



سؤالات درس : هندسه ۳	رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع :	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه : ۲

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) ضرب داخلی دو بردار خاصیت جابه‌جایی دارد.</p> <p>ب) در حالتی که $\frac{c}{a} = 1$، بیضی تبدیل به یک دایره می‌شود.</p> <p>پ) اگر A ماتریس مربعی از مرتبه ۳ باشد که $A = -4$، در این صورت $2A = -32$.</p> <p>ت) اگر $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ سه بردار باشند و برای آن‌ها داشته باشیم: $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$ آنگاه لزوماً $\vec{b} = \vec{c}$.</p>	۱
۲	<p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) حاصل $\vec{i} \times \vec{j} - \vec{j} \times \vec{i} + \vec{k} \times \vec{k}$ برابر می‌شود.</p> <p>ب) اگر صفحه‌ای به گونه‌ای باشد که هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور آن نباشد، در این صورت فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی یک است.</p> <p>پ) دترمینان هر ماتریس قطری برابر است با</p> <p>ت) بردار $\vec{a} = (1, -4, 5)$ بر حسب بردارهای یکدیگر $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ به صورت می‌شود.</p>	۱
۰/۷۵	<p>اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} i^2 - 1 & i = j \\ i - j & i > j \\ j - i & i < j \end{cases}$ تعریف شده باشد، ماتریس $3A$ را بدست آورید.</p>	۳
۰/۷۵	<p>اگر $A = \begin{bmatrix} 2 A & A \\ 2 & A \end{bmatrix}$ باشد، در این صورت حاصل $(A ^2 - 1) A$ را بیابید.</p>	۴
۱	<p>دستگاه معادلات خطی تشکیل دهید که $A = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب دستگاه بوده و $B = \begin{bmatrix} -8 \\ 5 \end{bmatrix}$ ماتریس معلومات آن باشد، سپس جواب دستگاه را با استفاده از ماتریس A^{-1} به دست آورید.</p>	۵
۱	<p>به ازای چه مقداری از a، دستگاه $\begin{cases} ax + 2y = 2a + 1 \\ 3x + (a-1)y = 7 \end{cases}$ فاقد جواب است.</p>	۶
۰/۵	<p>مکان هندسی مرکز دایره‌هایی با شعاع ثابت R که بر دایره $C(O, r)$ در صفحه این دایره مماس خارجی‌اند، را مشخص کنید.</p>	۷
۱	<p>معادله دایره‌ای را بنویسید که $O(4, 6)$ مرکز آن بوده و روی خط به معادله $3x + 4y + 4 = 0$ و تری به طول ۱۲ جدا کند.</p>	۸
۱/۲۵	<p>دایره‌های $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$ و $x^2 + y^2 = 1$ نسبت به هم چه وضعی دارند؟</p>	۹

« ادامه سؤالات در صفحه دوم »

سؤالات درس : هندسه ۳	رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع :	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان :	تعداد صفحه : ۲

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۱۰	نقطه M روی بیضی به افطار ۶,۱۰ واحد به گونه‌ای قرار دارد که فاصله آن تا O مرکز بیضی برابر ۴ واحد است. نشان دهید $OM = OF = OF'$. (F, F' کانون های بیضی هستند).	۱
۱۱	در شکل مقابل خط d بر بیضی در نقطه M مماس شده است، اگر $NF' \parallel MF$ باشد، ثابت کنید: $NF' = MF'$.	۱
۱۲	سهمی $y^2 - 2y + 8x + 9 = 0$ مفروض است. به مرکز کانون سهمی و شعاع ۴ واحد دایره‌ای رسم می‌کنیم. مختصات نقاط برخورد دایره و سهمی را بیابید.	۱/۲۵
۱۳	معادله سهمی را بنویسید که F(۱, -۲) کانون و S(۱, ۲) رأس آن باشد.	۱
۱۴	با توجه به شکل مقابل : الف) معادله وجه FGDE را بنویسید. ب) معادله یال AF را بنویسید. پ) مختصات رأس G را تعیین کنید.	۱/۵
۱۵	اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{4}{\gamma}$ و $ \vec{a} = 8$, $ \vec{b} = \frac{1}{\gamma}$ باشند، مساحت متوازی‌الاضلاعی که توسط بردارهای \vec{a} , \vec{b} تولید می‌شود را بدست آورید.	۱/۲۵
۱۶	الف) برای دو بردار غیر صفر \vec{a} , \vec{b} ، ثابت کنید \vec{a} , \vec{b} با هم موازیند اگر و فقط اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$. ب) نامساوی کشی شوراتز را ثابت کنید.	۱/۵
۱۷	اگر $\vec{a} = (3, 1, 2)$ و $\vec{b} = (2, 1, 1)$ باشند، تصویر قائم \vec{a} بر امتداد $\vec{a} + 2\vec{b}$ را بدست آورید.	۱/۵
۱۸	حجم متوازی‌السطوحی را بدست آورید که توسط سه بردار $\vec{a} = (-1, 2, -2)$ و $\vec{b} = (-2, 1, -1)$ و $\vec{c} = (-1, 0, 1)$ تولید می‌شود.	۱/۲۵
۲۰	جمع نمره	« موفق باشید. »

