac{1}{-1} \neq \frac{2}{1} & \checkmark \end{cases}$$

بنابراین فقط $m = -1$ قابل قبول است.

-۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: ماتریس مربعی A وارون‌پذیر است، اگر و تنها اگر: $|A| \neq 0$

نکته: دترمینان ماتریس $|A| = ad - bc$ برابر است با: $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A - ml = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} m & 1 \\ 0 & m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-m & 1 \\ 6 & 4-m \end{bmatrix}$$

طبق فرض $A - ml$ وارون‌پذیر نیست، پس:

$$|A - ml| = \left| \begin{bmatrix} 3-m & 1 \\ 6 & 4-m \end{bmatrix} \right| = 0 \Rightarrow (3-m)(4-m) - 6 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 7m + 12 - 6 = 0 \Rightarrow m^2 - 7m + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (m-1)(m-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 6 \end{cases}$$

-۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر دو ماتریس مربعی A و B به گونه‌ای باشند که $AB - BA = I$ ، آنگاه A و B وارون یکدیگرند.

نکته: اگر ماتریس‌های A و B تعویض‌پذیر باشند ($AB - BA = 0$)، آنگاه همه اتحادهای جبری برای آنها برقرار است.

نکته: ماتریس همانی I با هر ماتریسی تعویض‌پذیر است ($(AI - IA) = 0$).

طبق فرض دو ماتریس $I + A$ و $2A$ وارون یکدیگرند، پس با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$$\begin{aligned} 2A(A + I) = I &\Rightarrow 2A^2 + 2A = I \Rightarrow 2A^2 = I - 2A \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4A^4 = (I - 2A)^2 = I + 4A^2 - 4A \\ &\Rightarrow 4A^4 = I + 2(2A^2) - 4A \xrightarrow{2A^2 = I - 2A} I + 2(I - 2A) - 4A = 2I - 8A \Rightarrow A^4 = \frac{3}{4}I - 2A \end{aligned}$$

-۲۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: در دستگاه دو معادله و دو مجهول $AX = B$ ، با شرط $\neq |A|$ می‌توان مجہولات را از رابطه‌ی $X = A^{-1}B$ به دست آورد.

$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ ، آنگاه با شرط $\neq ad - bc$ داریم:

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\begin{aligned} X = A^{-1}B &\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2+2} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 12 \\ -12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix} \\ &\Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow x + y = 3 - 3 = 0 \end{aligned}$$

-۲۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$B = A^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 21 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$$

-۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$|A| - |A| \begin{vmatrix} 6 & 4|A|^2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 6 & 4|A|^2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} - 1 \Rightarrow 6 - 20|A|^2 - 1$$

$$|A|^3 - 1 = \frac{-7}{8} |A| \quad \text{پس } |A| = \frac{1}{2} \quad \text{یا } \left| A^2 \right| = \frac{1}{3}$$

-۳۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} 1 & 11 & -2 \\ 0 & 19 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 11 & -2 \\ 19 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

مضربی از سطر سوم را به سطر دیگر اضافه می‌کنیم.

پس حاصل برابر $-(22 + 38) - 60$ است.

-۳۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

شرط بی‌شماری جواب:

$$\frac{3}{4m+1} = \frac{m}{12} = \frac{m+3}{4m+5}$$

جواب مشترک دو معادله درجه دوم حاصل $m = 4$ است

-۳۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. روی سطر دوم بسط داده شود.

$$2 \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 2(10) - 4(-2) = 28$$

-۳۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

شرط وارون ناپذیری $|A| = 0$

$$A = \begin{bmatrix} 30 & 5m-3 \\ 5m-3 & m^2+9 \end{bmatrix} \Rightarrow 30m^2 + 270 - 25m^2 + 30m - 9 = 0$$

معادله درجه دوم $5m^2 + 30m + 261 = 0$ فاقد جواب است پس به ازای هیچ مقدار m ماتریس A وارون پذیر نیست.

-۳۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \\ -2 & -5 & 0 \end{vmatrix} = 0 + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -5 \end{vmatrix} = 10 - 10 = 0$$

-۳۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$AX = \begin{bmatrix} 5 & 12 \\ 28 & 26 \end{bmatrix} \Rightarrow X = A^{-1} \begin{bmatrix} 5 & 12 \\ 21 & 26 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 10 & -4 \\ -7 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 12 \\ 21 & 26 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -17 & 8 \\ 14 & -3 \end{bmatrix}$$

-۳۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$|A| = ad - bc \text{ برابر است با: } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

نکته: اگر A ماتریسی 2×2 و m عدد حقیقی باشد، داریم: $|mA| = m^2 |A|$ با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\begin{aligned} 2A &= \begin{bmatrix} |A| & 3 \\ -1 & |A| \end{bmatrix} \Rightarrow |2A| = \begin{vmatrix} |A| & 3 \\ -1 & |A| \end{vmatrix} \Rightarrow 4|A| = |A|^2 + 3 \Rightarrow |A|^2 - 4|A| + 3 = 0 \\ \Rightarrow (|A| - 1)(|A| - 3) &= 0 \xrightarrow{|A| > 1} |A| = 3 \end{aligned}$$

با جایگذاری این مقدار داریم:

$$\begin{aligned} 2A - \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} &\Rightarrow A - \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow A - I - \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \\ \Rightarrow |A - I| &= \frac{1}{4} - \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{4}{4} = 1 \end{aligned}$$

-۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$|A| = a_{11} \times \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \times \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \times \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

نکته: دترمینان ماتریس با:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$$\begin{vmatrix} * & x-4 & x-3 \\ x+2 & * & -2 \\ x+1 & 3 & * \end{vmatrix} = (4-x) \begin{vmatrix} x+2 & -2 \\ x+1 & * \end{vmatrix} + (x-3) \begin{vmatrix} x+2 & * \\ x+1 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow 2(x+1)(4-x) + 3(x+2)(x-3) = 0$$

$$\Rightarrow 2(3x+4-x^2) + 3(x^2 - x - 6) = 0 \Rightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x+5)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = 2 \end{cases}$$

-۳۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \quad \left\{ \begin{array}{l} ax + by - c \\ a'x + b'y - c' \end{array} \right. \text{بی شمار جواب داشته باشد، آن است که:}$$

با توجه به نکته‌ی بالا داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} ax + (b - 1)y = 2 \\ (a + 2)x + 2by = 3 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{a}{a+2} - \frac{b-1}{2b} = \frac{2}{3} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{a+2} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2a = 2a + 4 \Rightarrow a = 4 \\ \frac{b-1}{2b} = \frac{2}{3} \Rightarrow 4b = 2b - 3 \Rightarrow b = -3 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow a - b = 4 - (-3) = 7$$

-۴۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: برای محاسبه‌ی حاصل جمع دو ماتریس هم مرتبه، باید درایه‌های نظیر آنها را با هم جمع کنیم.

نکته: برای ضرب عدد در ماتریس، آن عدد را در تمام درایه‌های ماتریس ضرب می‌کنیم.

نکته: اگر A^{-1} از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \times \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}; |A| = ad - bc$$

با توجه به نکات بالا داریم:

$$A + I = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A + I| = -2 + 3 = 1$$

$$\Rightarrow (A + I)^{-1} = \frac{1}{1} \times \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow 2(A + I)^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

-۴۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ برابر است با:

طبق فرض $A = A^{-1}$ ، پس:

$$A^2 = AA^{-1} = I \Rightarrow \begin{bmatrix} m & 1 \\ -1 & -m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m & 1 \\ -1 & -m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} m^2 - 1 & m - 1 \\ -m + 1 & m^2 - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow m^2 - 1 - 1 \Rightarrow m^2 - 2$$

$$|A| = -m^2 + 1 = -2 + 1 = -1$$

-۴۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 13 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 13 - 16 = -3 \Rightarrow |A| = \frac{-1}{3}$$

- ۴۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نسبت به سطر اول بسط دهیم.

$$2 \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 11 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 1 & 11 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2(34) + (-38) + 3(-10) = 68 - 68 = 0$$

- ۴۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

- ۴۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{m}{4} = \frac{-3}{m-8} = \frac{5}{3m+4} \Rightarrow m^2 - 8m + 12 = 0 \Rightarrow m = 6, 2$$

فقط بازای $m = 2$ هر سه نسبت برابرند.

- ۴۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$C = \begin{vmatrix} a-2 & 2-a \\ 1 & -5 \end{vmatrix} \Rightarrow -5(a-2) - 2 + 5a \neq 0 \Rightarrow a \neq -8$$

پس $a \in \mathbb{R} - \{-8\}$

- ۴۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} = \frac{1}{-6+5} \begin{bmatrix} -3 & -5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1}B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 47 \\ -18 \end{bmatrix}$$

- ۴۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دترمینان ضرایب مخالف صفر باشد.

$$\begin{vmatrix} m-1 & 2 \\ 5 & m+2 \end{vmatrix} \neq 0$$

$$m^2 + m - 2 - 10 \neq 0 \Rightarrow m^2 + m - 12 \neq 0 \Rightarrow m \neq -4, 3$$

مجموع مقادیر حقیقی m به صورت $\mathbb{R} - \{-4, 3\}$ است.

- ۴۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

دترمینان را بر حسب سطر اول:

$$|A| = 2 \begin{vmatrix} -1 & 7 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} - 5 \begin{vmatrix} 4 & 7 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$|A| = 2(-5 - 14) - 5(20 + 21) - 3(8 - 3) = -38 - 205 - 15 = -258$$

۵۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29 & 45 \\ 36 & 56 \end{bmatrix}$$

$$(A^2)^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 56 & -45 \\ -36 & 29 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & -11/25 \\ -9 & 7/25 \end{bmatrix}$$

۵۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اول باید A^{-1} و A^2 را پیدا کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[A] = \det(A) = 1 \times 0 - (-1) \times 2 = 2 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\Lambda^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{2} \Lambda^2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{پس } \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \text{ و وارون آن } \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \text{ است. (یعنی } -2I)$$

تذکر: وارون ماتریس قطری $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ به صورت $\begin{bmatrix} \frac{1}{a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{d} \end{bmatrix}$ است.

۵۲- یادآوری: وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$ برابر است با:

$$\begin{bmatrix} * & * \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A \times B = C \Rightarrow \begin{cases} B = A^{-1}C \\ C = I \end{cases} \Rightarrow B = A^{-1}$$

$$A \qquad B \qquad C$$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = B \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ d = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow ad = \frac{1}{8}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. یادآوری:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^{-1})^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\Lambda^{-1} \cdot (A \cdot X) = \Lambda^{-1} \cdot B \Rightarrow (\Lambda^{-1} \cdot A) \cdot X = \Lambda^{-1} \cdot B \Rightarrow I \cdot X = \Lambda^{-1} \cdot B \Rightarrow X = \Lambda^{-1} \cdot B$$

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} (m - 2)x + 2y = m \\ 4x + (m + 1)y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{m - 2}{4} = \frac{2}{m + 1} = \frac{m}{2}$$

$$\frac{m - 2}{4} = \frac{m}{2} \Rightarrow m - 2 = 2m \Rightarrow m = -2$$

باید هر دو تساوی فوق برقرار باشند:

که در معادله دیگر نیز صدق می‌کند.

