

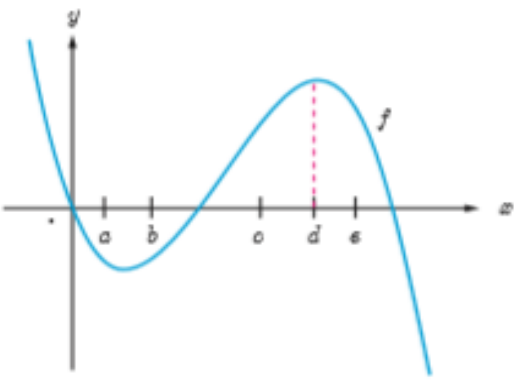
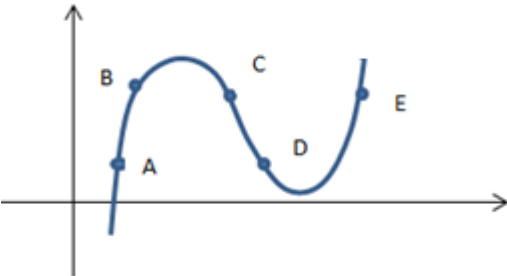


بسمه تعالی

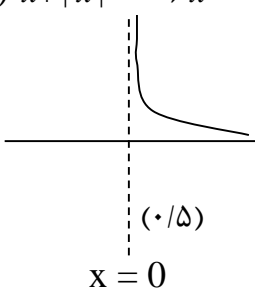
سؤالات امتحان درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	دوره متوسطه دوم	تاریخ امتحان: / /	ساعت شروع:

سؤالات پاسخ نامه دارد.

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.	بارم
۱	درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) ماکسیمم تابع $y = -4 - 5 \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ برابر ۱- است. ب) تابع تنازانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد صعودی است. ج) اگر برد تابعی محدود باشد آن تابع فاقد مجانب افقی است. د) توابع یکنوا نقطه عطف ندارند.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) در رسم نمودار تابع $y = af(x)$ از روی نمودار تابع $y = f(x)$ اگر $0 < a < 1$ باشد نمودار f در امتداد محور می شود. ب) تابع $y = \sqrt{x}$ در $x = 0$ پیوسته و مشتق پذیر ج) دوره تناوب تابع $y = 3 \tan(3x) - 5$ برابر است. د) آهنگ لحظه ای تغییر تابع $f(x) = 2 \sin 2x$ نسبت به x در $x = \frac{\pi}{3}$ برابر است.	۱/۵
۳	ضابطه وارون تابع $y = (x + 1)^3 - 4$ را بیابید.	۱
۴	در چند جمله ای $p(x) = x^3 + ax^2 + x + b$ مقادیر a, b را چنان بیابید که باقی مانده تقسیم آن بر $x - 1$ برابر با ۴ باشد و بر $x + 2$ بخش پذیر باشد.	۱
۵	معادله مثلثاتی زیر را حل کنید. $2 \sin^2 x + 9 \cos x + 3 = 0$	۱/۲۵
۶	اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2 - 5x + 1}{2x^2 + 7x} = -\frac{1}{3}$ مقادیر a, m را بیابید.	۰/۷۵
۷	الف) حاصل حد زیر را به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{[x] + \frac{1}{5}}{ 2x + 1 }$ ب) ابتدا مجانب قائم تابع $f(x) = \frac{1}{x + x }$ را تعیین کنید. سپس نمودار تابع را در مجاورت مجانب قائم رسم کنید.	۰/۷۵
۸	در تابع $f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & x \leq 1 \\ x^2 + 3 & x > 1 \end{cases}$ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق های چپ و راست تابع f را در $x = 1$ محاسبه کنید. آیا این تابع در $x = 1$ مشتق پذیر است؟	۱/۲۵

