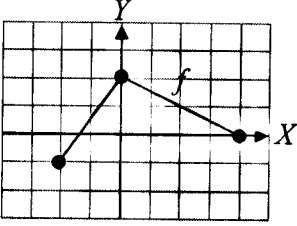




| | | | |
|---------------------|---------------|-----------------------|-----------------------------------|
| تعداد صفحه: ۲ | ساعت شروع: | رشته: ریاضی و فیزیک | سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲ |
| نام و نام خانوادگی: | تاریخ امتحان: | مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه |

| | | |
|------|-------------------------|------|
| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) | نمره |
|------|-------------------------|------|

| | | |
|------|---|----|
| ۱ | جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. الف) اگر باقی مانده تقسیم $f(x) = x^2 + kx - 1$ بر $(x+1)$ برابر با ۲ باشد، مقدار k برابر است. ب) دوره تناوب تابع تانژانت برابر با است. پ) مشتق تابع $f(x) = \sqrt{2x-1}$ در نقطه ای به طول یک روی منحنی تابع، عدد است. ت) اگر تابع $y = f(x)$ در بازه $[a, b]$ صعودی باشد، علامت مشتق تابع f در این بازه است. | ۱ |
| ۱/۵ | نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = -f(2x)$ را رسم کنید. سپس دامنه و برد تابع g را تعیین کنید.  | ۲ |
| ۱ | هر یک از چند جمله ای های زیر را بر حسب عامل خواسته شده، تجزیه کنید. الف) $x^5 + 1$ با عامل $x+1$ ب) $x^4 - 1$ با عامل $x-1$ | ۳ |
| ۰/۷۵ | نمودار تابع $f(x) = (x+1)^2$ را رسم کنید. این تابع در دامنه خود اکیداً صعودی است یا اکیداً نزولی؟ | ۴ |
| ۰/۵ | درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید. الف) مینیمم تابع $y = -3\cos(\pi x) + 2$ برابر با یک است. ب) تابع تانژانت در دامنه اش صعودی است. | ۵ |
| ۱ | ضابطه تابعی به فرم $y = a \sin bx + c$ را بنویسید که دوره تناوب آن π ، مقدار ماکزیمم آن ۳ و مقدار مینیمم آن ۳- باشد. | ۶ |
| ۱/۲۵ | معادله مثلثاتی $\cos 3x - \cos x = 0$ را حل کنید. | ۷ |
| ۱/۵ | حدود زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{4-x^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^5 + 3x^3 + 1}{-3x^5 + 3x^2 + 3}$ | ۸ |
| ۱/۵ | مجاذب های قائم و افقی تابع $f(x) = \frac{3x}{x^2-1}$ را بیابید. | ۹ |
| ۱ | مشتق پذیری تابع $f(x) = x-2 $ را در $x=2$ بررسی کنید. | ۱۰ |

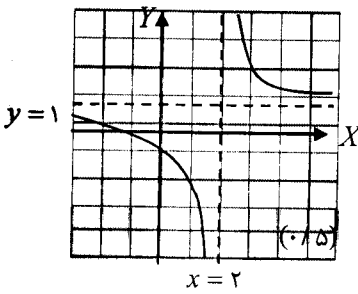
« ادامه سؤالات در صفحه دوم »

| | | | |
|---------------------|---------------|-----------------------|-----------------------------------|
| تعداد صفحه: ۲ | ساعت شروع: | رشته: ریاضی و فیزیک | سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲ |
| نام و نام خانوادگی: | تاریخ امتحان: | مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه |

| | | |
|------|-------------------------|------|
| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) | نمره |
|------|-------------------------|------|