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$2A + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \frac{1}{4}$$

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{2m - 1}{-5} = \frac{-2}{m - 1} \Rightarrow (2m - 1)(m - 1) = 10$$

$$2m^2 - m - 2m + 1 = 10 \Rightarrow 2m^2 - 3m - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$2A = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 10 \end{bmatrix} \Rightarrow (2A)^{-1} = \frac{1}{20 - 24} \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{-4} \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

۵۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
 $|2A^{-1}| = 2 \cdot 2 \cdot |A^{-1}| = \frac{4}{|A|} = \frac{4}{1+6} = \frac{1}{4}$

۶۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
 $A + I = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
 $|A^3| = |A|^3 = (-4)^3 = -64$

۶۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
 $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = -6$

۶۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
 $\frac{m}{1} = \frac{2}{m-1} \neq \frac{5}{2m-3} \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \Rightarrow m = \frac{2}{m-1} = \frac{5}{2m-3} \\ m = 2 \end{cases}$ غیر قابل قبول است.
پس فقط $m = 2$ قابل قبول است.

۶۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
 $\Lambda X = B \xrightarrow[\text{ضرب می کنیم}]{\text{طرفین را در}} A^{-1} \Lambda X = A^{-1} B \Rightarrow X = A^{-1} B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$
 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \xrightarrow{|A| \neq 0} A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

۶۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. توجه:
 $|A| = a + 2 \Rightarrow |A^{-1}| = \frac{1}{a+2} = 2 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$
 $|A| = a + 2 \Rightarrow |A^{-1}| = \frac{1}{a+2} = 2 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$

۶۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
 $2A = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |2A^{-1}| = 2 |A^{-1}| = 2 \times \frac{1}{|A|} = 2 \times \frac{1}{2} = 1 \quad |A| = 2 \neq 0$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ -2 & 2 & 1+2 \\ a & 2 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ -2 & 2 & 1 \\ a & 2 & -3 \end{vmatrix} + \underbrace{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ . & . & 2 \\ a & 2 & -3 \end{vmatrix}}_1$$

۶۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$-2 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ a & 2 \end{vmatrix} = 1 \Rightarrow -2(2-a) = 1 \Rightarrow 2-a = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{5}{2}$$

۶۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. سطر سوم را به سطر دوم اضافه می کنیم، نتیجه می گیریم:

$$\begin{vmatrix} 2x & x & x+1 \\ x+1 & 4 & 2x \\ x-1 & -1 & 1-x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x & x & x+1 \\ 2x & x & x+1 \\ x-1 & -1 & 1-x \end{vmatrix} = 0 \quad (x \in \mathbb{R})$$

چون دو سطر دو ترminan مساوی است حاصل دترminan صفر است، پس x هر عددی می تواند باشد.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \\ x & 1 & 2 \end{vmatrix} = 1 \times \begin{vmatrix} ; & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - 3 \times \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + x \times \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$$

۶۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$= 1 - 3(\cancel{1}) + x \times \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -8 + x \times \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

اگر حاصل را با $a + x \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$ مساوی قرار دهیم، نتیجه می گیریم $a = -8$.

۶۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} a & a \\ a & a \\ a & b \\ b & b \\ b & b \end{vmatrix} = 0$$

دو سطر برابر دارد، پس دترminan صفر است.

$$4A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$$

۷۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{\sqrt{7}} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{3}{\sqrt{7}} & \frac{1}{\sqrt{7}} \\ \frac{1}{\sqrt{7}} & \frac{2}{\sqrt{7}} \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{3}{\sqrt{7}} - \frac{1}{\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}} + \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{5}{\sqrt{7}}$$

جمع درایه های

۷۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(A \cdot A^{-1} - A) = I - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow -4 - 2 = -6 \text{ دترمینان}$$

۷۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = -\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} x + y &= 7 & y &= 5, x = 2 \quad \text{لذا} \\ &\text{در واقع } A^{-1} = A \quad \text{پس} \\ &\text{راه حل دوم:} \end{aligned}$$

$$X = A^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow x + y = 7$$

۷۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر k عدد حقیقی و A یک ماتریس مربع از مرتبه n باشد داریم:

$$\Rightarrow |kA| = k^n \cdot |A|$$

$$\Rightarrow |kA| \cdot |A|^2 = |A|^2 \cdot |A|^2 = |A|^4 = 1$$

۷۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & a+3 \\ 4 & -5 & 1 \end{vmatrix} = |A| + \begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \\ 4 & -5 & 1 \end{vmatrix} = |A| + (-3)(-5) = +15 + |A|$$

$$m = - \begin{vmatrix} 1 & a & 2 \\ a & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \frac{-1}{2} \begin{vmatrix} 1 & a & 2 \\ 2a & 2 & 4 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & a & 2 \\ 2a & 2 & 4 \\ 0 & -1-a & -2 \end{vmatrix} \quad ۷۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.$$

$$m = \begin{vmatrix} 1 & a & 2 \\ 2a & 2 & 4 \\ 0 & -1-a & -2 \end{vmatrix}$$

۷۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$B = \begin{bmatrix} 2 & a & 1 \\ 3 & 0 & 2+a \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = \begin{vmatrix} 2 & a & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & a & 1 \\ 3 & 0 & 4 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow -4(6 - a) = 6 \Rightarrow a = \frac{15}{2}$$

۷۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
 $A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 4 - 4 = 0$

۷۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
 $|3A|^2 = 9|A|^2 \quad |A^{-1}| = 4 \times -3 = -12 \Rightarrow |A| = -\frac{1}{12} \quad |3A|^2 = 9 \times \frac{1}{144} = \frac{1}{16}$

۷۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
 $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot |3 - 1| = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = -6 - (-6) = 0 \Rightarrow |A| = 0$

۸۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
 $I - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
 $(I - A)^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow 0 = \text{جمع درایه ها}$

۸۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
 $\Lambda^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 10 \end{bmatrix} \Rightarrow \Lambda = \frac{1}{20 - 24} \begin{bmatrix} 10 & -4 \\ -6 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-5}{2} & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow 2\Lambda = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow |2\Lambda| = 5 - 6 = -1$

۸۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
 $\left| \begin{array}{ccc} a & a & a+2 \\ 3a & 3a+2 & 3a \\ 9a+2 & 9a & 9a \end{array} \right| \xrightarrow[اضافه شود]{\text{۱- برابر ستون اول به ستون دوم و سوم}} \left| \begin{array}{ccc} a & * & 2 \\ 3a & 2 & * \\ 9a+2 & -2 & -2 \end{array} \right| \xrightarrow[\text{اضافه شود.}]{\text{سطر دوم به سطر سوم}} \left| \begin{array}{ccc} a & * & 2 \\ 3a & 2 & * \\ 9a+2 & -2 & -2 \end{array} \right| \xrightarrow[\text{ستون دوم.}]{\text{بسط بر حسب}} \left| \begin{array}{ccc} a & * & 2 \\ 3a & 2 & * \\ 9a+2 & -2 & -2 \end{array} \right|$
 $= +2 \left| \begin{array}{cc} a & 2 \\ 9a+2 & -2 \end{array} \right| = 2(-2a - 18a - 4) = 12 \Rightarrow a = \frac{-1}{2}$

۸۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
 $|A| = \left| \begin{array}{ccc} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 7 \\ 3 & 6 & 9 \end{array} \right| \xrightarrow[جمع گردد]{\text{۲- برابر سطر اول با دوم}} \left| \begin{array}{ccc} 1 & 4 & 5 \\ 0 & -3 & -3 \\ 0 & -6 & -6 \end{array} \right| = 0$
 $\text{و } 3-\text{برابر سطر اول با سوم}$

-۸۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} b-a & 1 & 0 \\ -b-1 & -1 & 2a \\ a-b & -1 & 2b \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{به ستون اول اضافه شود}} \begin{vmatrix} -a & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 2a \\ a & -1 & 2b \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{برابر ستون دوم}} \begin{vmatrix} -a & b & 0 \\ -1 & -b & a \\ a & -b & b \end{vmatrix} \xrightarrow{\substack{\text{فاکتور ۲ از ستون سوم} \\ \text{فاکتور ۱ از ستون دوم}}} \underbrace{\begin{vmatrix} -a & b & 0 \\ -1 & -b & a \\ a & -b & b \end{vmatrix}}_{\frac{3}{2}} \xrightarrow{\frac{2}{b} \times \frac{3}{2}} \frac{3}{b}$$

-۸۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x+y \\ 4x-y \\ x+2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ a(a+1) \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4x+y=5 \\ 4x-y=a(a+1) \\ x+2y=5 \end{cases} \xrightarrow{\substack{\text{جایگذاری} \\ \text{در معادله دوم}}} \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow a(a+1)-2 \Rightarrow a= \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases}$$

-۸۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} x+2y=5 \\ 3x-y=1 \end{cases} \Rightarrow x=1, y=2 \quad a^2+a+1=3 \quad a^2+a-2=0 \quad a=1, -2$$

$$I - A = \begin{bmatrix} 1-a & 2 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow -4 + 4a - 2 = 6 \Rightarrow a = 3 \quad -\text{۸۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.}$$

-۸۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} A^{-1} &= \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \\ A^{-1} &= \frac{1}{21} \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{21} & \frac{-5}{21} \\ \frac{3}{21} & \frac{2}{21} \end{bmatrix} \Rightarrow -\frac{6+15}{(21)^2} = \frac{1}{21} \end{aligned}$$

-۸۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

توجه:

$$\begin{aligned} |A^{-1}| &= \frac{1}{|A|} \\ \Rightarrow |A| &= -\frac{1}{2} \Rightarrow 10 - 2a = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2a = \frac{21}{2} \Rightarrow a = \frac{21}{4} \end{aligned}$$

-۹۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} v & -2 & -v \\ 9 & -2 & -10 \\ 3 & -1 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & -4 \\ 3 & -1 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = -1$$

-۹۱- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} = \frac{1}{v-8} \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -2 & v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -v \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} - I = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 2 & -8 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^{-1} - I| = 16 - 8 = 8$$

-۹۲- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

توجه:

$$\begin{cases} |kA| = k^n \cdot |A| \\ |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \end{cases}$$

$$3A^{-1} = -3 \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} = -9$$

روش دوم:

$$|3A^{-1}| = 3^2 \times \frac{1}{|A|} = -9$$

-۹۳- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 - I = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 & -21 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} = -147 \Rightarrow |A^2 - I| = 147$$

