



با سمه تعالی

سوالات امتحان نهایی درس: حسابان

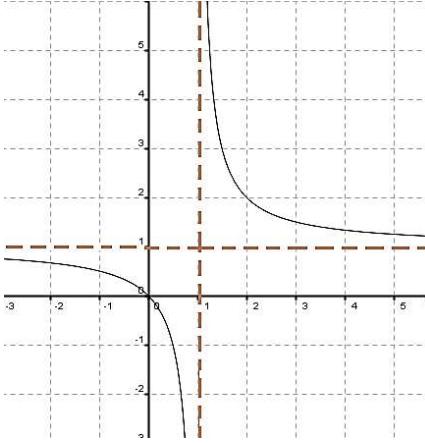
نام و نام خانوادگی:

طراح سوال:

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اگر در تابع $f(x)$ دامنه تابع (D_f) برابر با $[-1, 4]$ باشد و تابع $= g(x) = x + 1$ باشد آن گاه داریم: $R_g = \dots$ و $D_g = \dots$.</p> <p>ب) در نمودار تابع مثلثاتی $y = -3\sin 4x + 5$, دوره تناوب تابع برابر با ماقزیمم مقدار تابع برابر و می نیمم مقدار آن برابر است.</p> <p>پ) اگر f بر بازه I مثبت باشد، آنگاه تابع f' بر بازه I است.</p>	۲
۲	<p>درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) در معادله مثلثاتی $\tan(\pi x) = \tan\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ مجموعه جواب برابر با تمام اعداد صحیح زوج است.</p> <p>ب) مقدار $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{5x + \sqrt{x^2 + 1}}{3x - 8}$ برابر با $\frac{5}{3}$ است.</p> <p>پ) تابع $f(x) = \begin{cases} x + 1 & -1 \leq x < 0 \\ 2x^2 - x & 0 \leq x < 1 \end{cases}$ در بازه $[-1, 1]$ مشتق پذیر است.</p>	۰/۷۵
۳	مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که عبارت $4 - 2x^3 + ax^2 - bx + 4x^4$ بخش پذیر باشد.	۱/۵
۴	معادله مثلثاتی $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ را حل کنید.	۱/۵
۵	حدهای زیر را تعیین کنید.	۱/۲۵
۶	تمام مجانب های تابع $f(x) = \frac{3x+1}{x-1}$ را به دست آورید.	۱
۷	مشتق پذیری تابع $f(x) = x^3 - 4 $ را با استفاده از تعریف در نقطه $x=2$ بررسی کنید.	۱
۸	مشتق بگیرید. (ساده کردن لازم نیست).	۳/۵
۹	اگر $h(x) = fog(x)$ و داشته باشیم: $g(1) = 3, f(5) = 4, f'(5) = 7$ مقدار $h'(1)$ را بدست آورید.	۱
۱۰	گنجایش ظرفی 40 لیتر مایع است در لحظه $t=0$ سوراخی در ظرف ایجاد می شود. اگر حجم مایع باقی مانده در ظرف 100 پس از t ثانیه از رابطه ای $V = 40 \left(1 - \frac{t}{100}\right)^2$ به دست آید، چه زمانی آهنگ تغییر لحظه ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در $[0, 100]$ می شود؟	۱/۵
۱۱	<p>تابع $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 9x + 17$ را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) نقاط بحرانی تابع را تعیین کنید.</p> <p>ب) جدول تغییرات تابع رارسم و ماقزیمم و می نیمم های نسبی را در صورت وجود بدست آورید.</p> <p>پ) با توجه به جدول تغییرات تابع تعیین کنید تابع در چه بازه هایی صعودی اکید و در کدام بازه ها نزولی اکید است؟</p>	۲
۱۲	مقدار a, b را جنان تعیین کنید که منحنی نمایش تابع $y = ax^3 + bx^2$ در نقطه $(2, 1)$ دارای نقطه عطف باشد.	۱
۱۳	جدول رفتار و نمودار تابع به معا دله $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ رارسم کنید.	۲

