



سؤالات درس : هندسه ۳	رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع :	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه : ۲

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) ضرب داخلی دو بردار خاصیت جابه‌جایی دارد. ب) در حالتی که $\frac{c}{a} = 1$ ، بیضی تبدیل به یک دایره می‌شود. پ) اگر A ماتریس مربعی از مرتبه ۳ باشد که $ A = -4$ ، در این صورت $ 2A = -32$. ت) اگر $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ سه بردار باشند و برای آن‌ها داشته باشیم $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$ آنگاه لزوماً $\vec{b} = \vec{c}$.	۱
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. الف) حاصل $\vec{i} \times \vec{j} - \vec{j} \times \vec{i} + \vec{k} \times \vec{k}$ برابر می‌شود. ب) اگر صفحه‌ای به گونه‌ای باشد که هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور آن نباشد، در این صورت فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی یک است. پ) دترمینان هر ماتریس قطری برابر است با ت) بردار $\vec{a} = (1, -4, 5)$ بر حسب بردارهای $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ به صورت می‌شود.	۱
۳	اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} i^2 - 1 & i = j \\ i - j & i > j \\ j - i & i < j \end{cases}$ تعریف شده باشد، ماتریس $3A$ را بدست آورید.	۰/۷۵
۴	اگر $A = \begin{bmatrix} 2 A & A \\ 2 & A \end{bmatrix}$ باشد، در این صورت حاصل $ A ^2 - 1$ را بیابید.	۰/۷۵
۵	دستگاه معادلات خطی تشکیل دهید که $A = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب دستگاه بوده و $B = \begin{bmatrix} -8 \\ 5 \end{bmatrix}$ ماتریس معلومات آن باشد، سپس جواب دستگاه را با استفاده از ماتریس A^{-1} به دست آورید.	۱
۶	به ازای چه مقداری از a ، دستگاه $\begin{cases} ax + 2y = 2a + 1 \\ 3x + (a-1)y = 7 \end{cases}$ فاقد جواب است.	۱
۷	مکان هندسی مرکز دایره‌هایی با شعاع ثابت R که بر دایره $C(O, r)$ در صفحه این دایره مماس خارجی‌اند، را مشخص کنید.	۰/۵
۸	معادله دایره‌ای را بنویسید که $O(4, 6)$ مرکز آن بوده و روی خط به معادله $3x + 4y + 4 = 0$ و تری به طول ۱۲ جدا کند.	۱
۹	دایره‌های $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$ و $x^2 + y^2 = 1$ نسبت به هم چه وضعی دارند؟	۱/۲۵

« ادامه سؤالات در صفحه دوم »

سؤالات درس : هندسه ۳	رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع :	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه : ۲

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

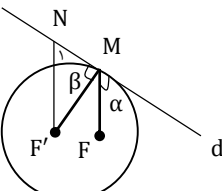
۱۰	نقطه M روی بیضی به افطار ۶,۱۰ واحد به گونه‌ای قرار دارد که فاصله آن تا O مرکز بیضی برابر ۴ واحد است. نشان دهید $OM = OF = OF'$. (F, F' کانون های بیضی هستند).	۱
۱۱	در شکل مقابل خط d بر بیضی در نقطه M مماس شده است، اگر $NF' \parallel MF$ باشد، ثابت کنید: $NF' = MF'$.	۱
۱۲	سهمی $y^2 - 2y + 8x + 9 = 0$ مفروض است. به مرکز کانون سهمی و شعاع ۴ واحد دایره‌ای رسم می‌کنیم. مختصات نقاط برخورد دایره و سهمی را بیابید.	۱/۷۵
۱۳	معادله سهمی را بنویسید که F(۱, -۲) کانون و S(۱, ۲) رأس آن باشد.	۱
۱۴	با توجه به شکل مقابل : (الف) معادله وجه FGDE را بنویسید. (ب) معادله یال AF را بنویسید. (پ) مختصات رأس G را تعیین کنید.	۱/۵
۱۵	اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{4}{\sqrt{3}}$ و $ \vec{b} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ، $ \vec{a} = 8$ باشند، مساحت متوازی‌الاضلاعی که توسط بردارهای $\vec{a}, \vec{b}$ تولید می‌شود را بدست آورید.	۱/۲۵
۱۶	(الف) برای دو بردار غیر صفر $\vec{a}, \vec{b}$ ، ثابت کنید $\vec{a}, \vec{b}$ با هم موازیند اگر و فقط اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$. (ب) نامساوی کشی شوراتز را ثابت کنید.	۱/۵
۱۷	اگر $\vec{a} = (3, 1, 2)$ و $\vec{b} = (2, 1, 1)$ باشند، تصویر قائم $\vec{a}$ بر امتداد $\vec{a} + 2\vec{b}$ را بدست آورید.	۱/۵
۱۸	حجم متوازی‌السطوحی را بدست آورید که توسط سه بردار $\vec{a} = (-1, 2, -2)$ و $\vec{b} = (-2, 1, -1)$ و $\vec{c} = (-1, 0, 1)$ تولید می‌شود.	۱/۲۵
۲۰	جمع نمره	« موفق باشید. »