ساعت شروع :	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات درس: هندسه ۳
تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

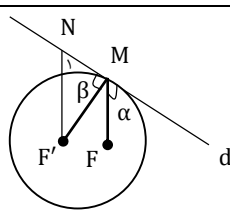
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) درست صفحه ۷۹ ب) نادرست صفحه ۴۹ پ) درست صفحه ۳۱ ت) نادرست صفحه ۸۴ (هر مورد ۰/۲۵)	۱
۲	الف) $2\vec{k}$ صفحه ۸۲ ب) هذلولی صفحه ۳۵ پ) حاصل ضرب درایه های قطر اصلی صفحه ۳۰ ت) $\vec{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$ صفحه ۷۵ (هر مورد ۰/۲۵)	۱
۳	صفحه ۲۱	۰/۷۵
	$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (0/5) \rightarrow 3A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 9 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} \quad (0/25)$	
۴	صفحه ۳۰	۰/۷۵
	$ A = 2 A ^2 - 2 A \quad (0/25) \rightarrow 3 A - 2 A ^2 = 0 \rightarrow A (3 - 2 A) = 0 \begin{cases} A = 0 \\ A = \frac{3}{2} \end{cases} \quad (0/25)$ $(A ^2 - 1) A = \begin{cases} 0 \\ \frac{15}{8} \end{cases} \quad (0/25)$	
۵	صفحه ۳۱	۱
	$\begin{cases} 2x - 5y = -8 \\ 3x + y = 5 \end{cases} \quad (0/25)$ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2+15} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -8 \\ 5 \end{bmatrix} \quad (0/5) = \frac{1}{17} \begin{bmatrix} -8+25 \\ 24+10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (0/25)$	
۶	صفحه ۳۰	۱
	$\begin{vmatrix} a & 2 \\ 3 & a-1 \end{vmatrix} = 0 \quad (0/25) \rightarrow a^2 - a - 6 = 0 \begin{cases} a = -2 \rightarrow \frac{-2}{3} = \frac{-2}{3} \neq \frac{-3}{7} \quad (0/25) \\ a = 3 \rightarrow \frac{3}{3} = \frac{2}{2} = \frac{7}{7} \quad (0/25) \end{cases}$ $a = -2$ مورد قبول است. (۰/۲۵) (چنانچه از رابطه $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ مقدار a محاسبه گردد، نمره تعلق گیرد).	
۷	صفحه ۳۹	۰/۵
	دایره ای به مرکز O و شعاع $R+r$	
۸	صفحه ۴۶	۱
	$d = \frac{ 3 \times 4 + 4 \times 6 + 4 }{\sqrt{9+16}} = \frac{40}{5} = 8 \quad (0/25)$ $r^2 = d^2 + OH^2 \xrightarrow{OH \text{ نصف وتر}} r^2 = 64 + 36 = 100 \quad (0/5) \rightarrow (x-4)^2 + (y-6)^2 = 100 \quad (0/25)$	

« ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دوم »

