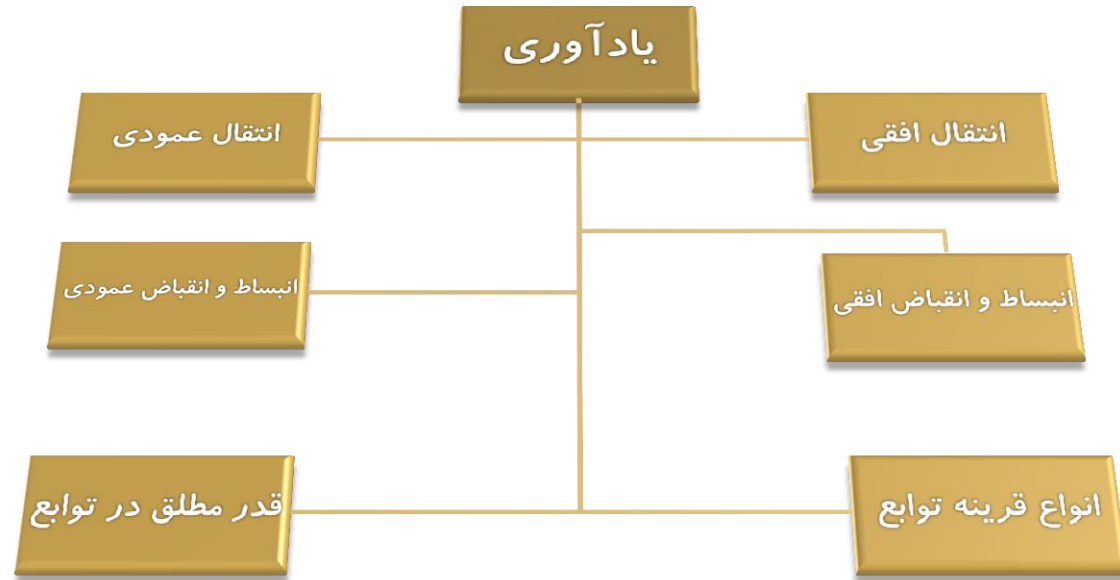




تابع درجه ۳ ، صعودی یا
نزولی بودن توابع
حسابان ۲

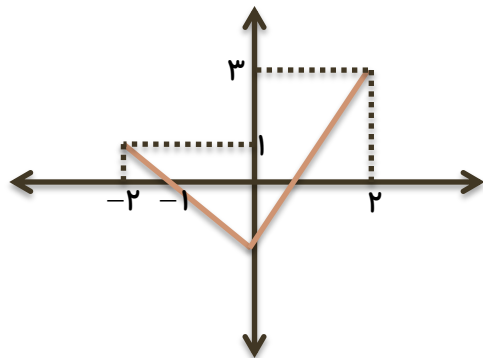






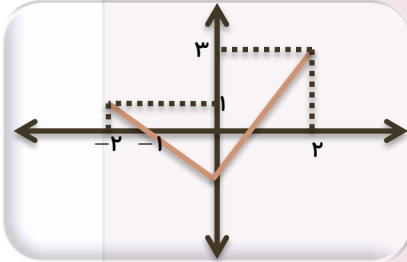
تست ۱: نمودار تابع f به صورت زیر است. دامنه تابع $g(x) = \sqrt{f(1-x)}$ کدام است؟

- (۱) $[-۳, ۳]$ (۲) $[-۱, ۱] \cup [۲, ۳]$ (۳) $[-۳, ۰] \cup [۱, ۲]$ (۴) $[-۱, \frac{1}{۲}] \cup [۲, ۳]$

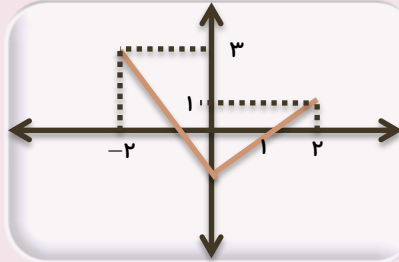


پاسخ :