سؤالات درس : هندسه ۳	رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع :	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان :	تعداد صفحه : ۲

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) درست صفحه ۷۹ ب) نادرست صفحه ۴۹ پ) درست صفحه ۳۱ ت) نادرست صفحه ۸۴ (هر مورد ۰/۲۵)	۱
۲	الف) $\vec{k}^2$ صفحه ۸۲ ب) هذلولی صفحه ۳۵ پ) حاصل ضرب درایه های قطر اصلی صفحه ۳۰ ت) $\vec{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$ صفحه ۷۵ (هر مورد ۰/۲۵)	۱
۳	صفحه ۲۱ $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (0/5) \rightarrow 3A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 9 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} \quad (0/25)$	۰/۷۵
۴	صفحه ۳۰ $ A = 2 A ^2 - 2 A \quad (0/25) \rightarrow 3 A - 2 A ^2 = 0 \rightarrow A (3 - 2 A) = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ A = \frac{3}{2} \end{cases} \quad (0/25)$ $(A ^2 - 1) A = \begin{cases} 0 \\ \frac{15}{8} \end{cases} \quad (0/25)$	۰/۷۵
۵	صفحه ۳۱ $\begin{cases} 2x - 5y = -8 \\ 3x + y = 5 \end{cases} \quad (0/25)$ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2+15} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -8 \\ 5 \end{bmatrix} \quad (0/5) = \frac{1}{17} \begin{bmatrix} -8+25 \\ 24+10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (0/25)$	۱
۶	صفحه ۳۰ $\begin{vmatrix} a & 2 \\ 3 & a-1 \end{vmatrix} = 0 \quad (0/25) \rightarrow a^2 - a - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \rightarrow \frac{-2}{3} = \frac{-2}{3} \neq \frac{-3}{5} \quad (0/25) \\ a = 3 \rightarrow \frac{3}{3} = \frac{2}{2} = \frac{5}{5} \quad (0/25) \end{cases}$ $a = -2$ مورد قبول است. (۰/۲۵) (چنانچه از رابطه $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ مقدار a محاسبه گردد، نمره تعلق گیرد).	۱
۷	صفحه ۳۹ دایره ای به مرکز O و شعاع $R + r$	۰/۵
۸	صفحه ۴۶ $d = \frac{ 3 \times 4 + 4 \times 6 + 4 }{\sqrt{9+16}} = \frac{40}{5} = 8 \quad (0/25)$ $r^2 = d^2 + OH^2 \xrightarrow{OH \text{ نصف وتر}} r^2 = 64 + 36 = 100 \quad (0/5) \rightarrow (x-4)^2 + (y-6)^2 = 100 \quad (0/25)$	۱

« ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دوم »