ساعت شروع :	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات درس: هندسه ۳
تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۹	صفحه ۴۴ $O(0,0), R = 1 \quad (0/25) \quad O'(3,1) \quad R' = 1 \quad (0/25)$ $OO' = \sqrt{10} \quad (0/25) \quad R + R' = 2 \quad (0/25) \rightarrow \sqrt{10} = OO' > R + R' = 2$ دو دایره متخارج اند	۱/۲۵
۱۰	صفحه ۵۷ $AA' = 2a = 10 \rightarrow a = 5, BB' = 2b = 6 \rightarrow b = 3 \quad (0/25)$ $c^2 = a^2 - b^2 = 16 \rightarrow c = 4 \quad (0/5) \quad OF = OF' = OM = 4 \quad (0/25)$	۱
۱۱	صفحه ۵۷  از موازی بودن MF, NF' با مورب d داریم: $(0/25) \widehat{N}_1 = \hat{\alpha}$ طبق یک قضیه (فعالیت صفحه ۵۰) می‌دانیم $(0/25) \alpha = \beta$ از دو رابطه به دست آمده نتیجه می‌شود: $(0/25) \widehat{N}_1 = \hat{\beta} \quad F'M = F'N$ پس $(0/25)$	۱
۱۲	صفحه ۵۵ و ۵۸ $(y-1)^2 = -1(x+1) \quad (0/25) \xrightarrow{a=2} F(-a+h, k) = F(-3, 1) \quad (0/5)$ $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 16 \quad (0/25) \rightarrow x^2 + 6x + 9 + y^2 - 2y + 1 = 16$ $\xrightarrow{y^2 - 2y = -1x - 9} x^2 - 2x - 15 = 0 \quad (0/25)$ $\begin{cases} x = 5 \\ x = -3 \end{cases} \quad (0/25) \rightarrow y - 1 = \pm 4 \quad \begin{cases} y = 5 \\ y = -3 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} A(-3, 5) \\ B(-3, -3) \end{matrix} \quad (0/25)$	۱/۲۵
۱۳	صفحه ۵۸ با توجه به موقعیت رأس و کانون، سهمی قائم رو به پایین است $(0/25)$ پس مختصات کانون $F(h, -a+k)$ است. در نتیجه: $(0/25) -2 = -a + 2 \rightarrow a = 4 \quad (0/25)$ پس معادله سهمی $(x-1)^2 = -16(y-2)$ خواهد شد.	۱
۱۴	صفحه ۶۸ الف) $FGDE \begin{cases} x = 2 \\ 0 \leq y \leq 4 \\ 1 \leq z \leq 6 \end{cases} \quad (0/5)$ ب) $AF: \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ y = 0 \\ z = 6 \end{cases} \quad (0/5)$ پ) $G(2, 4, 6) \quad (0/5)$	۱/۵
۱۵	صفحه ۷۸ و ۸۱ $\cos \theta = \frac{a \cdot b}{ a b } = \frac{\frac{4}{\sqrt{5}}}{8 \times \frac{1}{\sqrt{5}}} = \frac{1}{2} \quad (0/5) \rightarrow \hat{\theta} = 60^\circ \quad (0/25)$ $S = a b \sin \theta \quad (0/25) = 8 \times \frac{1}{\sqrt{5}} \times \sin 60^\circ = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \quad (0/25)$	۱/۲۵

« ادامه راهنمای تصحیح در صفحه سوم »

ساعت شروع :	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات درس: هندسه ۳
تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱/۵	$a \times b = \cdot \leftrightarrow a \times b = \cdot \leftrightarrow a b \sin \theta = \cdot \leftrightarrow \sin \theta = \cdot \leftrightarrow \theta = \cdot$ یا 2π $\leftrightarrow \vec{a} \parallel \vec{b}$ $ a \cdot b \leq a b \rightarrow a b \cos \theta = a b \cos \theta \leq a b \quad (\cos \theta \leq 1)$	صفحه ۸۲ الف) (۰/۷۵) صفحه ۷۹ ب) (۰/۷۵)
۱/۵	$c = a + 2b = (7, 3, 4) \rightarrow c = \sqrt{49 + 9 + 16} = \sqrt{74} \quad (۰/۵)$ $a' = \frac{a \cdot c}{ c ^2} \vec{c} = \frac{16}{37} (7, 3, 4) \quad (۱)$	صفحه ۸۰
۱/۲۵	$ a \cdot (b \times c) \quad (۰/۲۵) = (-1, 2, -2) \cdot (1, 3, 1) \quad (۰/۵) = -1 + 6 - 2 = 3 \quad (۰/۵)$	صفحه ۸۳
۲۰	جمع نمره	« همکار محترم خدا قوت »

مصحح گرامی به سایر پاسخ‌های صحیح نیز نمره تعلق می‌گیرد.