



درس : هندسه ۳	نام و نام خانوادگی :	تاریخ امتحان :	ساعت شروع :
رشته : ریاضی فیزیک	پایه : دوازدهم دوره دوم متوسطه	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه	تعداد صفحه : ۲

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است .

۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید . الف) در ماتریس $A = [a_{ij}]_{4 \times 3}$ که در آن $a_{ij} = \frac{2i}{j-1}$ باشد، درایه واقع در سطر سوم و ستون دوم ماتریس A برابر است با : ب) اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $-A$ برابر است با پ) اگر $\vec{i}$، $\vec{j}$ و $\vec{k}$ بردارهای یک‌ه در فضای $\mathbb{R}^3$ باشند، حاصل $\vec{k} \cdot (\vec{i} \times \vec{j})$ برابر است با	۰/۷۵
۲	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) هر ماتریس اسکالر یک ماتریس قطری است. ب) معادله ضمنی $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ معادله یک دایره است اگر و تنها اگر $a^2 + b^2 < 4c$ باشد. پ) در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر یک باشد بیضی تبدیل به یک پاره خط می‌شود. ت) اگر برای دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ داشته باشیم: $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b}$ در این صورت $\theta = \frac{\pi}{2}$ است (زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ است).	۱
۳	اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس BA را به دست آورید.	۱/۲۵
۴	اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس A^v را به دست آورید.	۱/۵
۵	اگر ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} a+b & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 4a+b \end{bmatrix}$ باشند، مقادیر a و b را چنان بیابید که داشته باشیم: $A^2 - B = \vec{O}$ ($\vec{O}$ ماتریس صفر است)	۱/۲۵
۶	جواب دستگاه زیر را در صورت وجود، با استفاده از ماتریس وارون بیابید. $\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$	۱/۲۵
	« ادامه سؤالات در صفحه دوم »	

درس : هندسه ۳	نام و نام خانوادگی :	تاریخ امتحان:	ساعت شروع:
رشته : ریاضی فیزیک	پایه : دوازدهم دوره دوم متوسطه	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه	تعداد صفحه: ۲

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۷	نقاط A, B, C در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A و B به یک فاصله و از C به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد (بحث کنید).	۱/۵
۸	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(2, -2)$ بوده و بر دایره به معادله $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 4$ مماس خارج باشد.	۱/۵
۹	وضعیت خط $3x + y = 0$ را نسبت به دایره $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$ مشخص کنید.	۱/۲۵
۱۰	نقطه M روی بیضی به اقطار ۶ و ۱۰ واحد به گونه‌ای قرار دارد که فاصله آن تا مرکز بیضی برابر ۴ واحد است. در صورتی که بدانیم مثلث MFF' قائم‌الزاویه است، طول MF را به دست آورید. (F و F' کانون‌های بیضی هستند).	۱/۵
۱۱	سه‌می $y^2 = 4x - 4$ مفروض است. به مرکز کانون سهمی و به شعاع ۳ واحد دایره‌ای رسم می‌کنیم، معادله دایره را بنویسید و سپس مختصات نقاط برخورد دایره و سهمی را بیابید.	۱/۲۵
۱۲	وجه‌های مکعب مستطیل مشخص شده در شکل مقابل، قسمت‌هایی از صفحات به معادلات $x=2, x=0, y=4, y=0, z=3, z=0$ هستند. الف) مختصات نقطه A را مشخص کنید. ب) معادلات مربوط به یال AD و وجه $CDFG$ را بنویسید.	۱/۵
۱۳	بردارهای $\vec{a} = (1, 2, 3)$ و $\vec{b} = (-2, 0, 2)$ مفروض‌اند: الف) تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$ را به دست آورید. ب) طول بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۴	اگر $A = (-1, 2, 0)$ و $B = (1, 0, -1)$ و $C = (0, -1, 1)$ سه رأس مثلث ABC باشند، مساحت مثلث ABC را با استفاده از ضرب خارجی بردارها به دست آورید.	۱/۵
۱۵	اگر بردار $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ باشد، ثابت کنید: $\vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{a} ^2$	۱
	موفق و سربلند باشید .	جمع نمره
		۲۰

درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع:		مدّت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان:			
ردیف		راهنمای تصحیح					
نمره							
۱	۱	الف) ۶ (۰/۲۵) ب) ۸- (۰/۲۵) پ) ۱ (۰/۲۵) ۰/۷۵					
۲	۲	الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) پ) درست (۰/۲۵) ت) نادرست (۰/۲۵) ۱					
۳	۳	$BA = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & 17 & 8 \end{bmatrix} \quad (۰/۵)$ $ BA = \underbrace{3(-1 \cdot 0) - 1(-1 \cdot 0) - 1(-2 \cdot 0)}_{(۰/۵)} = 0 \quad (۰/۲۵)$ ۱/۲۵					
۴	۴	$A^r = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}}_{(۰/۵)} = -2I \quad (۰/۲۵)$ $A^v = \underbrace{(A^r)^r}_{(۰/۲۵)} \cdot A = \underbrace{(-2I)^r}_{(۰/۲۵)} \cdot A = -8 \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}}_{(۰/۲۵)}$ ۱/۵					
۵	۵	$A^r = B \rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+b & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 4a+b \end{bmatrix} \quad (۰/۵)$ $\begin{cases} a+b=5 \\ 4a+b=5 \end{cases} \xrightarrow{(۰/۲۵)} a=0, b=5 \quad (۰/۵)$ ۱/۲۵					
۶	۶	$A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{(۰/۲۵)} A = 13 \neq 0, (۰/۲۵), A^{-1} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \quad (۰/۲۵)$ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \underbrace{\frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix}}_{(۰/۲۵)} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases} \quad (۰/۲۵)$ ۱/۲۵					
		« ادامه در صفحه دوم »					