| | | |
|------|--|---|
| ۰/۷۵ | | <p>۱۱ با در نظر گرفتن نمودار f در شکل، به سوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) طول نقطه ای که مماس در آن افقی است.</p> <p>ب) طول نقطه ای که مشتق در آن مقداری منفی است.</p> <p>پ) طول نقطه ای که تابع در آن مشتق پذیر نیست.</p> |
| ۱/۲۵ | <p>۱۲ اگر f و g توابع مشتق پذیر باشند و $f(2) = 3$, $f'(2) = 1$, $g(2) = -3$ و $g'(2) = 2$، مقادیر $(fg)'(2)$ و $(f+g)'(2)$ را به دست آورید.</p> | |
| ۲ | <p>۱۳ مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)</p> <p>الف) $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2x - 5}$</p> <p>ب) $y = \cos^2(-3x + 1)$</p> | |
| ۰/۷۵ | <p>۱۴ یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + t^2$ گرم است. آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه $t = 9$ چقدر است؟</p> | |
| ۱/۵ | <p>۱۵ ضرایب a و b را در تابع $f(x) = -x^2 + ax + b$ طوری تعیین کنید که در نقطه $(1, 2)$ ماکزیمم نسبی داشته باشد.</p> | |
| ۱ | <p>۱۶ جهت تقعر و نقطه عطف نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ را به دست آورید.</p> | |
| ۱/۷۵ | <p>۱۷ جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ را رسم کنید.</p> | |
| ۲۰ | <p>جمع نمره</p> <p>موفق و سربلند باشید.</p> | |

| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲ | | رشته: ریاضی و فیزیک | ساعت شروع: | مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه |
|--|---|--|---------------|-----------------------|
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | | | تاریخ امتحان: | |
| ردیف | راهنمای تصحیح | | | |
| ۱ | الف) ۲- (۰/۲۵) (تمرین ۶ صفحه ۲۲) پ) ۱ (۰/۲۵) (تمرین ۶ صفحه ۸۲) | ب) π (۰/۲۵) (نکته صفحه ۳۳) ت) مثبت (۰/۲۵) (قضیه صفحه ۱۲۱) | | |
| ۲ | (تمرین ۲ صفحه ۱۲) | $D_g = [-1, 2] \quad (۰/۵)$ $R_g = [-2, 1] \quad (۰/۵)$ | ۱/۵ | |
| ۳ | الف) $x^6 + 1 = (x+1)(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x + 1)$ (۰/۵) ب) $x^6 - 1 = (x-1)(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$ (۰/۵) | (مشابه تمرین ۸ صفحه ۲۲) | ۱ | |
| ۴ | (تمرین ۱ صفحه ۲۱) اکیداً صعودی (۰/۲۵) | | ۰/۲۵ | |
| ۵ | الف) نادرست (۰/۲۵) (نکته صفحه ۲۷) ب) درست (۰/۲۵) (تمرین ۵ صفحه ۲۴) | ۰/۵ | | |
| ۶ | (تمرین ۳ صفحه ۳۴) هر یک از سه تابع $y = 3 \sin(2x)$ یا $y = -3 \sin(2x)$ و یا $y = 3 \sin(-2x)$ را بنویسد (۰/۲۵) نمره داده شود. | $\frac{2\pi}{ b } = \pi \Rightarrow b = 2 \quad (۰/۲۵) \begin{cases} a + c = 3 \Rightarrow a = 3 \quad (۰/۲۵) \\ - a + c = -3 \Rightarrow c = 0 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ | ۱ | |
| ۷ | $\cos 3x = \cos x \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + x \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x = k\pi \quad (۰/۲۵) \\ 3x = 2k\pi - x \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ | (مشابه مثال صفحه ۳۹) | ۱/۲۵ | |
| ۸ | الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{4-x^2} = -\infty \quad (۰/۵)$ (مثال صفحه ۵۳) ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^6}{-3x^6} = -\frac{4}{3} \quad (۰/۵)$ (تمرین ۳ صفحه ۶۹) | ۱/۵ | | |
| ۹ | (مشابه سوال ۲ کار در کلاس صفحه ۶۸) مجانب قائم $x^2 - 1 = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x = 1 \quad (۰/۲۵)$ مجانب افقی $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3}{x} = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow y = 0 \quad (۰/۲۵)$ | ۱/۵ | | |

| مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه | ساعت شروع: | رشته: ریاضی و فیزیک | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲ | | | | | | | | | | | | |
|-----------------------|---|------------------------------|--|-----------|-----|-----------|-------|-----|------|-----|-----|------------------------|------|-----------------------|----|
| تاریخ امتحان: | | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | | | | | | | | | | | | | |
| نمره | راهنمای تصحیح | | ردیف | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | <p>(مشابه مثال صفحه ۸۶)</p> $f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ x-2 - 0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x-2} = 1 \text{ (۰/۲۵)}, \quad f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = -1 \text{ (۰/۲۵)}$ | | ۱۰ مشتق پذیر نیست. زیرا: (۰/۲۵) | | | | | | | | | | | | |
| ۰/۷۵ | <p>(مشابه تمرین ۴ صفحه ۸۱)</p> <p>الف) a (۰/۲۵) ب) d (۰/۲۵) پ) b (۰/۲۵)</p> | | ۱۱ | | | | | | | | | | | | |
| ۱/۲۵ | <p>(کار در کلاس صفحه ۹۵)</p> $(fg)'(2) = f'(2)g(2) + f(2)g'(2) = 1 \times (-3) + 3 \times 2 = 3 \text{ (۰/۲۵)}$ $(f+g)'(2) = f'(2) + g'(2) = 3 \text{ (۰/۲۵)}$ | | ۱۲ | | | | | | | | | | | | |
| ۲ | <p>(محاسبه تابع مشتق از صفحه ۹۲ تا صفحه ۹۶)</p> <p>الف) $y' = \frac{(0/25)2x(x^2+2x-5) - (x^2+1)(3x^2+2)(0/5)}{(x^2+2x-5)^2} \text{ (۰/۲۵)}$</p> <p>ب) $y' = \frac{-3 \times 2 \cos(-3x+1) (-\sin(-3x+1))}{(0/5)} \text{ (۰/۲۵)}$</p> | | ۱۳ | | | | | | | | | | | | |
| ۰/۷۵ | $m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2t \text{ (۰/۵)} \rightarrow m'(9) = \frac{109}{6} \text{ (۰/۲۵)}$ | | ۱۴ (مشابه تمرین ۸ صفحه ۱۱۰) | | | | | | | | | | | | |
| ۱/۵ | <p>(مشابه تمرین ۷ صفحه ۱۲۶)</p> $f'(x) = -4x^2 + a \text{ (۰/۲۵)} \xrightarrow{f'(0)=0} -4 + a = 0 \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow a = 4 \text{ (۰/۲۵)}$ $f(1) = 2 \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow -1 + 4 + b = 2 \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow b = -1 \text{ (۰/۲۵)}$ | | ۱۵ | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | <p>(تمرین ۲ صفحه ۱۳۶)</p> $f'(x) = -3x^2 + 6x \text{ (۰/۲۵)}, \quad f''(x) = -6x + 6 = 0 \text{ (۰/۲۵)} \rightarrow x = 1$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y''</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>\cup</td> <td>3</td> <td>\cap</td> </tr> </table> <p>(۰/۲۵) (۱, ۳) نقطه عطف (۰/۲۵)</p> | | x | $-\infty$ | 1 | $+\infty$ | y'' | $+$ | 0 | $-$ | y | \cup | 3 | \cap | ۱۶ |
| x | $-\infty$ | 1 | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | |
| y'' | $+$ | 0 | $-$ | | | | | | | | | | | | |
| y | \cup | 3 | \cap | | | | | | | | | | | | |
| ۱/۷۵ | <p>$x=2$ (۰/۲۵) قائم</p> <p>$y=1$ (۰/۲۵) افقی $y' = \frac{-3}{(x-2)^2} \text{ (۰/۲۵)}$</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>$-$</td> <td>$$</td> <td>$-$</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$1 \leftarrow -\infty$</td> <td>$$</td> <td>$+\infty \rightarrow$</td> </tr> </table> <p>(تمرین ۱ صفحه ۱۴۴)</p> <div style="text-align: right;">  </div> | | x | $-\infty$ | 2 | $+\infty$ | y' | $-$ | $ $ | $-$ | y | $1 \leftarrow -\infty$ | $ $ | $+\infty \rightarrow$ | ۱۷ |
| x | $-\infty$ | 2 | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | |
| y' | $-$ | $ $ | $-$ | | | | | | | | | | | | |
| y | $1 \leftarrow -\infty$ | $ $ | $+\infty \rightarrow$ | | | | | | | | | | | | |