۱	<p>با در نظر گرفتن نمودار f در شکل زیر نقاط a, b, c, d را با شیب های داده شده در جدول نظیر کنید.</p>  <table border="1" data-bbox="933 241 1307 577"> <thead> <tr> <th>شیب</th> <th>نقطه</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>صفر</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۰/۵</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۲</td> <td></td> </tr> <tr> <td>-۰/۵</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	شیب	نقطه	صفر		۰/۵		۲		-۰/۵		۹
شیب	نقطه											
صفر												
۰/۵												
۲												
-۰/۵												
۱	<p>الف) مشتق تابع زیر را بیابید.</p> $y = (\Delta x^2 - 3x + 8)^3 \sqrt{x}$ <p>ب) اگر $f'(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ مشتق تابع $y = f(\Delta x^2 - 1)$ را محاسبه کنید.</p>	۱۰										
۱/۲۵	<p>معادله خط مماس بر منحنی $y = 3\cos 2x$ را در نقطه ای به طول $\frac{\pi}{4}$ واقع بر منحنی به دست آورید.</p>	۱۱										
۰/۷۵	<p>آهنگ تغییرات مساحت یک مربع را نسبت به محیط آن برای مربعی با محیط ۶ واحد بیابید.</p>	۱۲										
۱/۵	<p>مقادیر ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ را در بازه $[-1, \frac{1}{4}]$ بیابید.</p>	۱۳										
۱/۵	<p>مقادیر a, b, c را طوری بیابید که نقطه $(1, 2)$ نقطه عطف تابع $f(x) = ax^3 + 3bx^2 - c$ بوده و نمودار آن محور عرض ها را در نقطه ای به عرض ۴ قطع کند.</p>	۱۴										
۱/۷۵	<p>جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ را رسم کنید.</p>	۱۵										
۱	<p>شکل زیر را در نظر بگیرید. در کدام یک از پنج نقطه مشخص شده در نمودار:</p> <p>الف) $f'(x)$ و $f''(x)$ هر دو منفی اند. ب) $f'(x)$ منفی و $f''(x)$ مثبت است.</p> 	۱۶										

موفق باشید

مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه		رشته ریاضی و فیزیک		راهنمای تصحیح امتحان درس حسابان ۲		
تاریخ برگزاری امتحان:		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				
نمره	راهنمای تصحیح				ردیف	
۱	(هر مورد ۰/۲۵)	ت) نادرست	پ) نادرست	ب) درست	الف) نادرست	۱
۱/۵	(هر مورد جای خالی ۰/۲۵)	د) -۴	ج) $\frac{\pi}{3}$	ب) هست، نیست	الف) y ها، منقبض	۲
۱	$y = (x+1)^3 - 4 \rightarrow y+4 = (x+1)^3 \rightarrow$ (۰/۲۵) $\sqrt[3]{y+4} = (x+1) \rightarrow$ (۰/۲۵) $\sqrt[3]{y+4} - 1 = x \rightarrow$ (۰/۲۵) $y = f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+4} - 1$ (۰/۲۵)				۳	
۱	$x-1=0 \rightarrow x=1 \rightarrow p(1) = 4 \rightarrow$ (۰/۲۵) $1^3 + a(1)^2 + 1 + b = 4$ $\rightarrow a+b = 2$ (۱) $x+2=0 \rightarrow x=-2 \rightarrow p(-2) = 0 \rightarrow (-2)^3 + a(-2)^2 - 2 + b = 0$ (۰.۲۵) $4a + b = 10$ (۲) $\xrightarrow{(1),(2)} a = \frac{8}{3}$ (۰.۲۵), $b = -\frac{2}{3}$ (۰.۲۵)				۴	
۱/۲۵	$2(1 - \cos^2 x) + 9 \cos x + 3 = 0 \rightarrow$ (۰/۲۵) $2 - \cos^2 x + 9 \cos x + 3 = 0$ $-2 \cos^2 x + 9 \cos x + 5 = 0$ (۰/۲۵) $\rightarrow \Delta = 121 \rightarrow$ $\cos x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \rightarrow x = 2K\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۰/۵) $\cos x = 5 \notin [-1,1]$ (۰/۲۵) غیر قابل قبول				۵	
۰/۲۵	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^4}{2x^m} = -\frac{1}{3} \rightarrow m = 4$ (۰/۲۵) $\frac{a}{2} = -\frac{1}{3}$ (۰/۲۵) $a = -\frac{2}{3}$ (۰/۲۵)				۶	
۱/۵	<p>الف) $\frac{\left[-\frac{1}{2}\right] + \frac{1}{5}}{0^+} = \frac{-\frac{4}{5}}{0^+} = -\infty$ (۰.۲۵)</p> <p>ب) $x + x = 0 \rightarrow x = - x \rightarrow x \leq 0 \rightarrow$ ریشه های منخرج</p>  <p>$Df = (0, +\infty)$ $x = 0$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty$ (۰/۵)</p> <p>$x = 0$</p>				۷	