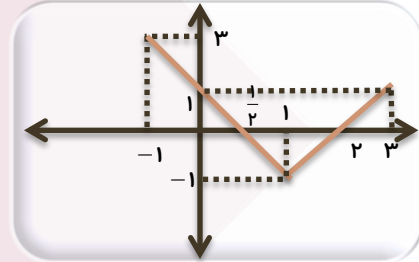
$f(x)$



$f(-x)$



$f(1-x)$



$$D = \left[-1, \frac{1}{2}\right] \cup [2, 3]$$

دامنه ی تابع $\sqrt{f(1-x)}$ شامل قسمتی است که تابع بالای محور x ها باشد :

یکنوا

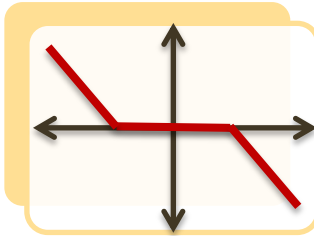
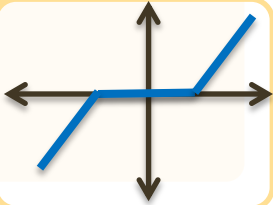
$$X_1 < X_2$$

صعودی

نزولی

$$F(x_1) \leq F(x_2)$$

$$F(x_1) \geq F(x_2)$$



اکیدا یکنوا

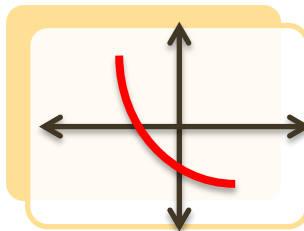
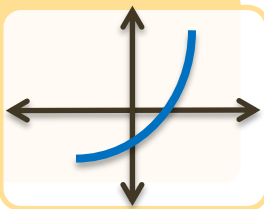
$$x_1 < x_2$$

اکیدا صعودی

اکیدا نزولی

$$F(x_1) \leq F(x_2)$$

$$F(x_1) \geq F(x_2)$$



تابع F را در یک بازه ، ثابت گوییم ، هرگاه به

ازای تمام مقادیر x در این بازه ، $F(x)$ یک

مقدار ثابت باشد ، تابع ثابت را ، تابعی هم

صعودی و هم نزولی در نظر می گیریم .

دو نکته بسیار مهم

هر تابع اکیدا صعودی (اکیدا نزولی)
خود یک تابع صعودی (نزولی) می باشد!

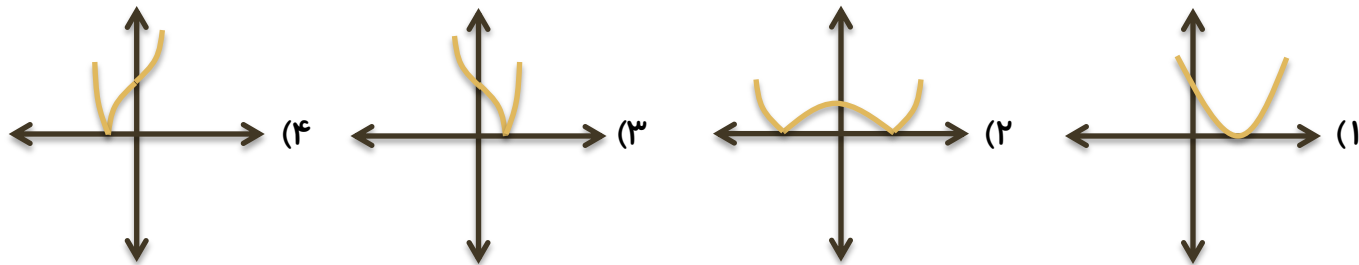


مجموع دو تابع اکیدا صعودی (اکیدا نزولی)
تابعی اکیدا صعودی (اکیدا نزولی) می باشد.