-۹۴- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ توجه: } \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d-b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$A - A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v & -4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A - A^{-1}| = 64$$

-۹۵- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$(A - vI) = \begin{bmatrix} v & 2 \\ 3 & a-2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A - vI| = va - 6 - 6 = 9 \Rightarrow a = v$$

۹۶- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}, I - 2A^{-1} = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow |I - 2A^{-1}| = 6 \times 2 - (-4)(-3) = 6$$

۹۷- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} |A| = 4a + 14 \\ |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \end{cases} \Rightarrow 4a + 14 = 2 \Rightarrow 4a = -12 \Rightarrow a = -3$$

۹۸- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$2A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = -1$$

۹۹- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$2A = \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow (2A)^{-1} = \frac{1}{24 - 12} \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$(2A)^{-1} = \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$|(2A)^{-1}| = \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{1}{12}$$

$$\begin{cases} |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \\ |KA| = K^n \cdot |A| \quad \text{و} \quad n \text{ مرتبه ماتریس} \\ |(2A)^{-1}| = \frac{1}{|2A|} = \frac{1}{2 \times |A|} = \frac{1}{4|A|} = \frac{1}{12} \end{cases}$$

توضیح:

۱۰۰- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$|A| = ad - bc$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

شرط وارون‌پذیری ماتریس A آن است که $|A| \neq 0$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow 2A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow |2A^{-1}| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -2$$

توضیح:

$$\left\{ \begin{array}{l} |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \\ |KA| = K^n \cdot |A| \end{array} \right. \quad \text{روش دوم} , \quad \text{روش سوم} : |2A^{-1}| = 2^2 \times |A^{-1}| = 4 \times \frac{1}{|A|} = 4 \times \frac{1}{-2} = -2$$

۱۰۱- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. اگر k عدد حقیقی و A یک ماتریس مرربع از مرتبه‌ی n باشد، داریم:

$$|kA| = k^n \cdot |A|$$

$$\Rightarrow | |A| \cdot A^k | = |A|^k \cdot |A^k| = |A|^k \cdot |A|^k = |A|^{2k}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^{-1}| = 6 - 5 = 1 \Rightarrow |A| = 1 \Rightarrow |A|^4 = 1$$

۱۰۲- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} x & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 3 & 6 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} = -5x - 6 + 18 = 2 \Rightarrow -5x = -16 \Rightarrow x = 2$$

۱۰۳- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} a & b & c+x \\ a & b+x & c \\ a+x & b & c \end{vmatrix} \quad \begin{array}{l} 1 \text{ برابر ستون دوم و سوم} \\ \text{را به ستون اول اضافه می‌کنیم} \end{array}$$

$$\begin{aligned} &= \begin{vmatrix} a+b+c+x & b & c+x \\ a+b+c+x & b+x & c \\ a+b+c+x & b & c \end{vmatrix} = (a+b+c+x) \begin{vmatrix} 1 & b & c+x \\ 1 & b+x & c \\ 1 & b & c \end{vmatrix} \xrightarrow[\text{دوم و اول}]{\text{کم کردن سطر سوم از سطر}} \\ &(a+b+c+x) \begin{vmatrix} \cdot & \cdot & x \\ \cdot & x & \cdot \\ 1 & b & c \end{vmatrix} \xrightarrow[\text{اول و سوم}]{\text{تعویض سطر}} - (a+b+c+x) \begin{vmatrix} 1 & b & c \\ \cdot & x & \cdot \\ \cdot & \cdot & x \end{vmatrix} \\ &= (\underline{a+b+c+x}) (-x^2) = -2x^3 = 16 \Rightarrow x = -2 \end{aligned}$$

۱۰۴- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. برای آنکه دستگاه فاقد جواب باشد باید دو معادله‌ی داده شده مثل دو خط موازی با یکدیگر باشند پس لازم است که شیب آنها برابر باشد.

$$\frac{1-m}{-3} = \frac{2}{m} \Rightarrow m - m^2 = -6$$

$$m^2 - m - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -2 \Rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = -2 \\ -3x - 2y = 2 \end{cases} \text{ دو خط بر هم منطبق هستند پس بیشمار ریشه دارد} \\ m = 3 \Rightarrow \begin{cases} -2x + 2y = 3 \\ -3x + 3y = 2 \end{cases} \text{ قابل قبول است} \end{cases}$$

یعنی در حالت $-m$ دستگاه بیشمار جواب دارد و در حالت $m = 3$ فاقد جواب است.

۱۰۵- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^3)^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$$

۱۰۶- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & x \\ 1 & 2 & x \\ 1 & 8 & x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x = 1, x = 0, x = 2$$

سه ریشه متمایز

توجه: اگر همه‌ی درایه‌های یک سطر یا ستون صفر باشند یا یک سطر و ستون K برابر سطر و ستون دیگر باشند دترمینان صفر است.

۱۰۷- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. در دستگاه معادلات $Ax = B$ جواب دستگاه به صورت $x = A^{-1}B$ است.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}}_{\text{معکوس ماتریس ضرایب}} \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = -6 \\ y = 8 \end{cases} \Rightarrow x + y = 2$$

۱۰۸- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{3} = 1 - 1 - \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

مجموع درایه‌های

۱۰۹- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$|A| = 2 \times (-8) - (-3) \times 5 = -1$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-1} \times \begin{bmatrix} -8 & 3 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & -3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$$

نکته:

$$(1) \text{ در ماتریس } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ دترمینان } |A| = ad - bc$$

$$(2) \text{ اگر } 0 \neq |A| \text{ آنگاه وارون ماتریس بالا برابر است با:}$$

۱۱۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$|I + BA^{-1}| = |AA^{-1} + BA^{-1}| = |(A + B)A^{-1}| = |A + B| \times |A^{-1}| = |A + B| \times \frac{1}{|A|} = \frac{2}{|A|}$$

۱۱۱- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$2 \quad \begin{cases} x+2y=4 \\ 3x-4y=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow 2m+1=2m$$

۱۱۲- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$X = A^{-1} \Rightarrow x = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

توجه: اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ باشد آنگاه:

۱۱۳- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

می‌دانیم اگر از سطر یا ستون ماتریس عدد فاکتور بگیریم می‌توانیم آن را به صورت ضرب پشت دترمینان بنویسیم پس:

$$|A_2| = 3 \times 3 \times (-2) \times |A_1| = -18 \times |A_1|$$

۱۱۴- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

$$|A^{-1}| = -2 = \frac{1}{-2 + 3a} \Rightarrow -2 - 6a = 1 : a = \frac{1}{2}$$

۱۱۵- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. شرط آن که یک دستگاه همگنی (دستگاهی که همگی مقادیر ثابت آن، صفر باشند) جواب غیر صفر داشته باشند این است که دترمینان ضرایب آن صفر باشد. پس بنابراین شرط این که فقط جواب صفر داشته باشد این است که دترمینان ضرایب آن مخالف صفر باشند:

$$\begin{vmatrix} 2 & a \\ b & -1 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow -2 - ab \neq 0 \Rightarrow ab \neq -2$$

۱۱۶- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. شرط جواب نداشتن دستگاه:

$$\frac{m}{4} = \frac{1}{m} \neq \frac{m+1}{6}$$

$$\frac{m}{4} - \frac{1}{m} \Rightarrow m^2 - 4 \Rightarrow m = \pm 2$$

$$\frac{m}{4} = \frac{1}{m} = \frac{m+1}{6}$$

$$\frac{m}{4} = \frac{1}{m} \neq \frac{m+1}{6}$$

اما به ازای $m = 2$ داریم:

یعنی دستگاه بی‌شمار جواب دارد. و به ازای $m = -2$ داریم:

نکته‌ی درسی: دستگاه معادلات: $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ (الف) با شرط $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ یک جواب دارد.

(ب) با شرط $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ بی‌شمار جواب دارد. (ج) با شرط $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ جواب ندارد.

۱۱۷- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$|A + I| = \frac{|A + I| \times |A^{-1}|}{|A^{-1}|} = \frac{|(A + I) \times A^{-1}|}{|A^{-1}|} = \frac{|A \times A^{-1} + I \cdot A^{-1}|}{|A^{-1}|} = \frac{|I + A^{-1}|}{|A^{-1}|} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

$$A^{-1} + I = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$|A^{-1} - I| = 6 \quad |A^{-1}| = 14$$

۱۱۸- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} x+y+2z & x & y \\ z & 2x+y+z & y \\ z & x & x+2y+z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x+2y+2z & x & y \\ 2x+2y+2z & 2x+y+x & y \\ 2x+2y+2z & x & x+2y+z \end{vmatrix}$$

$$= (2x+2y+2z) \begin{vmatrix} x & y \\ 2x+y+z & y \end{vmatrix}$$

$$= 2(x+y+z) \begin{vmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & x+y+z & \cdot \\ 1 & x & x+2y+z \end{vmatrix} = 2(x+y+z)^3$$

$$2(x+y+z)^3 = 16 \rightarrow x+y+z = 2 \Rightarrow 2(x+y+z) = 12$$

نکته‌ی درسی: در هر دترمینان می‌توان ضرایبی از ستون‌ها (یا سطرها) را به ستون (یا سطر) دیگر افروز و حاصل دترمینان تغییر نمی‌کند. دترمینان ماتریس‌های قطری و مثلثی، همواره با حاصل ضرب عناصر روی قطر اصلی برابر است.

۱۱۹- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$I - BA^{-1} = AA^{-1} - BA^{-1} = (A - B)A^{-1}$$

$$|I - BA^{-1}| = |A - B| |A^{-1}| \neq 0 \Rightarrow |A - B| \neq 0 \Rightarrow A - B$$

۱۲۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1+x & y & z \\ x & 1+y & z \\ x & y & z+1 \end{vmatrix} = \text{ستون دوم و سوم را به ستون اول می‌افزاییم} = \begin{vmatrix} 1+x+y+z & y & z \\ 1+x+y+z & 1+y & z \\ 1+x+y+z & y & z+1 \end{vmatrix} =$$

$$(1+x+y+z) \begin{vmatrix} 1 & y & z \\ 1 & 1+y & z \\ 1 & y & z+1 \end{vmatrix} = \text{سطر اول را از سطر دوم و سوم کم می‌کنیم} =$$

$$(1+x+y+z) \begin{vmatrix} 1 & y & z \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1+x+y+z$$

۱۲۱- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. چون دترمینان تغییر نمی‌کند پس باید \star باشد.

$$A_{23} = (-1)^5 \cdot (3x - 12) = 0 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4$$

۱۲۲- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a}{a+b} = \frac{b}{c} \Rightarrow ab + b^2 = ac \Rightarrow b^2 = ac - ab$$

۱۲۳- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. با حل دستگاه $\begin{cases} x+y=2 \\ 13x-10y=3 \end{cases}$ خواهیم داشت: $x=1$, $y=1$. حال $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ را در معادله‌ی دوم قرار می‌دهیم:

$$m^3 - 1 = v \Rightarrow m^3 = v \Rightarrow m = \sqrt[3]{v}$$

۱۲۴- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. نکته: دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ در حالت $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ جواب ندارد. در اینجا:

$$\begin{cases} mx + y = 13 \\ x + my = -13 \end{cases} \Rightarrow \frac{m}{1} = \frac{1}{m} \neq \frac{13}{-13} \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

- $m = 1$ قابل قبول نیست چون در این حالت $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ می‌شود، یعنی دستگاه بی شمار جواب دارد. پس فقط $m = -1$ قابل قبول است.