۱/۲۵	$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 3 - 4}{x - 1} = (\cdot/۲۵) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)}$ $= 1 + 1 = 2 \quad (\cdot/۲۵)$ $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x + 1 - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x - 3}{x - 1} \stackrel{(0.25)}{=} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3(x - 1)}{x - 1} = 3 \quad (\cdot/۲۵)$ <p>چون $۲ \neq ۳$ بنابراین تابع f را در $x = 1$ مشتق پذیر نیست. $(\cdot/۲۵)$</p>	۸										
۱	<p>هر مورد $(\cdot/۲۵)$</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>$f'(x)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>d</td> <td>.</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td>$\cdot/۵$</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td>a</td> <td>$-\cdot/۵$</td> </tr> </tbody> </table>	x	$f'(x)$	d	.	b	$\cdot/۵$	c	۲	a	$-\cdot/۵$	۹
x	$f'(x)$											
d	.											
b	$\cdot/۵$											
c	۲											
a	$-\cdot/۵$											
۲	$\text{الف) } y' = 3(5x^2 - 3x + 8)^2 \times (10x - 3)\sqrt{x} \stackrel{(0.5)}{=} + \frac{1}{2\sqrt{x}} (5x^2 - 3x + 8)^3 \stackrel{(0.5)}{=}$ $\text{ب) } y = f(5x^2 - 1) = f(u) \rightarrow \begin{cases} u = 5x^2 - 1 \\ u' = 10x \end{cases} \quad (0.25)$ $y' = f'(u) \times u' \quad (\cdot/۲۵) \rightarrow y' = f'(5x^2 - 1) \times 10x = \sqrt{(5x^2 - 1)^2 + 1} \times 10x$ <p style="text-align: center;">$(\cdot/۲۵) \qquad (\cdot/۲۵)$</p>	۱۰										
۱/۲۵	$y' = 6 \times -\sin 2x \rightarrow (\cdot/۲۵) \quad y'_{(\frac{\pi}{6})} = m = -6 \sin \frac{\pi}{3} = (\cdot/۲۵) - 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -3\sqrt{3} \quad (\cdot/۲۵)$ $y - y_1 = m(x - x_1) \quad y - \frac{3}{2} = -3\sqrt{3}(x - \frac{\pi}{6}) \quad (\cdot/۲۵)$ $y_1 = 3 \cos 2 \times \frac{\pi}{6} = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \quad (\cdot/۲۵)$	۱۱										
۰/۷۵	$S = x^2, \quad P = 4x \longrightarrow S(p) = \frac{1}{16} p^2 \quad (\cdot/۲۵)$ $S'(p) = \frac{1}{8} p \quad (\cdot/۲۵) \longrightarrow S'(16) = 2 \quad (\cdot/۲۵)$	۱۲										
۱/۵	$f'(x) = \frac{2x(x - 1) - 1(x^2)}{(x - 1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2} = 0 \Rightarrow \quad (\cdot/۵)$ $x^2 - 2x = 0 \rightarrow x = 0, 2 \quad (\cdot/۲۵) \quad 2 \notin [-1, \frac{1}{2}]$ <p>تابع f' در $x = 1$ تعریف نشده است اما $1 \notin [-1, \frac{1}{2}]$ پس $x = 1$ نیز مورد بحث قرار نمی گیرد پس فقط $x = 0$ نقطه بحرانی است. $(\cdot/۲۵)$</p>	۱۳										

	$\begin{cases} f(0) = 0 \rightarrow \text{max مطلق} & (0/25) \\ f(\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} \setminus \text{min مطلق} & (0/25) \\ f(-1) = -\frac{1}{2} / \end{cases}$																
۱/۵	$(0,4) \in f \rightarrow 4 = a(0)^3 + 3b(0)^2 - c \rightarrow c = -4 \quad (0/25)$ $I(1,2) \in f \rightarrow 2 = a - 3b - c \rightarrow a - 3b = -2(*) \quad (0/25)$ $f'(x) = 3ax^2 + 6bx \rightarrow f''(x) = 6ax + 6b \rightarrow \quad (0/25)$ $f''(1) = 0 \rightarrow 6a + 6b = 0 \rightarrow a + b = 0(**) \quad (0/25)$ $(*), (**) \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases} \quad (0/5)$	۱۴															
۱/۷۵	$D = \mathbb{R} - \{1\}$ $x = 1$ مجانب قائم $(0/25)$ مرکز تقارن $w(1, 2)$ $y = 2$ مجانب افقی $(0/25)$ $f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0 \quad (0/25)$ جدول $(0/5)$ نمره <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f'</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>$-\infty$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> شکل $(0/5)$ نمره	x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	f'	-	-	-	-	f	2	0	$-\infty$	$+\infty$	۱۵
x	$-\infty$	0	1	$+\infty$													
f'	-	-	-	-													
f	2	0	$-\infty$	$+\infty$													
۱	الف) نقطه C دارای این ویژگی هاست $(0/5)$ ب) نقطه D دارای این ویژگی هاست $(0/5)$	۱۶															