

ساعت امتحان:

نام و نام خانوادگی:

رشته: ریاضی

سؤال امتحان درس: هندسه ۳

تاریخ امتحان:

سال تحصیلی:

یایہ تحصیلی: دوازدهم

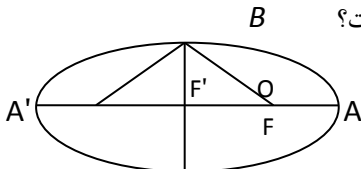
وقت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

نام واحد آموزشی :

تعداد برگ سؤال: ۱ برگ

ردیف	سوالات	بارم
۱	اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} ij & i > j \\ i^2 & i = j \\ 2i - j & i < j \end{cases}$ تعریف شده باشد ماتریس $I A - 2A$ را بدست آورید.	۱
۲	الف) اگر A را ماتریسی 3×3 باشد و $ A = 2$ حاصل $ A A $ را بیابید ب) هرگاه $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & a \end{bmatrix}$ و $A^{-1} = A^T$ ، a را بیابید.	۱/۵
۳	مقدار k را طوری مشخص کنید که دستگاه $\begin{cases} x + ky = 2 \\ kx + 2y = 7 \end{cases}$ فاقد جواب باشد.	۰/۵
۴	جاهای خالی را با عبارات مناسب پرکنید. الف) مکان هندسی نقاطی که از دو خط متقاطع d و d' به یک فاصله اند می باشد. ب) هرگاه سطح مخروطی توسط صفحه p که بر محور L عمود نباشد وبا مولد d نیز موازی نباشد قطع شود سطح مقطع یک است. ج) نقاط A و B در صفحه مفروضند مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله هستند می باشد واز نقطه C به فاصله K باشد می باشد محل برخورد آن مکان هندسی ها در صورت وجود جواب مورد نظر است.	۱
۵	معادله ی دایره ای را بنویسید که معادله دو قطرش $x + 2y = 1$ و $3x + 2y = 3$ و دایره برخط $3x + 4y = 4$ مماس باشد.	۱
۶	بیضی به مرکز مبدأ مختصات بطوریکه قطرهای بزرگ و کوچک آن به ترتیب بر محوره های x و y منطبق باشند مفروض است وفاصله F از دو نقطه O و A برابر ۴ است اگر خطی که در نقطه F بر AA' عمود کرده ایم بیضی را در نقطه D قطع کند مختصات D را بیابید.	۱/۵
۷	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید الف) در بیضی هر چه مقدار $\frac{c}{a}$ به صفر نزدیک شود شکل بیضی به دایره نزدیکتر می شود . ب) اگر بدنه داخلی یک بیضی آینه ای باشد و از یکی از کانون های بیضی اشعه نوری بردنه داخلی بیضی تابیده شود انعکاس نوراز مرکز بیضی خواهد گذشت . ج) هر شعاع نوری که از کانون سهمی به بدنه آن بتابد بازتاب آن با خط هادی سهمی موازی است. د) اگر خطی راکه از نقطه F برمحرورتقارن سهمی عمود باشد رسم کنیم ورروی سهمی دو نقطه B و B' ایجاد شود فاصله B و B' ، a می باشد.	۱

(ادامه سوالات در صفحه دوم)