۱۲۵- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. نکته: دستگاه $\begin{cases} ax + by = 0 \\ cx + dy = 0 \end{cases}$ فقط وقتی دارای جواب‌های غیر صفر است که $\begin{cases} 2x - ay = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 2$ باشد (یعنی دترمینان ماتریس ضرایب دستگاه صفر باشد). در اینجا:

۱۲۶- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$(A^{-1})^n = (A^n)^{-1}$$

$$A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & -a \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & -a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2 - 1 & 0 \\ 0 & a^2 - 1 \end{bmatrix}$$

$$|A^2| = (a^2 - 1)^2 \Rightarrow (A^2)^{-1} = \frac{1}{(a^2 - 1)^2} \Rightarrow \begin{bmatrix} a^2 - 1 & 0 \\ 0 & a^2 - 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{a^2 - 1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۱۲۷- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. دو طرف رابطه داده شده را در A^{-1} ضرب می‌کنیم:

$$A^2 = 3A + I \xrightarrow{\times A^{-1}} A^{-1}A^2 = A^{-1}(3A + I) \rightarrow A = 3I + A^{-1} \rightarrow A - A^{-1} = 3I \rightarrow |A - A^{-1}| = 9$$

توجه شود که چون A یک ماتریس 2×2 است لذا I نیز 2×2 بود و دترمینان ماتریس $3I$ برابر ۹ خواهد بود چون:

$$3I = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

۱۲۸- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$|B| = 4 \times 1 - (-3) \times 2 = 6$$

$$B^{-1} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(B^{-1})^T = B^{-2} = \frac{1}{36} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{36} \begin{bmatrix} -6 & 12 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{9} & \frac{1}{9} \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درایه‌های قطر فرعی} = \frac{1}{36}(12 - 8) = \frac{1}{9} \quad \text{یا} \quad -\frac{2}{9} + \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

نکته درسی:

۱) دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ و وارون ماتریس A به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$|A| = ad - bc$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

۱۲۹- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$AX = I \Rightarrow X = A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

۱۳۰- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$|\Lambda^{-1}| = \frac{1}{|A|} \text{ و } |A| = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & \frac{3}{2} \end{vmatrix} = -\frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{5}{4} \Rightarrow |\Lambda^{-1}| = \frac{4}{5}$$

۱۳۱- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \\ = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -15 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

۱۳۲- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$A - xI = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix} - x \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-x & 1 & 3 \\ 1 & 2-x & 1 \\ 4 & 1 & 1-x \end{bmatrix}$$

$$|A - xI| = \begin{vmatrix} 2-x & 1 & 3 \\ 1 & 2-x & 1 \\ 4 & 1 & 1-x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \text{بسط نسبت به ستون دوم} \Rightarrow (2-x)|(2-x)(1-x) - 12| = 0$$

$$\Rightarrow (2-x)(2-3x+x^2-12) = 0 \Rightarrow (2-x)(x^2-3x-10) = 0$$

$$\Rightarrow (2-x)(x-5)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=5 \\ x=-2 \end{cases}$$

۱۳۳- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx + dy = -1 \end{cases} \rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}}_A \times \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}_B = \underbrace{\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}}_C \Rightarrow B = A^{-1} \times C$$

$$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \rightarrow x + y = 4$$

۱۳۴- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. از سطر اول عدد ۲ و از ستون اول عدد ۳ را فاکتور می‌گیریم:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 3 & 2 & b \\ -3 & a & 5 \end{vmatrix} = 2 \times 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & b \\ -1 & a & 5 \end{vmatrix} = -6 \Rightarrow \text{تعویض سطر اول و دوم} \begin{vmatrix} 1 & 2 & b \\ 0 & 3 & 4 \\ -1 & a & 5 \end{vmatrix} = -6 \times 15 = -90$$

۱۳۵- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$A + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |A| = -1 - (-3) = 2 \Rightarrow |A|^3 = |A| = 8$$

$$|A^n| = |A|^n : \text{توجه}$$

۱۳۶- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}}_A \cdot X = \underbrace{\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}}_B \Rightarrow X = A^{-1} \times B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

۱۳۷- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. برای یافتن دترمینان آن را نسبت به ستون سوم بسط می‌دهیم:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & a \\ -2 & 4 & -a \\ 3 & 1 & b \end{vmatrix} = a \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + b \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = va$$

بنابراین با دو برابر کردن درایه‌ی سطر دوم و ستون سوم مقدار a نیز دو برابر شده و لذا حاصل دترمینان دو برابر می‌شود.

۱۳۸- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} - I = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 2 & -7 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{دترمینان} = 16 - 8 = 8$$

۱۳۹- گزینه‌ی ۱ صحیح است.

توجه: هرگاه ۱ سطر یا ستون k برابر سطر یا ستون دیگر باشد، دترمینان صفر است.

۱۴۰- گزینه‌ی ۴ صحیح است.

$$|I - A| = -4(1 - a) - (-2)(-1) = -4 + 4a - 2 - 6 : a = 3$$

۱۴۱- گزینه‌ی ۱ صحیح است.

$$A \cdot A^{-1} - A = I - A = A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow |I - A| = -4 - 2 = -6$$

۱۴۲- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} a & a & a+2 \\ 3a & 3a+2 & 3a \\ 6a+2 & 6a & 6a \end{vmatrix} = 12 \xrightarrow{\substack{-3 \\ \text{برابر سطر اول را به سطر دوم}}}$$

$$\xrightarrow{\substack{-6 \\ \text{برابر سطر اول را به سطر سوم اضافه می‌کنیم}}$$

$$\begin{vmatrix} a & a & a+2 \\ 0 & 2 & -6 \\ 2 & 0 & -12 \end{vmatrix} = 12 \xrightarrow{\substack{\text{بسط} \\ \text{نسبت به ستون اول}}}$$

$$\Rightarrow -24a - 16a - 8 = 12 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

۱۴۳- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{array}{c} \left| \begin{array}{ccc} a-b & b+1 & b-a \\ -1 & 1 & 1 \\ . & 2a & 2b \end{array} \right| \xrightarrow{\substack{\text{برابر سطر دوم} \\ \text{به سطر اول}}} \left| \begin{array}{ccc} a & 1 & -a \\ -1 & 1 & 1 \\ . & 2a & 2b \end{array} \right| \xrightarrow{\substack{\text{ضرب سطر دوم در } b \\ \text{فاکتور ۲ از سطر سوم}}} \\ = \frac{1}{b} \left| \begin{array}{ccc} a & 1 & -a \\ -b & b & b \\ . & a & b \end{array} \right| = \frac{1}{b} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{b} \end{array}$$

۱۴۴- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\substack{\text{۱ برابر ستون دوم را} \\ \text{به ستون سوم اضافه می کنیم}} \left| \begin{array}{ccc} 1 & \log a & \log abc \\ 1 & \log b & \log abc \\ 1 & \log c & \log abc \end{array} \right| \xrightarrow{\text{ستون سوم } k \text{ برابر ستون اول}} \\ \end{array}$$

۱۴۵- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\substack{\text{۱- برابر ستون دوم را} \\ \text{به سوم اضافه می کنیم.}}} \left| \begin{array}{ccc} a & v & 1 \\ a & 1 & -1 \\ -1 & v & 1 \end{array} \right| = 1 \Rightarrow \left| \begin{array}{cc} a & v \\ -1 & v \end{array} \right| = 1 \Rightarrow va + v = 1 \Rightarrow a = -2 \end{array}$$

۱۴۶- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left| \begin{array}{cc} 3 & a \\ 2 & 5 \end{array} \right| = -\frac{1}{2} \quad 15 - 2a = \frac{-1}{2} \quad a = \frac{31}{4}$$

۱۴۷- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$A - 2I = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & a-2 \end{bmatrix} \Rightarrow 3a - 6 - 6 = 9 \Rightarrow a = 7$$

۱۴۸- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow 4A^{-1} - I = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow 4 - 6 = -2 = \text{دترمینان}$$

۱۴۹- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^4 = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^4)^{-1} = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$$

۱۵۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = A \Rightarrow A^2 - A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{دترمینان} = 1$$

۱۵۱- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, A^{-1} = -\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A + aA^{-1} = \begin{bmatrix} 1 - va & 4 + 4a \\ 2 + 2a & 1 - a \end{bmatrix} \Rightarrow a = -1$$

۱۵۲- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left| \begin{array}{cc} 2-a & 1 \\ 4 & 5-a \end{array} \right| = 0 \Rightarrow 10 - va + a^2 - 4 = 0 \Rightarrow a^2 - va + 6 = 0 \Rightarrow a = 1, 6$$

۱۵۳- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$|A| = 9 - 8 = 1$$

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = 1 \Rightarrow |(A^{-1})^2| = |A^{-1}|^2 = 1^2 = 1$$

۱۵۴- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$B = A^{-1} = \frac{1}{-\frac{5}{2} + \frac{3}{2}} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{5}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -6 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

۱۵۵- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. منهای ستون اول را به ستون سوم اضافه می‌کنیم:

$$\left| \begin{array}{ccc} a^2 + b^2 & \frac{1}{c} & (a+b)^2 \\ b^2 + c^2 & \frac{1}{a} & (b+c)^2 \\ c^2 + a^2 & \frac{1}{b} & (c+a)^2 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{ccc} a^2 + b^2 & \frac{1}{c} & rab \\ b^2 + c^2 & \frac{1}{a} & rbc \\ c^2 + a^2 & \frac{1}{b} & rca \end{array} \right| = rabc \left| \begin{array}{ccc} a^2 + b^2 & \frac{1}{c} & 1 \\ b^2 + c^2 & \frac{1}{a} & 1 \\ c^2 + a^2 & \frac{1}{b} & 1 \end{array} \right| = 1$$

۱۵۶- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$|A| = -8 + 5 = -3$$

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{-3}$$

۱۵۷- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{1 + \operatorname{tg} x} = \cos^2 x$$

