



## با سمه تعالی

مدت امتحان :

ساعت شروع :

رشته:

ریاضی و فیزیک

سوالات امتحان نهایی درس: حسابان

تعداد صفحه: ۱

تاریخ امتحان :

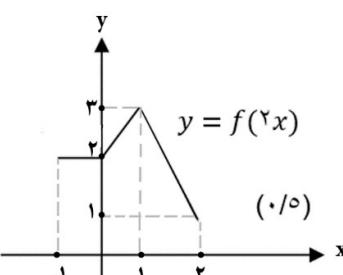
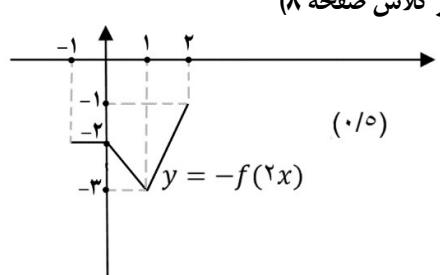
سال دوازدهم آموزش متوسطه

نام و نام خانوادگی :

### طرح سوال:

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) تابع <math>f(x) =  x - 3 </math> در بازه <math>x \in [0, 4]</math> اکیدا نزولی است.</p> <p>ب) باقی ماندهٔ تقسیم چند جمله‌ای <math>2x^3 + x^2 - 2x + 1</math> بر <math>2x - 1</math> برابر با ..... است.</p> <p>پ) دورهٔ تناوب تابع <math>f(x) = 3 \cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)</math> برابر با ..... است.</p> <p>ت) جواب‌های کلی معادله <math>\tan x = \tan \alpha</math> به صورت ..... می‌باشد.</p>	
۲	<p>نمودار تابع <math>y = f(x)</math> به صورت زیر است. با رسم مراحل، نمودار <math>y = -f(2x)</math> را رسم کنید.</p> <p><math>y = f(x)</math></p>	۱
۳	<p>جواب‌های کلی معادله <math>\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}</math> را بدست آورید.</p> <p>حاصل حدود زیر را بدست آورید.</p>	۱
۴	<p>(الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^3 - 1}{(x-1)^3}</math></p> <p>(ب) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^3 + 2x}{4x + 1}</math></p>	۲
۵	<p>مشتق تابع <math>f(x) = x^3 + 3x</math> را در نقطه <math>x = 2</math> به کمک تعریف مشتق بدست آورید.</p>	۱/۵
۶	<p>در تابع <math>f(x) = \sqrt{x+1}</math> معادله خط مماس بر منحنی در نقطه‌ای به طول <math>x = 3</math> را بدست آورید.</p>	۱/۵
۷	<p>مشتق پذیری تابع <math> x^3 - 1 </math> را در <math>x = 1</math> بررسی کنید.</p> <p>مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن الزامی نیست).</p>	۱/۵
۸	<p>(الف) <math>f(x) = \frac{3x^3 + 4x}{x^3 - 3x + 4}</math></p> <p>(ب) <math>g(x) = \sin^3(3x^3 + 5)</math></p>	۲
۹	<p>معادله حرکت متحرکی به صورت <math>s = t^3 - 5t + 6</math> بر حسب متر در بازه زمانی <math>t \in [3, 5]</math> (بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه <math>[3, 5]</math> با هم برابرند.</p>	۱/۵
۱۰	<p>در تابع <math>f(x) = x^3 + ax^2 + bx</math> ضرایب <math>a</math> و <math>b</math> را چنان بیابید که نقطه <math>(-1, 2)</math> اکسترمم نسبی تابع باشد.</p>	۱/۷۵
۱۱	<p>نقاط اکسترمم نسبی و مطلق تابع <math>f(x) = x^3 - 3x</math> را در بازه <math>x \in [-1, 2]</math> در صورت وجود بیابید و نقاط بحرانی این تابع را بدست آورید.</p>	۱/۷۵
۱۲	<p>جهت تغیر و نقطه عطف تابع <math>f(x) = -\sqrt[3]{x-2}</math> را بدست آورید.</p>	۱/۷۵
۱۳	<p>اگر نقطه <math>A(-2, 3)</math> محل برخورد مجانب‌هاست، نقطه برخورد تابع با محور <math>x</math> را بیابید.</p>	۱/۷۵