ردیف	صفحه دوم	بارم
۸	در بیضی مقابل طول قطر بزرگ دو بر طول قطر کوچک است اندازه ی زاویه $FB F'$ چند درجه است؟ 	۱/۲۵
۹	سهمی $y^2 = 4x - 4$ مفروض است به مرکز کانون سهمی و به شعاع ۳ واحد دایره ای رسم می کنیم مختصات محل برخورد دایره و سهمی را بیابید.	۱/۵
۱۰	معادله ی سهمی را بنویسید که کانون آن $F(۱,۱)$ و خط هادیش $y = -۳$ باشد.	۱/۲۵
۱۱	وجه های مکعب مستطیل قسمت هایی از صفحات به معادلات $x = ۱$ و $x = ۳$ و $y = ۲$ و $y = ۴$ ، $z = -۱$ و $z = ۳$ می باشد مطلوبست : الف) مختصات رأسی از مکعب مستطیل ب) معادله ی یک وجه ج) مختصات نقطه ای از یک یال د) مختصات نقطه ای که داخل مکعب مستطیل باشد و روی هیچ وجه و یالی نباشد.	۱/۲۵
۱۲	سوالها و پاسخ های مناسب را به هم وصل کنید. الف) $y = ۳$ و $x = ۲$ ب) $x = -۲$ ج) $x = ۰$ و $z = ۰$ د) صفحه ی موازی صفحه YOZ e) محور y ها f) خطی موازی محور z ها g) صفحه YOZ	۰/۷۵
۱۳	اگر $A = (۲, ۲, n)$ و $B = (۴, ۱, ۲)$ دو نقطه در فضای R^3 باشند و فاصله ی M وسط AB از مبدأ مختصات برابر $\sqrt{۱۴}$ باشد n را بیابید.	۲
۱۴	بردارهای $\vec{a} = ۲\vec{i} + ۳\vec{j}$ و $\vec{b} = -\vec{i} + \vec{j} + ۲\vec{k}$ مفروضند الف) تصویر قائم بردار $\vec{a}$ را نسبت به امتداد $\vec{b}$ بیابید ب) مساحت مثلثی که توسط بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ تولید می شود را بیابید.	۱/۷۵
۱۵	الف) ثابت کنید برای دو بردار a و b در R^3 داریم $ a \cdot b \leq a b $ ب) آیا دوبردار $\vec{a} = (۲, -۱, ۳)$ و $\vec{b} = (۱, ۲, ۰)$ برهم عمودند چرا؟	۱/۲۵
۱۶	فرض کنید a و b و c بردارهایی باشند که طولها یشان به ترتیب ۱ و ۲ و ۳ باشد که خاصیت $a + b + c = 0$ را دارند حاصل $a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a$ را بیابید.	۱/۵
موفق باشید		
۲۰	جمع	

طیبه حسینی ۳ شهریور ۱۳۹۸ (دوازدهم ریاضی) نمره: ۲ از ۱۰۰

۱ $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 9 \end{bmatrix}$ ۱۵

$KA - 3I = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 12 & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 4 & -2 & 2 \\ 4 & 12 & 9 \end{bmatrix}$ ۱۵

۱/۵ (الف) $|A| = |KA| = 3^3 |A| = 3^4 = 14$ ۱۵

(ب) $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{14} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ۱۵ $\frac{a_{22}-1}{14}$

۱/۵ $\begin{vmatrix} 1 & k \\ k & r \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow r - k^2 = 0 \Rightarrow k = \pm 2$ ۱۵

۱ (الف) معادله‌های زرد را متساوی دراز ۱۵ (ب) بی‌نی ۱۵

(ج) محوری‌های AB - دایره‌ای به مرکز C شعاع K ۱۵

۱ $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ x - 2y = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} R = \frac{|3(1) + 2(-1) - 1|}{\sqrt{9+4}} = 1$ ۱۵

$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$ ۱۵

۱/۵ $AA' = 2a = 14$ ۱۵ $D \rightarrow DF + DF' = 2a \rightarrow x + y = 14$ ۱۵

$DF \cdot FF' = FF' + DF = DF' \rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = y' \rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = 14 - x$ ۱۵

$\Rightarrow 4x^2 + y^2 = (14-x)^2 \rightarrow 4x^2 + y^2 = 196 - 28x + x^2$ ۱۵

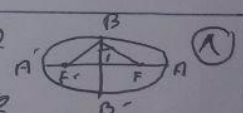
$3x^2 + 28x = 196 \rightarrow DF = x = 4$ ۱۵ $D(4, 4)$ ۱۵

۱ (الف) (هر کدام ۱۵) ۱۵

۱/۵ $AA' = 2(BB') \rightarrow 2a = 2(b) \Rightarrow a = b$ ۱۵

$C = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{b^2 - b^2} = 0$ ۱۵ $C = \sqrt{3}b$ ۱۵