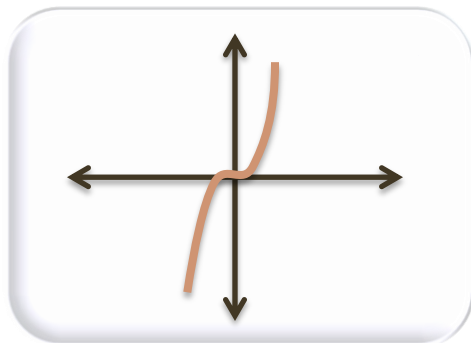


نمودار تابع $y = |x^3 - 1|$ کدام است؟

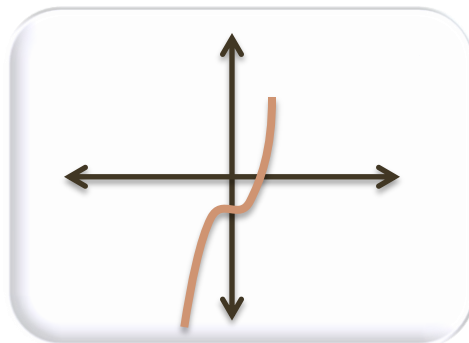


پاسخ :

یک واحد به سمت پایین

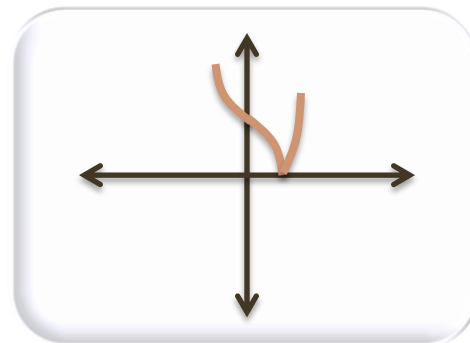


$$y = x^3$$



$$y = x^3 - 1$$

قسمت پایین محور y را حذف
قرینه ی آن را اضافه می کنیم



$$y = |x^3 - 1|$$



تست ۳: تابع $f: R \rightarrow R$ یک تابع پیوسته و اکیدا نزولی است که محور x ها را با طول یک قطع

می کند . دامنه ی تابع $g(x) = \sqrt{xf(x)}$ کدام است؟

(۴) $[0, 1]$

(۳) $(-\infty, 1]$

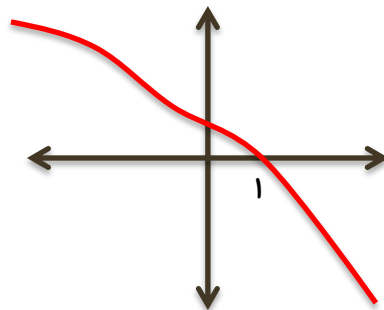
(۲) $[0, +\infty)$

(۱) $[1, +\infty)$

تابع اکیدا نزولی

$$\begin{cases} x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) > f(x_2) \\ f(1) = 0 \end{cases}$$