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۹	صفحه ۴۴ $O(\cdot, \cdot), R = ۱ \quad (\cdot/۲۵) \quad O'(۳, ۱) \quad R' = ۱ \quad (\cdot/۲۵)$ $OO' = \sqrt{۱۰} \quad (\cdot/۲۵) \quad , R + R' = ۲ \quad (\cdot/۲۵) \rightarrow \sqrt{۱۰} = OO' > R + R' = ۲$ اند دو دایره متخارج اند $(\cdot/۲۵)$	۱/۲۵
۱۰	صفحه ۵۷ $AA' = ۲a = ۱۰ \rightarrow a = ۵, BB' = ۲b = ۶ \rightarrow b = ۳ \quad (\cdot/۲۵)$ $c^۲ = a^۲ - b^۲ = ۱۶ \rightarrow c = ۴ \quad (\cdot/۵) \quad OF = OF' = OM = ۴ \quad (\cdot/۲۵)$	۱
۱۱	صفحه ۵۷  از موازی بودن MF, NF' با مورب d داریم: $\widehat{N_1} = \hat{\alpha} \quad (\cdot/۲۵)$ طبق یک قضیه (فعالیت صفحه ۵۰) می‌دانیم $\alpha = \beta \quad (\cdot/۲۵)$ از دو رابطه به دست آمده نتیجه می‌شود: $\widehat{N_1} = \hat{\beta} \quad (\cdot/۲۵)$ پس $F'M = F'N \quad (\cdot/۲۵)$	۱
۱۲	صفحه ۵۵ و ۵۸ $(y - ۱)^۲ = -۸(x + ۱) \quad \cdot/۲۵ \xrightarrow{a=۲} F(-a + h, k) = F(-۳, ۱) \quad (\cdot/۵)$ $(x + ۳)^۲ + (y - ۱)^۲ = ۱۶ \quad (\cdot/۲۵) \rightarrow x^۲ + ۶x + ۹ + y^۲ - ۲y + ۱ = ۱۶$ $\xrightarrow{y^۲ - ۲y = -۸x - ۹} x^۲ - ۲x - ۱۵ = 0 \quad (\cdot/۲۵)$ $\begin{cases} x = ۵ \\ x = -۳ \end{cases} \quad (\cdot/۲۵) \rightarrow y - ۱ = \pm ۴ \quad \begin{cases} y = ۵ \\ y = -۳ \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} A(-۳, ۵) \\ B(-۳, -۳) \end{matrix} \quad (\cdot/۲۵)$	۱/۷۵
۱۳	صفحه ۵۸ با توجه به موقعیت رأس و کانون، سهمی قائم رو به پایین است $(\cdot/۲۵)$ پس مختصات کانون $F(h, -a + k)$ است. در نتیجه: $(\cdot/۲۵) \quad -۲ = -a + ۲ \rightarrow a = ۴ \quad (\cdot/۲۵)$ پس معادله سهمی $(x - ۱)^۲ = -۱۶(y - ۲) \quad (\cdot/۵)$ خواهد شد.	۱
۱۴	صفحه ۶۸ الف) $FGDE: \begin{cases} x = ۲ \\ ۰ \leq y \leq ۴ \\ ۱ \leq z \leq ۶ \end{cases} \quad (\cdot/۵)$ ب) $AF: \begin{cases} ۰ \leq x \leq ۲ \\ y = ۰ \\ z = ۶ \end{cases} \quad (\cdot/۵)$ پ) $G(۲, ۴, ۶) \quad (\cdot/۵)$	۱/۵
۱۵	صفحه ۷۸ و ۸۱ $\cos \theta = \frac{a \cdot b}{ a b } = \frac{\frac{۴}{\sqrt{۳}}}{۸ \times \frac{۱}{\sqrt{۳}}} = \frac{۱}{۲} \quad (\cdot/۵) \rightarrow \hat{\theta} = ۶۰^\circ \quad (\cdot/۲۵)$ $S = a b \sin \theta \quad (\cdot/۲۵) = ۸ \times \frac{۱}{\sqrt{۳}} \times \sin ۶۰^\circ = \frac{۴\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}} \quad (\cdot/۲۵)$	۱/۲۵
« ادامه راهنمای تصحیح در صفحه سوم »		

راهنمای تصحیح سؤالات درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۳

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۶	صفحه ۸۲ الف) (۰/۷۵) $a \times b = \cdot \leftrightarrow a \times b = \cdot \leftrightarrow a b \sin \theta = \cdot \leftrightarrow \sin \theta = \cdot \leftrightarrow \theta = \cdot$ یا 2π $\vec{a} \parallel \vec{b}$ صفحه ۷۹ ب) (۰/۷۵) $a \cdot b \leq a b \rightarrow a b \cos \theta = a b \cos \theta \leq a b \quad (\cos \theta \leq 1)$	۱/۵
۱۷	صفحه ۸۰ (۰/۵) $c = a + 2b = (7, 3, 4) \rightarrow c = \sqrt{49 + 9 + 16} = \sqrt{74}$ (۱) $a' = \frac{a \cdot c}{ c ^2} \vec{c} = \frac{16}{37} (7, 3, 4)$	۱/۵
۱۸	صفحه ۸۳ (۰/۵) $a \cdot (b \times c) (۰/۲۵) = (-1, 2, -2) \cdot (1, 3, 1) (۰/۵) = -1 + 6 - 2 = 3$	۱/۲۵
	« همکار محترم خدا قوت »	جمع نمره ۲۰

مصحح گرامی به سایر پاسخ‌های صحیح نیز نمره تعلق می‌گیرد.