



نمودار تابع با ضابطه $y = x^2 - 3x + 10$ را حداقل

چند واحد به طرف x های مثبت انتقال دهیم تا

طول نقاط تلاقی نمودار حاصل با محور x ها

غیرمنفی باشد؟

۲ (۵)

۱ (۱)

۳ (۴)

۲ (۳)

پاسخ:

گزینه ۳

ابتدا نقاط برخورد تابع با ضابطه $y = x^2 - 3x + 10$

را با محور x ها به دست می آوریم:

$$x^2 - 3x + 10 = 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = -2, x = 5$$

چون این تابع محور x ها را در نقطه ای به طول $x = -2$

قطع می کند، پس اگر این تابع را دو واحد به سمت

راست انتقال دهیم، سهمی از مبدأ خواهد گذشت و

دیگر طول نقطه تلاقی با محور طول ها، منفی نمی شود.

مثبت

ریاضی دوازدهم

نمودار تابع $y = 3 \sin(\frac{\pi}{4} - 2x)$ روی

پازه $[-\pi, \frac{3\pi}{2}]$ در چند نقطه محور x ها را قطع

می کند؟

۳ (۲)

۲ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)

پاسخ:

گزینه ۴

در محل برخورد با محور x ها مقدار $y=0$ می باشد، پس:

$$3 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{4} - 2x = k \pi$$

$$\Rightarrow 2x = -k \pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = (-4k + 1) \frac{\pi}{8}$$

$$\Rightarrow -\pi \leq (-4k + 1) \frac{\pi}{8} \leq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow$$

$$-8 \leq -4k + 1 \leq 12 \Rightarrow -2 \leq k \leq 2$$

$$\Rightarrow k \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

اگر $f(x) = 2^{\frac{1}{x}}$ و $g(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ آن گاه

$\lim_{x \rightarrow 0^-} (g \circ f)(x)$ کدام است؟

(۱) -۳

(۲) -۱

(۳) ۱/۵

(۴) ۲

پاسخ:

گزینه ۱

برای محاسبه حد تابع $g \circ f(x)$ در $x = 0^-$ ، ابتدا حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ را پیدا کرده و a می‌نامیم، سپس $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x)$ را زمانی که x به سمت a میل می‌کند می‌یابیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} 2^{\frac{1}{x}} = 2^{-\infty} = 0 \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} (g \circ f)(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) \\ &= \frac{0 - 3}{0 + 1} = -3 \end{aligned}$$

مشتق

ریاضی دوازدهم

اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ و $g(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ حاصل

$f'(x) \cdot g'(f(x))$ کدام است؟

(۱) -

(۲))

(۳) x

(۴) $\frac{1}{2}x$

پاسخ:

گزینه ۲

می‌دانیم $f'(x) \cdot g'(f(x)) = (g(f(x)))'$

بنابراین ابتدا ضابطه تابع $y = g(f(x))$ را تشکیل

می‌دهیم و تا جایی که امکان دارد، آن را ساده می‌کنیم،

سپس از آن مشتق می‌گیریم:

$$g(f(x)) = \frac{f(x)}{\sqrt{1+(f(x))^2}} = \frac{\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}}{\sqrt{1+\frac{x^2}{1-x^2}}} = \frac{\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}}{\sqrt{\frac{1}{1-x^2}}} = x$$

$$\Rightarrow (g(f(x)))' = 1 \Rightarrow f'(x)g'(f(x)) = 1$$

مشتق

ریاضی دوازدهم

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{4}{3} \text{ و } g(x) = x + \sqrt{x} \text{ اگر}$$

باشد، $(f \circ g)'(1)$ کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$
$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$
$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

مشتق

ریاضی دوازدهم

پاسخ:

گزینه ۳

$$\text{منظور از } f'(2) \text{ همان } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{4}{3}$$

است، یعنی $f'(2) = \frac{4}{3}$ می‌باشد.

همچنین می‌دانیم $(f \circ g)'(x) = g'(x) \times f'(g(x))$

است و پا‌جای گذاری $x=1$ در آن داریم:

$$(f \circ g)'(1) = g'(1) \times f'(g(1))$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times f'(1 + \sqrt{1}) = \frac{3}{2} \times f'(2)$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = 2$$