۱۵۸- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$c \neq 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} b-a & a+1 & -1 \\ c & \cdot & a \\ c & -c & b \end{vmatrix} = -c(ab+b-c) - a(-bc+ac-ac-c) = 0$$

$$\cancel{-abc} - bc + c^2 + \cancel{abc} + ac = 0 \Rightarrow -b + c + a = 0 \Rightarrow a + c = b$$

۱۵۹- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$|A| = 2a + 3 \Rightarrow \left| (A^2)^{-1} \right| = \frac{1}{(|A|^2)} \Rightarrow (2a+3)^2 = 1$$

$$\Rightarrow 2a+3 = \pm 1 \Rightarrow a = -1, -2$$

۱۶۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left| \frac{1}{2} A \right| = \frac{1}{\lambda} |A|$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & 4 & 7 \\ 7 & 14 & 5 \end{vmatrix} \xrightarrow[\text{برابر سطر ۱ به سطر ۳}]{\text{برابر سطر ۱ به سطر ۲}} \begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 17 & 39 & 0 \\ 17 & 39 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

۱۶۱- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه‌ی سوم ماتریس مرتبه‌ی داشت:

$$-2 \begin{vmatrix} 7 & -3 \\ 6 & 3 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} - x \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ -1 & 6 \end{vmatrix} = A - x \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ -1 & 6 \end{vmatrix}$$

$$A = -2 \begin{vmatrix} 7 & -3 \\ 6 & 3 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = -2(39) - 4(12) \Rightarrow A = -78 - 48 = -126$$

۱۶۲- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. از رابطه مفروض خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = -1 \rightarrow X^{-1} = -\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

پس ماتریس معکوس محاسبه شود.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \cdot \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

توجه:

۱۶۳- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$|\Lambda| = 6 - 8 = -2 \Rightarrow A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{سطر اول} = |-3 \quad 2|$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

توجه:

$$\frac{1}{2}A = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{دترمینان} = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2} = 2/5$$

۱۶۴- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ad - bc$$

۱۶۵- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. منظور از ماتریس $\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$ افزودن ۲ ماتریس است که:

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 9 & 7 \\ 4 & 7 & * & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 9 & 7 \\ 4 & 7 & * & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 9 & 7 \\ 4 & 7 & * & 1 \end{bmatrix}$$

مجموع دو سطر
- ۳ و ۲

سطر دوم برابر سطر اول - .

۱۶۶- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ * & 1 & a \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ * & 1 & 2a \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} + 9$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} - a \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} - 2a \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 9 \Rightarrow 3a = 6a + 9 \Rightarrow a = -3$$

۱۶۷- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.
 اگر سطر اول به سطر دوم اضافه شود دو سطر

$$\begin{vmatrix} a+b & b+c & c+a \\ a-b & b-c & c-a \\ a & b & c \end{vmatrix}$$

 متناسب ایجاد می‌گردد.
 اگر دو سطر دترمینان متناسب باشد حاصل دترمینان صفر

$$\begin{vmatrix} a+b & b+c & c+a \\ 2a & 2b & 2c \\ a & b & c \end{vmatrix}$$

 است.

۱۶۸- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. در گزینه‌ی ۴، $(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$ می‌باشد.

۱۶۹- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.
 $A^{-1} = \frac{1}{1(-1) - 1} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = A$
 توجه: $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

۱۷۰- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. از روش کرامر استفاده می‌کنیم:
 $y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & a \\ 1 & b \end{vmatrix}} = \frac{v}{2b-a} \Rightarrow 1 = \frac{v}{2b-a} \Rightarrow 2b-a = v$
 راه حل دوم:
 $y = 1 \Rightarrow \begin{cases} 2x+a=3 \\ x+b=5 \end{cases}$
 معادله‌ی اول را از دو برابر معادله‌ی دوم کم می‌کنیم:
 $2(x+b-5)-(2x+a-3)=0 \Rightarrow 2b-a-10+3=0 \Rightarrow 2b-a=7$

۱۷۱- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.
 $A^2 + A = I \Rightarrow A(A+I) = I \Rightarrow A^{-1} = A+I$
 $(A^{-1})^{-1} = (A^{-1})^2 = (A+I)^2 = A^2 + 2A + I = A^2 + A + I - A^2 - A - I = -A$

۱۷۲- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. این دو معادله خط باید به صورتی باشند که دو خط موازی باشند ولی منطبق نباشند تا شرط مسئله برقرار شود یعنی:

$$\frac{m}{2} = \frac{1}{m-1} \neq \frac{-3}{6} \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m=2 \\ m=-1 \end{cases}$$

که جواب $m=1$ به خاطر نامساوی سمت راست قابل قبول نیست یعنی فقط یک جواب داریم.

۱۷۳- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا ماتریس X را می‌خواهیم:

$$2X = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -4 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$$

حالا وارون ماتریس X را می‌خواهیم:

$$X^{-1} = \frac{1}{-2-4} \begin{bmatrix} -2 & +2 \\ +2 & 1 \end{bmatrix} = -\frac{1}{6} \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \end{bmatrix}$$

و حاصل ضرب درایه‌های آن برابر $\frac{-1}{162}$ است.

۱۷۴- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. وارون مجموع دو ماتریس، مجموع وارون‌های آنها نیست. در حاصل ضرب هم باید

$$(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$$

$$I^{-1} = I$$

جای دو ماتریس را عوض کنیم:

وارون I هم خودش است:

۱۷۵- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. دستگاه زمانی جواب ندارد که دترمینان ماتریس ضریب‌ها صفر شود:

$$\begin{vmatrix} 1 & a+1 \\ 4 & a-2 \end{vmatrix} = 1(a-2) - 4(a+1) = a-2-4a-4 = -3a-6 = 0 \Rightarrow a=-2$$

۱۷۶- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. طبق تمرین کتاب درسی می‌دانیم اگر A و P ماتریس مربعی هم مرتبه و P^{-1} وارون پذیر باشد، داریم:

با توجه به این‌که ماتریس دوران $\frac{\pi}{6}$ است، پس خواهیم داشت:

$$\left(AR\frac{\pi}{6}A^{-1}\right)^{2012} = AR\frac{\pi}{6}^{2012} \quad A^{-1} = AR\frac{2012\pi}{6} \quad A^{-1} = AR\left(235\pi + \frac{2\pi}{6}\right)A^{-1} = AR\pi + \frac{2\pi}{6}A^{-1} =$$

$$A \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \sqrt{\frac{3}{2}} \\ -\sqrt{\frac{3}{2}} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} A^{-1}$$

نکته: $R_{\pi k\pi + \theta} = R_0$

۱۷۷- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. اگر در نظر بگیریم:

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{vmatrix}$$

که مطابق دترمینان و اندرموند مقدار آن برابر است با: $(y - x)(z - x)(z - y)$
بنابراین خواهیم داشت:

$$(-(b+c)+(a+c))(-(a+c)+(a+b))(-(a+b)+(b+c)) - (a-b)(b-c)(c-a)$$

۱۷۸- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. بنابر صورت پرسش $A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ $X = A^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ الزاماً معکوس ماتریس A محاسبه شود.

$$X = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

۱۷۹- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$B \times A = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} | 7 \ 5 | = \begin{bmatrix} 21 & 15 \\ 28 & 20 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 21 & 15 \\ 28 & 20 \end{vmatrix} = 420 - 420 = 0$$

۱۸۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$A - 2I = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A - 2I)^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow |(A - 2I)^2| = 4 - 9 = -5$$

پس معکوس ماتریس به صورت $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ می‌باشد که مجموع درایه‌ها $\frac{1}{4} - \frac{3}{4} + 0 + \frac{4}{4} = \frac{1}{4}$ می‌باشد.

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$$

۱۸۱- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. در گزینه‌ی ۴، $(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$ می‌باشد.

۱۸۲- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$AX = C \Rightarrow X = A^{-1} \cdot C \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ m \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 - 3m \\ 5m \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -4 - 3m \Rightarrow m = \frac{-x - 4}{3} \\ y = 5m \Rightarrow y = \frac{-5x}{3} \end{cases}$$

۱۸۳- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\Lambda X \Lambda = I \Rightarrow A^{-1} (\Lambda X \Lambda) = A^{-1} I \Rightarrow \underbrace{(A^{-1} \Lambda)}_I X \Lambda = A^{-1}$$

$$\Rightarrow X \cdot A = \Lambda^{-1} \Rightarrow (XA)\Lambda^{-1} = \Lambda^{-1} \cdot \Lambda^{-1} \Rightarrow X \underbrace{(\Lambda \cdot \Lambda^{-1})}_I = \Lambda^{-1} \cdot \Lambda^{-1} \Rightarrow X = (A^{-1})^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{-4+6} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} \right)^2$$

$$X = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} - \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 10 & 6 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} / A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

۱۸۴- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ضرب دو ماتریس برابر I شده است، بنابراین دو ماتریس معکوس یکدیگرند، پس خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = -\frac{1}{10} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow a = -0/2, \quad c = 0/4 \Rightarrow a + c = 0/1$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \quad \text{توجه:}$$

۱۸۵- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $|A|^2 = |A| \cdot |A| = |A|^2$ پس مقدار دترمینان A را محاسبه کنید.

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} - 5 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = -20 - 25 = -45$$

$$\text{پس حاصل برابر } (-45)^2 = 2025 \text{ است.}$$

۱۸۶- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. اگر B و A دو ماتریس 2×2 باشند آن‌گاه نکات زیر را داریم:

$$1) |kA| = k^2 |A|$$

$$2) |AB| = |A| |B|$$

$$3) |A^T| = |A|^2$$

$$4) |A^n| = |A|^n$$

$$5) |A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} A & \cdot \\ a & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^T| = 1 \Rightarrow |A|^2 = 1 \Rightarrow |A| = 2$$

$$| |A| |A|^2 | = |A|^2 |A|^2 = |A|^4 = (2)^4 = 16$$

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$6) (A \cdot B)^{-1} = 11 \times \frac{1}{-11} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

۱۸۷- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

۱۸۸- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad AA^{-1} = A^{-1}A = I \quad \text{نکته: برای هر ماتریس وارون پذیر مانند } A \text{ داریم:}$$

$$AI = IA = A \quad \text{نکته:}$$

طرفین تساوی را از چپ در $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$ ضرب می‌کنیم:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}^{-1}}_I \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}}_X = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}^{-1}}_{\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}^{-1}}_{\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$X = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{جمع درایه‌های سطر دوم ماتریس } X$$

۱۸۹- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. کافی است که دترمینان مفروض را نسبت به سطر دوم بسط دهیم.