درس : هندسه ۳	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع:	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان:	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله اند، عمود منصف پاره خط AB (۰/۲۵) و مکان هندسی نقاطی که از نقطه C به فاصله ۳ واحد باشد، دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۳ است، (۰/۲۵) بنابراین نقطه برخورد خط عمود منصف (d) و دایره جواب مسئله است. (نقاط E و D) اگر خط عمود منصف (d) و دایره یکدیگر را در دو نقطه قطع کنند مسئله دو جواب دارد (۰/۲۵) و اگر مماس شوند مسئله یک جواب دارد (۰/۲۵) و در صورتی که یکدیگر را قطع نکنند مسئله جواب ندارد (۰/۲۵).	۱/۵
۸	$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9 \rightarrow O' = (-1, 2) \quad (0/25) \quad , \quad r' = 3 \quad (0/25)$ $OO' = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \xrightarrow{(0/25)} r + r' = 5 \xrightarrow{(0/25)} r = 2 \quad (0/25)$ $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 4 \quad (0/25)$	۱/۵
۹	$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 1 \rightarrow O(2, 2) \quad (0/25) \quad , \quad r = 1 \quad (0/25)$ $d = \frac{ 2(2) + 2 }{\sqrt{10}} = \frac{6}{\sqrt{10}} \xrightarrow{(0/5)} d > r \quad (0/25) \quad \text{خط و دایره نقطه برخورد ندارند.}$	۱/۲۵
۱۰	$c^2 = a^2 - b^2 = 25 - 9 = 16 \xrightarrow{(0/25)} c = 4 \quad (0/25)$ $MF + MF' = 2a = 10 \rightarrow MF' = 10 - MF \quad (0/25)$ $(MF)^2 + (MF')^2 = (FF')^2 \xrightarrow{(0/25)} (MF)^2 + (10 - MF)^2 = 8^2 \xrightarrow{(0/25)} MF = 5 \pm \sqrt{7} \quad (0/25)$	۱/۵
۱۱	$y^2 = 4(x-1) \rightarrow S(1, 0) \quad (0/25) \quad , \quad a = 1 \quad (0/25) \quad , \quad F(2, 0) \quad (0/25)$ $(x-2)^2 + y^2 = 9 \quad (0/25) \quad , \quad \begin{cases} y^2 = 4x - 4 \\ y^2 = -x^2 + 4x + 5 \end{cases} \xrightarrow{(0/25)} x = \pm 3 \quad (0/25)$ $M(3, 2\sqrt{2}) \quad , \quad M'(3, -2\sqrt{2}) \quad (0/25)$	۱/۷۵
	« ادامه در صفحه سوم »	

درس : هندسه ۳	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع:	مدّت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان :	
ردیف	راهنمای تصحیح		
نمره			
۱۲	الف) $A(0, 4, 3)$ (۰/۵) ب) $AD: \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ y = 4 \\ z = 3 \end{cases}$ (۰/۵) $CDFG: \begin{cases} x = 2 \\ 0 \leq y \leq 4 \\ 0 \leq z \leq 3 \end{cases}$ (۰/۵)		
۱۳	الف) $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\vec{b} \cdot \vec{b}} \vec{b} = \frac{(1, 2, 3) \cdot (-2, 0, 2)}{(-2, 0, 2) \cdot (-2, 0, 2)} (-2, 0, 2) = \frac{-2+6}{4+4} (-2, 0, 2) = (-1, 0, 1)$ (۰/۲۵) ب) $2\vec{a} - \vec{b} = 2(1, 2, 3) - (-2, 0, 2) = (4, 4, 4)$ (۰/۲۵) , $2\vec{a} - \vec{b} = \sqrt{16+16+16} = \sqrt{48}$ (۰/۲۵)		
۱۴	الف) $\vec{AB} = (2, -2, -1)$ (۰/۲۵) , $\vec{AC} = (1, -3, 1)$ (۰/۲۵) $S = \frac{1}{2} \left \vec{AB} \times \vec{AC} \right = \frac{1}{2} \left (-5, -3, -4) \right = \frac{1}{2} \sqrt{25+9+16} = \frac{1}{2} \sqrt{50}$ (۰/۲۵) (۰/۵) (۰/۲۵)		
۱۵	الف) $\vec{a} \cdot \vec{a} = a_1 a_1 + a_2 a_2 + a_3 a_3 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = \vec{a} ^2$ (۰/۲۵) (۰/۵) (۰/۲۵)		
۲۰	موفق و سربلند باشید		
	جمع نمره		