$\tan B_1 = \frac{OF}{OB} = \frac{\sqrt{3}b}{b} = \sqrt{3} \Rightarrow B_1 = 45^\circ \rightarrow \hat{B} = 135^\circ$ ۱۵



۱/۵ $y^2 = F(x-1)$ ۱۵ $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$ ۱۵ $F \begin{vmatrix} a & x \\ \beta & \end{vmatrix} \rightarrow F \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix}$ ۱۵

$(x-1)^2 + (y-0)^2 = 9$ ۱۵

$\begin{cases} y^2 = Fx - F \\ x^2 - Fx + F + y^2 = 9 = 0 \end{cases}$ ۱۵

$\rightarrow x = 7, y = 0$ ۱۵

صورت ۱ را در نظر بگیرید

از این طیف هندسی I شبکهای (دوازدهم راجه) قرار دهیم: α, β, γ 10

1, 10 $F(1,1) \quad F(\alpha, \alpha+\beta) \quad \begin{cases} \alpha+\beta=1 \\ \alpha=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \beta=0 \\ \alpha=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \beta=1 \\ \alpha=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \beta=1 \\ \alpha=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \beta=1 \\ \alpha=1 \end{cases}$ 10
 $y=-3 \quad -\alpha+\beta=3 \quad -\alpha+\beta=3 \quad \xrightarrow{10} \quad \alpha=1 \quad \beta=1 \quad \xrightarrow{10} \quad \alpha=1 \quad \beta=1$
 پس: $(x-1)^2 \wedge (y+1)$ 10

1, 10 $(1,1) \quad (1,2) \quad (1,3) \quad (1,4) \quad (1,5) \quad (1,6) \quad (1,7) \quad (1,8) \quad (1,9) \quad (1,10)$ 11
 $(2,1) \quad (2,2) \quad (2,3) \quad (2,4) \quad (2,5) \quad (2,6) \quad (2,7) \quad (2,8) \quad (2,9) \quad (2,10)$
 $(3,1) \quad (3,2) \quad (3,3) \quad (3,4) \quad (3,5) \quad (3,6) \quad (3,7) \quad (3,8) \quad (3,9) \quad (3,10)$

1, 10 $(1,1) \quad (1,2) \quad (1,3) \quad (1,4) \quad (1,5) \quad (1,6) \quad (1,7) \quad (1,8) \quad (1,9) \quad (1,10)$ 12

1, 10 $M(r, \frac{n+1}{r}, r) \quad \text{OM} = \sqrt{(r)^2 + (\frac{n+1}{r})^2 + (r)^2} = \sqrt{14}$ 13
 $r + \frac{(n+1)^2}{r} + 9 = 14 \quad \xrightarrow{10} \quad (n+1)^2 = 1 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} n=0 \\ n=2 \end{cases}$ 10

1, 10 $\vec{a}(r, r, 0) \quad \vec{b} = (-1, 1, 2)$ 14
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{a \cdot b}{|a| |b|} \quad b = \frac{-r+r+0}{1+1+4} (-1, 1, 2) = \frac{1}{4} (-1, 1, 2)$ 10
 $S_{\Delta} = \frac{1}{2} |a \times b| = \frac{1}{2} |(4, -4, 0)| = \frac{1}{2} \sqrt{16+16} = \frac{1}{2} \sqrt{32}$ 10

1, 10 $|a \cdot b| \leq |a| |b| \Leftrightarrow |a| |b| |\cos \theta| \leq |a| |b| \Leftrightarrow |\cos \theta| \leq 1$ 15
 $a \cdot b = (r, -1, 2) \cdot (1, 1, 2) = r - 1 + 4 = r + 3$ 10

1, 10 $a+b+c=0 \quad \begin{cases} a \cdot a + a \cdot b + a \cdot c = 0 \\ b \cdot a + b \cdot b + b \cdot c = 0 \\ c \cdot a + c \cdot b + c \cdot c = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} r(a+b+c+a) \\ r(a+b+c+b) \\ r(a+b+c+c) \end{cases}$ 16
 $(a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a) = \frac{-(1+4+9)}{2} = -7$ 10

2, 10 $\text{باستفاده از فرمول هکساکون}$

I