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 9 \\ 2 & x & 1 \\ 1 & 7 & 2 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} -1 & 9 \\ 7 & 2 \end{vmatrix} + x \begin{vmatrix} 2 & 9 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 7 \end{vmatrix}$$

با توجه به صورت پرسش خواهیم داشت: $A = -2(-2 - 2 - 63) - (14 + 1) - 115 = -115$

۱۹۰- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. نکته: معکوس ماتریس عبارت است از:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{4-6} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$$

مجموع درایه‌های سطر دوم ماتریس A^{-1}

۱۹۱- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. نکته: اگر جای دو سطر (یا ستون) را در یک ماتریس عوض کنیم، دترمینان قرینه می‌شود.

نکته:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a & b & c \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} - a & a_{22} - b & a_{23} - c \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

این خاصیت برای همهٔ سطر (ستون)‌ها برقرار است.

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \\ a & a+b & b \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & a+b & b \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \\ a & a+b & b \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 5 \\ a & a+b & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ a & a+b & b \end{vmatrix}$$

طبق فرض

۱۹۲- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

می‌توان دستگاه معادلات را با استفاده از ماتریس‌ها به صورت $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ نوشت. اگر در این رابطه $X = A^{-1}B$ آن‌گاه $AX = B$ و در نتیجه $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ ، $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ پس:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow x + y = 4$$

۱۹۳- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. در این رابطه ماتریس منظور از I ماتریس واحد مرتبه‌ی دوم است.

$$2A - 3I = 2 \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$$

در نتیجه دترمینان ماتریس حاصل برابر $(5 \times 7) - (-2 \times 6) = 47$

۱۹۴- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} a+1 & b & -c \\ a+b & 2 & -1 \\ 4b & 1 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & -c \\ a+b & 2 & -1 \\ 4b & 1 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & b & -c \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} 0 + \begin{vmatrix} 1 & b & -c \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= 0 + 1 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 0 + 7 = 12$$

۱۹۵- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} a^2 & b^2 & x^2 \\ a & b & x \\ a^3 & b^3 & x^3 \end{vmatrix} - \cdot \Rightarrow \begin{vmatrix} a^2 - x^2 & b^2 - x^2 & x^2 \\ a - x & b - x & x \\ a^3 - x^3 & b^3 - x^3 & x^3 \end{vmatrix} - \cdot$$

هر سه ستون دترمینان دارای فاکتور هستند.

$$x(a-x)(b-x) \begin{vmatrix} a+x & b+x & x \\ 1 & 1 & 1 \\ a^2 + ax + x^2 & b^2 + bx + x^2 & x^2 \end{vmatrix} = \cdot$$

اولاً x ثانیاً ستون سوم را از دو ستون اول و دوم کم می‌کنیم.

$$\begin{vmatrix} a & b & x \\ \cdot & \cdot & 1 \\ a^2 + ax & b^2 + bx & x^2 \end{vmatrix} = \cdot \Rightarrow \begin{vmatrix} a & b \\ a^2 + ax & b^2 + bx \end{vmatrix} = \cdot$$

$$ab \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ a+x & b+x \end{vmatrix} = \cdot \Rightarrow ab(b-a) = \cdot$$

نشدنی است.

پس ۳ ریشه متمایز دارد.

۱۹۶- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. دو سطر اول و چهارم دترمینان متناسب هستند.

$$\begin{bmatrix} 2 & -x & 3 & -1 \\ 5 & x & 0 & 2 \\ 1 & x & x & 3 \\ -4 & 2x & -6 & 2 \end{bmatrix}$$

پس همواره حاصل دترمینان برابر صفر است لذا x هر عدد دلخواه می‌تواند باشد پس بی‌شمار مقدار

۱۹۷- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}, X = A^{-1} = \begin{bmatrix} 4/8 & -1/2 \\ -3/6 & 2/4 \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه‌های آن برابر $0/4$ می‌باشد.

۱۹۸- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$AX = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow X = A^{-1} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$X = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 10 & -8 \\ -6 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

۱۹۹- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 27 \\ 45 & 64 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^2)^{-1} = \begin{bmatrix} 64 & -27 \\ -45 & 19 \end{bmatrix}$$

۲۰۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. طرفین رابطه ماتریس $A^{-1}AX - 3A - 2I$ را در ماتریس A^{-1} از چپ ضرب می‌کنیم.

$$A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 8 & -7 \\ -6 & 5 \end{bmatrix} \text{ ماتریس } A^{-1}X = 3I - 2A^{-1}$$

$$X = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & -7 \\ -6 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & -7 \\ -6 & 8 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس X به صورت $-6 - 7 + 8 - 11$ می‌باشد.

۲۰۱- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. اگر مقدار دترمینان ماتریس صفر باشد آن‌گاه ماتریس وارون پذیر نیست.

$$\left| \begin{array}{cc} 3 & a-3 \\ a+1 & 4 \end{array} \right| = 0 \Rightarrow a^2 - 2a - 3 = 12 \Rightarrow a^2 - 2a - 15 = 0 \Rightarrow a = -3, 5$$

۲۰۲- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$1) \left| \begin{array}{cc} 2 & 3 \\ 4 & 9 \end{array} \right| = 2 \times 9 - 3 \times 4 = 6 \quad \times$$

$$2) \left| \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \end{array} \right| \xrightarrow{\text{بسط نسبت به سطر اول}} 1 \times \left| \begin{array}{cc} 0 & -3 \\ -3 & 0 \end{array} \right| = -9 \quad \times$$

$$3) \left| \begin{array}{cc} -1 & 4 \\ 2 & 5 \end{array} \right| = -5 - 2 \times 4 = -13 \quad \times$$

$$4) \left| \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 1 \\ 0 & -1 & 4 \end{array} \right| \xrightarrow{\text{بسط نسبت به سطر اول}} 1 \times \left| \begin{array}{cc} 6 & 1 \\ -1 & 4 \end{array} \right| = 6 \times 4 + 1 = 25 \quad \checkmark$$

۲۰۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{نکته: } \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

$$\text{نکته: } \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

ابتدا وارون ماتریس A را محاسبه می کنیم:

$$A^{-1} = \frac{1}{-14 - (-15)} \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$$

طبق فرض داریم:

$$B + \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ -5 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = -20 + 15 = -5$$

۲۰۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: اگر ماتریس‌های A و B معکوس یک‌دیگر باشند، داریم: $AB = BA = I$
با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$$A(A - 4I) = I \Rightarrow \begin{bmatrix} a & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a-4 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a(a-4)+4 & 2a-2 \\ 2(a-4)+6 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 - 4a + 4 = 1 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } 3 \\ 2a - 2 = 0 \Rightarrow a = 1 \\ 2a - 2 = 0 \Rightarrow a = 1 \end{cases} \rightarrow a = 1$$

۲۰۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای حل این دستگاه به کمک روش ماتریس وارون می‌توان نوشت:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix}$$

طبق فرض، $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -19 \end{bmatrix}$$

در نتیجه:

$$x + y = -6 - 19 = -25$$

-۲۰۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: اگر A و B ماتریس‌های 2×2 باشند، داریم:

$$|AB| = |A| \times |B|$$

نکته: اگر ماتریس 2×2 A وارون‌پذیر باشد، داریم:

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

$$\text{نکته: } \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

می‌دانیم $I \times A = A$ و $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ اکنون داریم:

$$A \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| \times 1 = 1 \Rightarrow |A| = 1$$

$$\Rightarrow |A^{-1}| = \frac{1}{1}$$

-۲۰۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{نکته: } B^{-1} = \frac{B^*}{|B|} \Rightarrow B^* = |B| B^{-1}$$

$$\text{نکته: } |A^{-1}| = \frac{1}{|A|}, (A^{-1})^{-1} = A$$

$$(A^{-1})^* = |A^{-1}|(A^{-1})^{-1} = \frac{1}{|A|}A = \frac{1}{6-4} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -2 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad \text{با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:}$$

-۲۰۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: اگر در ماتریسی 3×3 مانند A ، حاصل ضرب درایه‌های یک سطر (ستون) در یک عدد ثابت را به سطر (ستون) دیگری بیفزاییم تا ماتریس جدید حاصل شود، آن‌گاه دترمینان ماتریس جدید با دترمینان ماتریس A برابر است.

نکته: دترمینان ماتریس بالامثلثی (پایین مثلثی) برابر حاصل ضرب درایه‌های روی قطر اصلی آن است. با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\left| \begin{array}{ccc} n & n-9 & n-6 \\ n & n & n+1 \\ n & n & n \end{array} \right| \xrightarrow{\begin{array}{l} R_3 - R_2 \rightarrow R_3 \\ R_2 - R_1 \rightarrow R_2 \end{array}} \left| \begin{array}{ccc} n & n-9 & n-6 \\ 0 & 9 & 7 \\ 0 & 0 & -1 \end{array} \right| = -9n \quad \text{طبق فرض} \quad 18 \Rightarrow n = -2$$

- ۲۰۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: $(A^{-1})^{-1} = A$ وارون پذیر باشد، آن‌گاه وارون آن به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^{-1})^{-1} = A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$A + A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

بنابراین دترمینان $A + A^{-1}$ برابر است با:

$$|A + A^{-1}| = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & \frac{5}{2} \end{vmatrix} = 2 \times \frac{5}{2} = 5$$

- ۲۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: شرط وارون پذیری ماتریس مربعی A ، داشتن دترمینان غیر صفر است. بنابراین دترمینان ماتریس وارون ناپذیر، صفر است.

با توجه به نکته‌ی بالا چون ماتریس وارون پذیر نیست، پس باید دترمینان آن برابر صفر باشد:

$$\begin{vmatrix} 1 & a+1 \\ a-2 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 4 - (a^2 - a - 2) = 0 \Rightarrow a^2 - a - 6 = 0 \Rightarrow (a - 3)(a + 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = -2 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 1 & a \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} a^2 - 1 & -2a \\ 2a & a^2 - 1 \end{bmatrix}$$

$$a^2 - 1 - 2a + 2a + a^2 - 1 = 2a^2 - 2 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \Rightarrow 6 \\ a = 3 \Rightarrow 16 \end{cases}$$

مجموع درایه ها

- ۲۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر در یک ماتریس، مضرب یک سطر (ستون) را به سطر (ستون) دیگری اضافه کنیم، دترمینان تغییری نمی‌کند.

نکته: اگر در یک ماتریس یک سطر (ستون) مضربی از سطر (ستون) دیگری باشد، دترمینان آن ماتریس برابر صفر است.

$$\left| \begin{array}{ccc} a & b & c \\ b+c & c+a & a+b \\ 1 & 1 & 1 \end{array} \right| \xrightarrow{R_2 + R_1 \rightarrow R_1} \left| \begin{array}{ccc} a+b+c & a+b+c & a+b+c \\ b+c & c+a & a+b \\ 1 & 1 & 1 \end{array} \right|$$

چون سطر اول ماتریس مضربی از سطر سوم است، پس حاصل دترمینان برابر صفر است.