## باسمہ تعالیٰ

مدت امتحان:	ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:
<b>طراح سوال:</b>			
ردیف	پاسخنامہ	ردیف	
۱	الف) $(-\infty, 3] \cup (0, 25)$ (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۷) ب) $\frac{-21}{8} \approx -2.625$ (کار در کلاس صفحه ۱۹) پ) ۸ (مشابه تمرین ۱ صفحه ۳۳) ت) $x = k\pi + \alpha$ (صفحه ۴۲ کتاب)	۱	
۱	 <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>  <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>	۲	
۱	(۰/۲۰)	(۰/۲۰)	مثال صفحه ۴۰
۱	$\sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x \Rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin \frac{\pi}{6} \quad \left\{ \begin{array}{l} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{12}, k \in \mathbb{Z} \\ 2x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{2} - \frac{\pi}{12}, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$	(۰/۲۰)	(۰/۲۰)
۲	$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{1^+}{1^+} = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2 + 2x}{4x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2}{4x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{4} = \frac{-\infty}{4} = -\infty$	(۰/۵)	(۰/۲۰)
۱/۵	$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 12}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+6)}{(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+6) = 2+6=8$	(۰/۲۰)	مشابه مثال صفحه ۷۹

مدت امتحان :	ساعت شروع :	رشته: ریاضی و فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی :
طراح سوال :			
ردیف	پاسخنامه	نمره	
	(مشابه تمرين ۱ صفحه ۸۱)		
۶	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \Rightarrow m = f'(3) = \frac{1}{2\sqrt{3+1}} = \frac{1}{4}$ (۰/۲۵) $f(x) = \sqrt{x+1} , x = 3 \Rightarrow y = f(3) = 2$ (۰/۲۵) $m = \frac{1}{4} , A(3,2) \Rightarrow y - 2 = \frac{1}{4}(x - 3) \Rightarrow 4y - 8 = x - 3 \Rightarrow 4y - x = 5$ (۰/۲۵) <span style="float: right;">(۰/۲۵)</span>	۱/۵	
۷	<span style="float: right;">(مشال صفحه ۸۶)</span> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ x^2-1 }{x-1} =$ (۰/۵) $\begin{cases} f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ x^2-1 }{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x+1) = 2 \\ f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ x^2-1 }{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x^2-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} -(x+1) = -2 \end{cases}$ (۰/۵) <span style="float: right;">(۰/۲۵)</span> $2 \neq -2$ پس تابع در $x=1$ مشتق پذیر نیست	۱/۵	
۸	<span style="float: right;">(مشابه مثال صفحه ۹۴)</span> <span style="float: right;">(۰/۵)</span> <span style="float: right;">(۰/۵)</span> <span style="float: right;">(۰/۵)</span>	۲	
	(الف) $f'(x) = \frac{(5x+4)(x^2-3x+4) - (2x-3)(3x^2+4x)}{(x^2-3x+4)^2}$ (۱)		
	<span style="float: right;">(مشابه کاردر کلاس صفحه ۹۷)</span> <span style="float: right;">(۰/۵)</span>		
	ب) $g'(x) = (2)(5x)\cos(3x^2+5) \sin(3x^2+5)$ (۱)		
۹	<span style="float: right;">(مشابه تمرين ۴ صفحه ۱۰۹)</span> <span style="float: right;">(۰/۵)</span>	۱/۵	
	$\bar{v} = \frac{f(5)-f(3)}{5-3} = \frac{5-3}{2} = 1$ (۰/۵)		
	$f'(t) = 2t-5 \Rightarrow v(t) = 2t-5 \Rightarrow v(t) = 1 \Rightarrow 2t-5 = 1 \Rightarrow t = 3$		
	طول نقطه اکسترمم نسبی ریشه مشتق اول می باشد (مشابه تمرين ۷ صفحه ۱۲۶)		
۱۰	$f'(x) = 3x^2 + 2ax \Rightarrow f'(-1) = . \Rightarrow 3 - 2a = . \Rightarrow a = \frac{3}{2}$ (۰/۵) $f(-1) = 2 \Rightarrow -1 + a + b = 2 \Rightarrow a + b = 3 \Rightarrow \frac{3}{2} + b = 3 \Rightarrow b = \frac{3}{2}$ (۰/۵) <span style="float: right;">(۰/۵)</span>	۱/۷۵	