شکل تقریبی نمودار



$$\sqrt{xf(x)}$$

$$x < 0 \rightarrow f(x) > 0 \rightarrow xf(x) < 0$$



$$0 \leq x \leq 1 \rightarrow f(x) > 0 \rightarrow xf(x) > 0$$



$$x > 1 \rightarrow f(x) < 0 \rightarrow xf(x) < 0$$



$$D = [0, 1]$$



تست ۴ : تابع با ضابطه ی $f(x) = |x|^3$ با دامنه ی R چگونه است؟

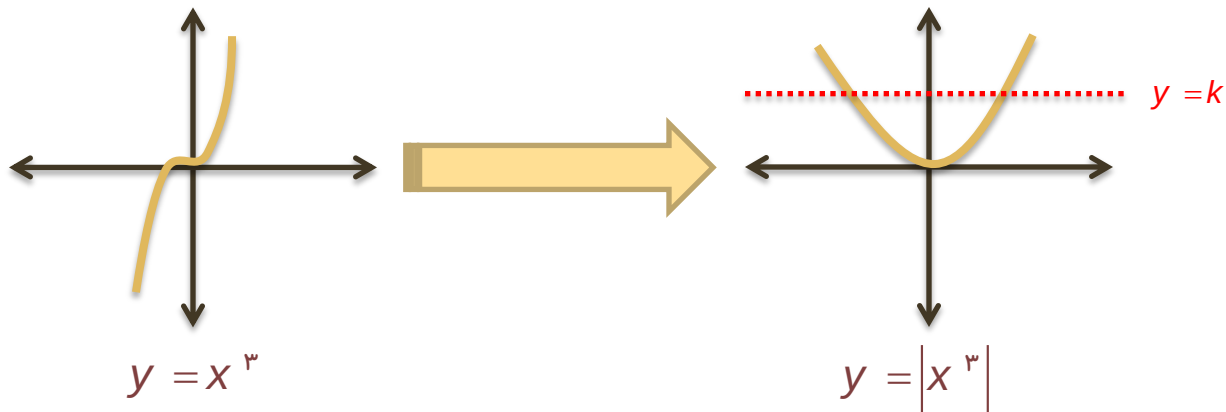
(۱) نزولی

(۲) صعودی

(۳) وارون ناپذیر

(۴) یک به یک

پاسخ :



طبق نمودار بالا این تابع در بازه $(-\infty, 0]$ نزولی و در بازه $[0, +\infty)$ صعودی می باشد در نتیجه تابع در دامنه ی خود نه صعودی و نه نزولی می باشد. (رد گزینه ۱ و ۲)

اگر خط افقی $y=k$ را رسم کنیم ، تابع را در دو نقطه قطع می کند پس این تابع یک به یک نبوده (رد گزینه ۴) و وارون ناپذیر است در نتیجه گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



تست ۵ : حدود a برای آن که تابع $y = (a - 4)x^2 - x$ در بازه $[2, +\infty)$ صعودی باشد ، کدام است؟

$$\frac{1}{3} < a < 4 \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2} < a < \frac{17}{4} \quad (۳)$$

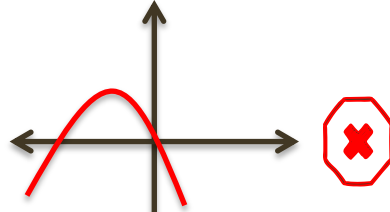
$$a \geq \frac{17}{4} \quad (۲)$$

$$a \geq 4 \quad (۱)$$

پاسخ :

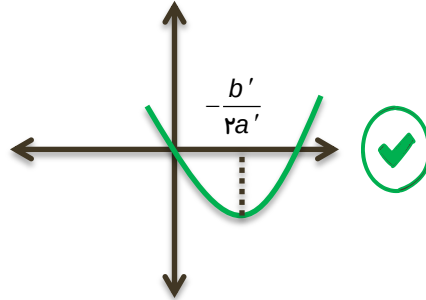
$$ax^2 + bx + c' = 0 \rightarrow (a - 4)x^2 - x = 0 \rightarrow x((a - 4)x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \frac{1}{a - 4} \end{cases}$$

$$(a - 4) < 0 \rightarrow \frac{1}{a - 4} < 0 \rightarrow x_2 < 0$$



در بازه $[2, +\infty)$ نزولی اکید است!

$$(a - 4) > 0 \rightarrow \frac{1}{a - 4} > 0 \rightarrow x_2 > 0$$



$$-\frac{b'}{2a'} \leq 2 \rightarrow \frac{1}{2(a - 4)} \leq 2$$

$$\xrightarrow{(a - 4) > 0} 2(a - 4) \geq \frac{1}{2} \rightarrow 2a \geq \frac{17}{2} \rightarrow a \geq \frac{17}{4}$$

$$\xrightarrow{a > 4} \boxed{a \geq \frac{17}{4}}$$