-۲۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left| \begin{array}{ccc} x & 1 & 5 \\ x & x & 2 \\ x & x & x \end{array} \right| \xrightarrow{R_3 - R_2 \rightarrow R_3} \left| \begin{array}{ccc} x & 1 & 5 \\ x & x & 2 \\ 0 & x & x-2 \end{array} \right| \xrightarrow{\text{بسط نسبت به سطر سوم}} (x-2) \left| \begin{array}{cc} x & 1 \\ x & x \end{array} \right|$$

$$= (x-2)(x^2 - x) \xrightarrow{\text{طبق فرض}} \cdot \Rightarrow x = 2, x = 1, x = 0$$

بنابراین مجموع ریشه‌ها برابر است: $0 + 1 + 2 = 3$

-۲۱۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از رابطه ماتریسی داریم:

$$\Lambda^2 X - 49I \Rightarrow X - 49(A^2)^{-1}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 18 \\ 30 & 31 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^2| = 49$$

$$X = \begin{bmatrix} 31 & -18 \\ -30 & 19 \end{bmatrix} \text{ پس}$$

-۲۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^2)^{-1} = \frac{1}{25} \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/2 & 0 \\ 0 & -1/2 \end{bmatrix}$$

-۲۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بنابر دستور A^{-1} داریم:

$$A^{-1} = \frac{1}{21+4} \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/28 & 1/44 \\ -1/16 & 1/12 \end{bmatrix}$$

مجموع هر چهار درایه برابر است با $1/28$.

-۲۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4-3 & -2-4 \\ 6+12 & -3+16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -6 \\ 18 & 13 \end{bmatrix}$$

$$B = A^2 - 7I = \begin{bmatrix} -6 & -6 \\ 18 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{72} \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ -18 & -6 \end{bmatrix} = \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$12B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$$

۲۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از ضرب دو ماتریس خواهیم داشت:

$$\begin{cases} 2x - 2 + y + 2 = 5 \\ 3x - 3 + 2y + 4 = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x + 2y = 6 \end{cases} \Rightarrow x = 4$$

۲۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$B = A^2 - 2A = A(A - 2I) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 12 & 11 \end{bmatrix}$$

$$\frac{11 + 3 - 12 - 4}{-8} = \frac{1}{4} \text{ پس مجموع درایه‌های آن } B^{-1} = -\frac{1}{8} \begin{bmatrix} 11 & 3 \\ -12 & -4 \end{bmatrix} \text{ پس}$$

۲۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر A و B دو ماتریس مربعی باشند و $AB - I$ آنگاه A و B وارون یکدیگر هستند.

نکته: اگر A و B دو ماتریس تعویض‌پذیر باشند ($AB = BA$)، داریم:

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$$

$$A^3 = vI \Rightarrow A^3 + I^3 = vI + I^3 \Rightarrow A^3 + I^3 = vI$$

$$\Rightarrow (A + I)(A^2 - A + I) = vI \Rightarrow \frac{1}{v}(A + I)(A^2 - A + I) = I$$

پس وارون ماتریس $\frac{1}{v}(A + I)^{-1}$ ، ماتریس $A^2 - A + I$ است.

۲۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دترمینان مطلوب بنا به تعریف چنین است

$$\begin{vmatrix} a+b & a+2b & a+3b \\ 2a+b & 2a+2b & 2a+3b \\ 3a+b & 3a+2b & 3a+3b \end{vmatrix} = .$$

اگر سطر اول به سطر سوم اضافه شود دو برابر سطح دوم می‌شود
الزاماً حاصل دترمینان صفر است.

۲۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{بنکته: } A^{-1} = \frac{1}{|A|} A^*$$

$$|A^*| = |A|^{n-1}$$

نکته: اگر A یک ماتریس $n \times n$ باشد، داریم:

$$A^* = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^*| = |A|^{2-1} \Rightarrow |A| = |A^*| = 8$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} A^* = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{8}(4+2+8+6) = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$$

بنابراین مجموع درایه‌های A^{-1} برابر است با:

۲۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{راه حل اول: نکته: معادله } \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ a & b & 1 \\ c & d & 1 \end{vmatrix} = 0 \text{ در } \mathbb{R}^2 \text{ است.}$$

با توجه به نکته بالا، معادله خط گذرا از نقاط (۲، ۴)، (۴، ۳) و (۴، ۲) است که به صورت زیر می‌باشد:

$$y - 4 = \frac{4-2}{2-3}(x - 2) \Rightarrow y = -6x + 16$$

در بین گزینه‌ها، فقط نقطه (۸، ۴) روی این خط قرار دارد.

راه حل دوم: حاصل دترمینان را ساده می‌کنیم:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} = x \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} - y \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= -6x - y + 16 \quad \text{طبق فرض} \Rightarrow y = -6x + 16$$

در بین گزینه‌ها، فقط نقطه (۸، ۴) روی این خط قرار دارد.

۲۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: وارون ماتریس $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ (در صورت وجود)، عبارت است از:

$$\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

ابتدا ماتریس B را تعیین می‌کنیم:

$$A + B = I \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} + B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -4 & -4 \end{bmatrix}$$

حال با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$$B^{-1} = \frac{1}{4 - 12} \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{3}{8} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{8} \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه‌های ماتریس B^{-1} ، برابر است با:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = -\frac{1}{4}$$

۲۲۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: اگر A یک ماتریس $n \times n$ و λ یک عدد حقیقی باشد، آن‌گاه:

$$|\lambda A| = \lambda^n |A|$$

$$A = |i - j|_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 1 + 1 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \left| \frac{1}{4} A \right| = \frac{1}{4} |A| = 0$$

-۲۲۵ - گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر همه درایه‌های یک سطر (ستون) ماتریس مربعی A را در عدد حقیقی λ ضرب کنیم، آن‌گاه ماتریس جدیدی حاصل می‌شود که دترمینان آن λ برابر دترمینان ماتریس A است.
نکته (قانون تفکیک در دترمینان):

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ b_{31} + c_{31} & b_{32} + c_{32} & b_{33} + c_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} x & -3x & 2 \\ 2x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \end{vmatrix} + x \begin{vmatrix} x & -3 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & -3x & 2 \\ 2x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & -3x & 2 \\ 2x & 1 & 1 \\ -1 & -x & 0 \end{vmatrix} = \lambda$$

طبق عکس قانون تفکیک در دترمینان، حاصل جمع دو دترمینان بالا برابر است با:

$$\begin{vmatrix} x & -3x & 2 \\ 2x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \end{vmatrix} = \lambda \Rightarrow 2x^2 = \lambda \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

-۲۲۶ - گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر A و B دو ماتریس $n \times n$ باشند، آن‌گاه: $|AB| = |A||B|$
نکته: دترمینان ماتریس پایین مثلثی (بالا مثلثی) حاصل ضرب عناصر روی قطر اصلی است.

نکته: اگر A یک ماتریس $n \times n$ و λ یک عدد حقیقی باشد، آن‌گاه: $|\lambda A| = \lambda^n |A|$
با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 5 \end{vmatrix} |A| \begin{vmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 1 & 4 & 0 \\ 0 & 7 & -9 \end{vmatrix} = |5I| = 5^3 |I| \Rightarrow (-5)|A|(-25) = 5^3 \Rightarrow |A| \times 5^3$$

$$5^3 \Rightarrow |A| = 1$$

-۲۲۷ - گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ برابر است با:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & a \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & a \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+a & a \\ 1 & a+1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 - A$$

$$= \begin{bmatrix} 4+a & a \\ 1 & a+1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & a \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+a & a \\ 0 & a+2 \end{bmatrix}$$

$$|A^2 - A| = (a+2)^2 \xrightarrow{\text{طبق فرض}} 9 \Rightarrow a+2 = \pm 3 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } -5$$

- ۲۲۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: اگر A ماتریسی وارونپذیر باشد، داریم:

$$\left| A^{-1} \right| = \frac{1}{|A|}$$

$$\left| (2A)^{-1} \right| = 2^3 \left| A^{-1} \right| = 2^3 |A|^{-3} = 2^3 \times 2^{-6} = 2^{-6}$$

$$\left| (2A)^{-1} \right| = \frac{1}{\left| 2A \right|^3} = \frac{1}{2^6} = 2^{-6}$$

- ۲۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: ماتریس A وارونپذیر نیست، اگر و تنها اگر $|A| = ad - bc$

نکته: دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ برابر است با:

چون A وارونپذیر نیست، داریم:

$$|A| = 0 \Rightarrow (m+1)(m+3) - m(m-1) = 0 \Rightarrow m^2 + 4m + 3 - m^2 + m = 0 \Rightarrow m = \frac{-3}{5}$$

حال دترمینان ماتریس B را محاسبه می‌کنیم:

$$|B| = 25m^2 - 12 = 25\left(\frac{-3}{5}\right)^2 - 12 = -3$$

- ۲۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: اگر $A \times B = I$ ، آنگاه ماتریس A و B وارون یکدیگر هستند.

نکته: وارون ماتریس $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ (در صورت وجود) عبارت است از:

$$\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} a & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \times A = I \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{3-2} \begin{bmatrix} 3 & -(-2) \\ -(-1) & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- ۲۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: اگر A یک ماتریس $n \times n$ و k عددی حقیقی باشد، داریم: $|kA| = k^n |A|$

نکته: اگر m عددی طبیعی باشد، داریم: $|A^m| = |A|^m$

$$|A| = \begin{vmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 5 & -1 & 6 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{بسط نسبت به ستون دوم}} (-1) \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -8$$

$$\left| \frac{1}{2} A^3 \right| = \left(\frac{1}{2} \right)^3 |A|^3 = \frac{1}{8} |A|^3 = \frac{1}{8} (-8)^3 = -64$$

-۲۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left| \begin{array}{ccc} x & 12 & 6 + vx \\ y & 28 & 14 + vy \\ z & 4 & 2 + vz \end{array} \right| \xrightarrow{c_3 - vc_1 \rightarrow c_3} \left| \begin{array}{ccc} x & 12 & 6 \\ y & 28 & 14 \\ z & 4 & 2 \end{array} \right| = 2 \left| \begin{array}{ccc} x & 6 & 6 \\ y & 14 & 14 \\ z & 2 & 2 \end{array} \right|$$

چون دو ستون این دترمینان برابر است، پس حاصل آن برابر صفر است.