مدت امتحان :	ساعت شروع :	رشته: ریاضی و فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان												
تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:												
طرح سوال :															
ردیف	پاسخنامه	نمره													
۱۱	<p>(تمرین ۶ صفحه ۱۲۵)</p> <p> نقطه بحرانی ۱ <math>(0/25)</math> و نقطه بحرانی <math>-2 (0/25)</math> مینیمم نسبی و مطلق است و نقطه <math>(1, -2)</math> مکسیمم مطلق و نقطه <math>(-2, 1)</math> مطلق است.</p> <p>نقاط <math>(-1, 2)</math> و <math>(2, 1)</math> نقاط عطف است.</p> <p>است. <math>(0/75)</math></p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;"><math>x</math></td><td style="text-align: center;">-۱</td><td style="text-align: center;">۱</td><td style="text-align: center;">۲</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>f'(x)</math></td><td style="text-align: center;">+</td><td style="text-align: center;">-</td><td style="text-align: center;">+</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>y</math></td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">-2</td><td style="text-align: center;">2</td></tr> </table>	$x$	-۱	۱	۲	$f'(x)$	+	-	+	$y$	2	-2	2	۱/۷۵	
$x$	-۱	۱	۲												
$f'(x)$	+	-	+												
$y$	2	-2	2												
۱۲	<p>(مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۳۶)</p> <p>تابع در کل <math>\mathbb{R}</math> پیوسته است.</p> <p><math>f(x) = -\sqrt[3]{x-2}</math>, <math>Df = R \Rightarrow f(x) = -(x-2)^{\frac{1}{3}}</math></p> <p><math>f'(x) = -\frac{1}{3}(x-2)^{-\frac{2}{3}} = -\frac{1}{\sqrt[3]{(x-2)^2}} (0/25)</math></p> <p><math>f''(x) = -\frac{1}{3}\left(-\frac{2}{3}\right)(x-2)^{-\frac{5}{3}} = \frac{2}{9}(x-2)^{-\frac{5}{3}} = \frac{2}{\sqrt[3]{(x-2)^5}} (0/5)</math></p> <p>تابع در <math>x=2</math> عطف است. بنابراین نقطه <math>x=2</math> نقطه عطف است.</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;"><math>x</math></td><td style="text-align: center;">-<math>\infty</math></td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;"><math>+\infty</math></td></tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>f''(x)</math></td><td style="text-align: center;">-</td><td style="text-align: center;">ن</td><td style="text-align: center;">+</td></tr> <tr> <td></td><td style="text-align: center;">∩</td><td></td><td style="text-align: center;">∪</td></tr> </table>	$x$	- $\infty$	2	$+\infty$	$f''(x)$	-	ن	+		∩		∪	۱/۷۵	
$x$	- $\infty$	2	$+\infty$												
$f''(x)$	-	ن	+												
	∩		∪												
۱۳	<p>(مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۴۴)</p> <p><math>y = \frac{ax+\varepsilon}{cx+\varepsilon}</math></p> <p><math>c x + \varepsilon = 0 \Rightarrow x = -\frac{\varepsilon}{c} = -2 \Rightarrow c = 2 (0/25)</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax+\varepsilon}{cx+\varepsilon} = \frac{a}{c} = \frac{a}{2} = \frac{a}{2} \rightarrow a = \varepsilon \Rightarrow y = \frac{\varepsilon x + \varepsilon}{2x + \varepsilon} = \frac{x + 1}{2x + 2} (0/25)</math></p> <p><math>y = 0 \Rightarrow \frac{x+1}{x+2} = 0 \Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow (-1, 0) (0/5)</math> محل برخورد با محور <math>x</math> ها</p>	۱/۷۵													