باسم‌هه تعالی

ساعت شروع :	رشته: ریاضی و فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: حسابان	نام و نام خانوادگی:
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	طراح سوال:
پاسخنامه			
ردیف	ردیف	ردیف	ردیف
نمره	پاسخنامه	ردیف	ردیف
۱	الف) $R_g = [1, 5] - (0/5) D_g = [0, 3]$ ب) $(0/25) 2 - (0/25) 8 - (0/25) \frac{\pi}{2}$ پ) صعودی است	الف) $R_g = [1, 5] - (0/5) D_g = [0, 3]$ ب) $(0/25) 2 - (0/25) 8 - (0/25) \frac{\pi}{2}$ پ) صعودی است	۱
۲	الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵)	الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵)	۲
۳	$p(x) = 2x^3 + ax^2 - bx + 4$ $x^3 - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p(2) = 0 \Rightarrow 4a - 2b = -20 \\ p(-2) = 0 \Rightarrow 4a + 2b = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 0 \end{cases}$	$p(x) = 2x^3 + ax^2 - bx + 4$ $x^3 - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p(2) = 0 \Rightarrow 4a - 2b = -20 \\ p(-2) = 0 \Rightarrow 4a + 2b = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 0 \end{cases}$	۳
۴	$\cos 2x - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \quad (0/25) \Rightarrow$ $\cos x(2\cos x - 1) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \quad (0/25) \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (0/25) \\ \cos x = \frac{1}{2} \quad (0/25) \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (0/25) \end{cases}$	$\cos 2x - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \quad (0/25) \Rightarrow$ $\cos x(2\cos x - 1) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \quad (0/25) \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (0/25) \\ \cos x = \frac{1}{2} \quad (0/25) \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (0/25) \end{cases}$	۴
۵	الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{[x]^2 - 9}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2 - 9}{x - 3} = +\infty$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^3 + 5x}{3x + 2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^3}{3x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^3}{3x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x}{3} = \mp\infty \quad (0/75)$	الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{[x]^2 - 9}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2 - 9}{x - 3} = +\infty$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^3 + 5x}{3x + 2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^3}{3x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^3}{3x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x}{3} = \mp\infty \quad (0/75)$	۵
۶	$\left\{ \begin{array}{l} x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1, x = -1 \\ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x + 1}{x^2 - 1} = 0 \Rightarrow y = 0 \end{array} \right. \quad (0/5)$ مجانب های قائم مجانب افقی	$\left\{ \begin{array}{l} x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1, x = -1 \\ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x + 1}{x^2 - 1} = 0 \Rightarrow y = 0 \end{array} \right. \quad (0/5)$ مجانب های قائم مجانب افقی	۶
۷	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ x^2 - 4 - 0}{x - 2} = (0/25) \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ x^2 - 4 }{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = 4 \quad (0/25) \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ x^2 - 4 }{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)(x+2)}{x-2} = -4 \quad (0/25) \end{cases}$ چون برای حد دو مقدار بدست آمد پس تابع در $x=2$ مشتق ندارد. $(0/25)$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ x^2 - 4 - 0}{x - 2} = (0/25) \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ x^2 - 4 }{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = 4 \quad (0/25) \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ x^2 - 4 }{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)(x+2)}{x-2} = -4 \quad (0/25) \end{cases}$ چون برای حد دو مقدار بدست آمد پس تابع در $x=2$ مشتق ندارد. $(0/25)$	۷
۸	الف) $f(x) = \left(\frac{3x+4}{5x-1}\right)^5 \Rightarrow y = 5 \left(\frac{3(5x^2 - 1) - 10x(3x+4)}{(5x^2 - 1)^2}\right) \left(\frac{3x+4}{5x-1}\right)^4 \quad (1/5)$ ب) $g(x) = (\sqrt{3x+5})(x^2 + 1) \Rightarrow y = \frac{3}{2\sqrt{3x+5}}(x^2 + 1) + 2x(\sqrt{3x+5}) \quad (1)$ پ) $h(x) = \tan(5x+1) - \cos^2 x \Rightarrow y = 5(1 + \tan^2(5x+1)) + 2\sin x \cos x \quad (1)$	الف) $f(x) = \left(\frac{3x+4}{5x-1}\right)^5 \Rightarrow y = 5 \left(\frac{3(5x^2 - 1) - 10x(3x+4)}{(5x^2 - 1)^2}\right) \left(\frac{3x+4}{5x-1}\right)^4 \quad (1/5)$ ب) $g(x) = (\sqrt{3x+5})(x^2 + 1) \Rightarrow y = \frac{3}{2\sqrt{3x+5}}(x^2 + 1) + 2x(\sqrt{3x+5}) \quad (1)$ پ) $h(x) = \tan(5x+1) - \cos^2 x \Rightarrow y = 5(1 + \tan^2(5x+1)) + 2\sin x \cos x \quad (1)$	۸
۹	$\tilde{f}(1) = \tilde{g}(1) \quad \tilde{f}(g(1)) = 3 \times \tilde{f}(5) = 3 \times 4 = 12$ $(0/5) \quad (0/5)$	$\tilde{f}(1) = \tilde{g}(1) \quad \tilde{f}(g(1)) = 3 \times \tilde{f}(5) = 3 \times 4 = 12$ $(0/5) \quad (0/5)$	۹
۱۰	$\tilde{f}(t) = \frac{f(100) - f(0)}{100} \Rightarrow -\frac{80}{100} \left(1 - \frac{t}{100}\right) = -\frac{40}{100} \quad \Rightarrow t = 50$ $(0/5) \quad (0/5)$	$\tilde{f}(t) = \frac{f(100) - f(0)}{100} \Rightarrow -\frac{80}{100} \left(1 - \frac{t}{100}\right) = -\frac{40}{100} \quad \Rightarrow t = 50$ $(0/5) \quad (0/5)$	۱۰