-۲۳۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ (در صورت وجود)، عبارت است از:

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$A + \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A + 2I = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

حال با استفاده از نکته بالا داریم:

$$(A + 2I)^{-1} = \frac{1}{3-1} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

-۲۳۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر در یک دترمینان جای دو سطر (ستون) را عوض کنیم، دترمینان قرینه می‌شود.

$$\text{بنکته: } \left| \begin{array}{ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array} \right| + k \left| \begin{array}{ccc} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array} \right| - \left| \begin{array}{ccc} a_{11} + kb_{11} & a_{12} + kb_{12} & a_{13} + kb_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array} \right|$$

در دترمینان دوم: جای سطرهای ۲ و ۳ را عوض می‌کنیم. در این صورت دترمینان آن در یک منفی ضرب می‌شود. سپس با استفاده از نکته بالا، حاصل را به صورت یک دترمینان می‌نویسیم.

$$\left| \begin{array}{ccc} x & -2x & -1 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & -3 \end{array} \right| - x \left| \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & -3 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{ccc} x & -2x & -1 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & -3 \end{array} \right| - \left| \begin{array}{ccc} x & -2x & x \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & -3 \end{array} \right|$$

$$\left| \begin{array}{ccc} * & * & -1-x \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & -3 \end{array} \right| \xrightarrow{\text{طبق فرض}} \wedge \Rightarrow (-1-x) \left| \begin{array}{cc} -1 & 4 \\ 1 & 0 \end{array} \right| = \wedge \Rightarrow f(x+1) = \wedge \Rightarrow x = 1$$

-۲۳۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اجزاء سطر دوم را به اجزاء سطر سوم اضافه می‌کنیم

$$\begin{vmatrix} A \\ B \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \\ 2 & 7 & 4 & 3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 4 & 2 \\ 2 & 7 & 4 & 3 \\ 2 & 7 & 4 & 3 \end{vmatrix} = .$$

دو سطر سوم و چهارم در دترمینان حاصل برابرند. پس حاصل دترمینان صفر است.

-۲۳۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A \cdot B = 23I \Rightarrow B = 23A^{-1} = 23 \times \frac{1}{-23} \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$$

-۲۳۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A - 2B = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 9 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

مقدار دترمینان ماتریس حاصل برابر است با $0 - 3 - 3$ پس وارون پذیر نیست.

-۲۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مرتبه دترمینان پایین می‌آوریم.

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 5 & 3 \\ 2 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & 6 & 4 & 3 \\ 0 & -7 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 4 & 3 \\ -7 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -8 & -21 \\ 13 & 29 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -8 & -21 \\ 13 & 29 \end{vmatrix}$$

$$= -232 + 273 = 41$$

-۲۳۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. سطرهای دوم و سوم را به سطر اول افزوده و از $a + 3$ فاکتور می‌گیریم.

$$\begin{vmatrix} a+3 & a+3 & a+3 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+a \end{vmatrix} = (a+3) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+a \end{vmatrix} = (a+3) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{vmatrix} = a^2(a+3)$$

$$a^3 + 3a^2 = 20 \Rightarrow a^3 - 2a^2 + 5a^2 - 20 = . \quad a^2(a-2) + 5(a-2)(a+2) = .$$

$$(a-2)(a^2 + 5a + 10) = .$$

پس $a = 2$

-۲۴۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 5 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -3 & 2 & 3 & -6 \\ -7 & 6 & 7 & -22 \\ 9 & 0 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -3 & 3 & -6 \\ -7 & 7 & -22 \\ 9 & 4 & 3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 3 & -6 \\ 0 & 7 & -22 \\ 13 & 4 & 3 \end{vmatrix} \\ & = 13 \begin{vmatrix} 3 & -6 \\ 7 & -22 \end{vmatrix} = 13 \times 6 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 7 & -11 \end{vmatrix} = 78(-11 + 7) = -312 \end{aligned}$$

-۲۴۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A \times B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 5 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 13 & 11 \\ -5 & 7 & 19 \\ -1 & 8 & 6 \end{bmatrix}$$

مضاربی از سطر سوم به دو سطر اول اضافه می‌شود.

$$|A \times B| = \begin{vmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 1 & -33 & -11 \\ -1 & 8 & 6 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 33 & 11 \end{vmatrix} = .$$

-۲۴۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ماتریس X معکوس ماتریس مفروض است، پس خواهیم داشت:

$$X = A^{-1} = -1 \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -7 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

-۲۴۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(1) \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = : \quad \text{در دستگاه } \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \quad \text{زمانی بیشمار جواب داریم که: } (c, c' \neq 0),$$

$$(2) \frac{m}{n} = \frac{-2}{-3m} = \frac{3}{n} \Rightarrow -3m^2 = -12 \Rightarrow m = \pm 2 \Rightarrow n = \pm 9 \Rightarrow m + n = \pm 11$$

-۲۴۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left\{ \begin{aligned} \left| (A^{-1})^2 \right| &= \left| A^{-1} \right|^2 = \frac{1}{|A|^2} \Rightarrow \left| (A^{-1})^2 \right| = \frac{1}{4a^2} \\ |A| &= 4a - a = 3a \end{aligned} \right.$$

-۲۴۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{m}{n} = \frac{-2}{-3m} = \frac{3}{n} \Rightarrow -3m^2 = -12 \Rightarrow m = \pm 2 \Rightarrow n = \pm 9 \Rightarrow m + n = \pm 11$$

۲۴۶- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$|A| = \log a \cdot \log c - \log a \cdot \log b$$

$$= \log a (\log c - \log b) - \log a \cdot \log \frac{c}{b}$$

طبق فرض $|A| = \log a$ داریم:

$$\log a \cdot \log \frac{c}{b} = \log a \xrightarrow{a \neq 1} \log \frac{c}{b} = 1 \Rightarrow \frac{c}{b} = 1,$$

$$\Rightarrow c = 1 \cdot b \Rightarrow \frac{c + 2b}{c - 2b} = \frac{1+2b}{1-2b} = \frac{3}{2}$$

1	-190
2	-191
2	-192
2	-193
2	-194
2	-195
2	-196
2	-197
2	-198
2	-199
2	-200
2	-201
2	-202
2	-203
2	-204
2	-205
2	-206
2	-207
2	-208
2	-209
2	-210
2	-211
2	-212
2	-213
2	-214
2	-215
2	-216
2	-217
2	-218
2	-219
2	-220
2	-221
2	-222
2	-223
2	-224
2	-225
2	-226
2	-227
2	-228
2	-229
2	-230
2	-231
2	-232
2	-233
2	-234
2	-235
2	-236
2	-237
2	-238
2	-239
2	-240
2	-241
2	-242
2	-243
2	-244
2	-245
2	-246

1	-127
2	-128
2	-129
2	-130
2	-131
2	-132
2	-133
2	-134
2	-135
2	-136
2	-137
2	-138
2	-139
2	-140
2	-141
2	-142
2	-143
2	-144
2	-145
2	-146
2	-147
2	-148
2	-149
2	-150
2	-151
2	-152
2	-153
2	-154
2	-155
2	-156
2	-157
2	-158
2	-159
2	-160
2	-161
2	-162
2	-163
2	-164
2	-165
2	-166
2	-167
2	-168
2	-169
2	-170
2	-171
2	-172
2	-173
2	-174
2	-175
2	-176
2	-177
2	-178
2	-179
2	-180
2	-181
2	-182
2	-183
2	-184
2	-185
2	-186
2	-187
2	-188
2	-189
2	-190
2	-191
2	-192
2	-193
2	-194
2	-195
2	-196
2	-197
2	-198
2	-199
2	-200
2	-201
2	-202
2	-203
2	-204
2	-205
2	-206
2	-207
2	-208
2	-209
2	-210
2	-211
2	-212
2	-213
2	-214
2	-215
2	-216
2	-217
2	-218
2	-219
2	-220
2	-221
2	-222
2	-223
2	-224
2	-225
2	-226
2	-227
2	-228
2	-229
2	-230
2	-231
2	-232
2	-233
2	-234
2	-235
2	-236
2	-237
2	-238
2	-239
2	-240
2	-241
2	-242
2	-243
2	-244
2	-245
2	-246

1	-1
2	-2
2	-3
2	-4
2	-5
2	-6
2	-7
2	-8
2	-9
2	-10
2	-11
2	-12
2	-13
2	-14
2	-15
2	-16
2	-17
2	-18
2	-19
2	-20
2	-21
2	-22
2	-23
2	-24
2	-25
2	-26
2	-27
2	-28
2	-29
2	-30
2	-31
2	-32
2	-33
2	-34
2	-35
2	-36
2	-37
2	-38
2	-39
2	-40
2	-41
2	-42
2	-43
2	-44
2	-45
2	-46
2	-47
2	-48
2	-49
2	-50
2	-51
2	-52
2	-53
2	-54
2	-55
2	-56
2	-57
2	-58
2	-59
2	-60
2	-61
2	-62
2	-63
2	-64
2	-65
2	-66
2	-67
2	-68
2	-69
2	-70
2	-71
2	-72
2	-73
2	-74
2	-75
2	-76
2	-77
2	-78
2	-79
2	-80
2	-81
2	-82
2	-83
2	-84
2	-85
2	-86
2	-87
2	-88
2	-89
2	-90
2	-91
2	-92
2	-93
2	-94
2	-95
2	-96
2	-97
2	-98
2	-99
2	-100
2	-101
2	-102
2	-103
2	-104
2	-105
2	-106
2	-107
2	-108
2	-109
2	-110
2	-111
2	-112
2	-113
2	-114
2	-115
2	-116
2	-117
2	-118
2	-119
2	-120
2	-121
2	-122
2	-123
2	-124
2	-125
2	-126
2	-127
2	-128
2	-129
2	-130
2	-131
2	-132
2	-133
2	-134
2	-135
2	-136
2	-137
2	-138
2	-139
2	-140
2	-141
2	-142
2	-143
2	-144
2	-145
2	-146
2	-147
2	-148
2	-149
2	-150
2	-151
2	-152
2	-153
2	-154
2	-155
2	-156
2	-157
2	-158
2	-159
2	-160
2	-161
2	-162
2	-163
2	-164
2	-165
2	-166
2	-167
2	-168
2	-169
2	-170
2	-171
2	-172
2	-173
2	-174
2	-175
2	-176
2	-177
2	-178
2	-179
2	-180
2	-181
2	-182
2	-183
2	-184
2	-185
2	-186
2	-187
2	-188
2	-189
2	-190
2	-191
2	-192
2	-193
2	-194
2	-195
2	-196
2	-197
2	-198
2	-199
2	-200
2	-201
2	-202
2	-203
2	-204
2	-205
2	-206
2	-207
2	-208
2	-209
2	-210
2	-211
2	-212
2	-213
2	-214
2	-215
2	-216
2	-217
2	-218
2	-219
2	-220
2	-221
2	-222
2	-223
2	-224
2	-225
2	-226
2	-227
2	-228
2	-229
2	-230
2	-231
2	-232
2	-233
2	-234
2	-235
2	-236
2	-237
2	-238
2	-239
2	-240
2	-241
2	-242
2	-243
2	-244
2	-245
2	-246