مدت امتحان :	ساعت شروع :	رشته : ریاضی و فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: حسابان																
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی :																
طراح سوال :																			
ردیف	پاسخنامه		ردیف																
۱۱	<p>$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 7 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = + \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = +$ (الف)</p> <p>نقاط بحرانی $\Rightarrow x = -1, x = 3$ ($+/5$)</p> <p>ب) نقطه (-۱، ۱۲) ماکزیمم نسبی و نقطه (۳، -۲۰) مینیمم نسبی می باشند. ($+/25$)</p> <p>(۰/۲۵) صعودی اکید (-۱, +∞)</p> <p>(۰/۲۵) نزولی اکید (-۱, ۳)</p> <p>(۰/۲۵) صعودی اکید (۳, +∞)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td><td>-∞</td><td>-1</td><td>3</td><td>+∞</td></tr> <tr> <td>f'</td><td>+</td><td>-</td><td>-</td><td>+</td></tr> <tr> <td>f</td><td>↗</td><td>↘</td><td>↗</td><td></td></tr> </table>	x	-∞	-1	3	+∞	f'	+	-	-	+	f	↗	↘	↗				
x	-∞	-1	3	+∞															
f'	+	-	-	+															
f	↗	↘	↗																
۱۲	<p>$f(x) = ax^3 - bx^2 \Rightarrow \begin{cases} f(1) = 2 \Rightarrow a - b = 2 \\ f''(1) = + \Rightarrow 6a - 2b = + \Rightarrow b = 3a \end{cases}$ ($+/25$)</p> <p>$a = -1, b = -3$ ($+/25$)</p> <p>$f(x) = 3ax^3 - 2bx^2, f''(x) = 6ax - 2b$ ($+/25$)</p>		۱۲																
۱۳	<p>مجانب قائم $y = \frac{x}{x-1}, x = 1$</p> <p>مجانب افقی $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x-1} = 1, y = 1$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \frac{-1}{(x-1)^2} < +\infty$</p> <p>$y'' = \frac{2}{(x-1)^3}$ ($+/25$)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td><td>-∞</td><td>1</td><td>+∞</td></tr> <tr> <td>y</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td></tr> <tr> <td>y''</td><td>-</td><td>+</td><td>+</td></tr> <tr> <td>y</td><td>1 ↘ -∞</td><td>+∞ ↘ 1</td><td></td></tr> </table>  <p>(۰/۵)</p> <p>(۰/۵)</p>	x	-∞	1	+∞	y	-	-	-	y''	-	+	+	y	1 ↘ -∞	+∞ ↘ 1			۱۳
x	-∞	1	+∞																
y	-	-	-																
y''	-	+	+																
y	1 ↘ -∞	+∞ ↘ 1																	