



۱ اگر $f = \{(0, 2), (1, -1), (3, -\frac{1}{4}), (-2, 3), (-1, 0)\}$ و $g = \{(2, \sqrt{2}), (-1, 2), (\frac{1}{4}, 3), (1, \frac{3}{4})\}$ باشند:

الف تابع $2f - g$ را به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب بنویسید.

ب تابع $g \circ f$ را به دست آورید.

پ مقدار $(\frac{f}{g})(1)$ را محاسبه کنید.

گزینه مناسب را انتخاب کنید.

۲ تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ است.

الف زوج

ب فرد

۳ تابع $y = x^2 - 1$ در بازه $(-\infty, 0)$ است.

الف نزولی

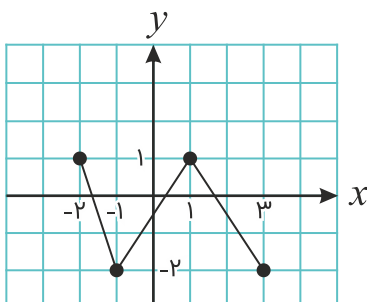
ب صعودی

۴ تابع $y = f(x)$ با دامنه $[-2, 1]$ را در نظر بگیرید. دامنه تابع $g(x) = -f(2x) + 1$ بازه است.

الف $[-4, 2]$

ب $[-1, \frac{1}{2}]$

۵ نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. با استفاده از انتقال، نمودار تابع $y = f(\frac{1}{2}x) + 1$ را رسم کنید.



۶ دو تابع $f(x) = \sqrt{x} + 2$ و $g(x) = \frac{1}{x-4}$ را در نظر بگیرید.

الف دامنه تابع $\frac{f}{g}$ را به دست آورید.

ب مقدار $(f \circ g)(5)$ را محاسبه کنید.

۷ تحقیق کنید آیا دو تابع $f(x) = \frac{1}{x} + 3$ و $g(x) = \frac{1}{x-3}$ وارون یکدیگرند؟

جاهای خالی را با عدد و یا عبارت ریاضی مناسب پر کنید.

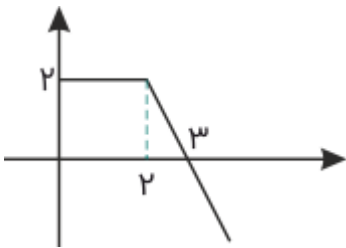
۸ اگر $f(x) = [x + 1]$ باشد حاصل $f(\sqrt{3} - 1)$ برابر با است.

۹ تابع $y = |x| + 1$ در بازه صعودی است.

۱۰ برای دو تابع $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$ و $g(x) = \frac{2}{x}$ بدون نوشتن ضابطه، دامنه $f \circ g$ را به دست آورید.

۱۱ یک‌به‌یک بودن تابع $y = (x + 2)^3 - 2$ را بررسی کرده و وارون آن را به دست آورید.

۱۲ با توجه به شکل داده‌شده زیر:



الف ضابطه تابع را بنویسید.

ب تابع در چه بازه‌هایی صعودی یا نزولی یا ثابت است؟

پ نمودار را به‌گونه‌ای تکمیل کنید که نمودار جدید یک تابع زوج را نمایش دهد.

۱۳ توابع $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \sqrt{1 - x^2}$ داده شده‌اند.

الف دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.

ب تابع $g \circ f$ را تشکیل دهید.

پ حاصل عبارت $(2f - 3g)(0)$ را به دست آورید.

۱۴ توابع $f(x) = \frac{x}{x-2}$ و $g(x) = \sqrt{x}$ داده شده‌اند.

الف دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.

ب تابع $f \circ g$ را تشکیل دهید.

پ حاصل عبارت $(f + g)(4)$ را به دست آورید.

۱۵ دو تابع $f(x) = \frac{x-1}{x}$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ داده شده‌اند.

الف دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف محاسبه کنید.

ب ضابطه تابع $f \circ g$ را تشکیل دهید.

پ حاصل عبارت $(\frac{2f}{g})(5)$ را محاسبه کنید.

۱۶ اگر $f(x) = \frac{1}{x}$ و $g(x) = \frac{x+2}{x-1}$ دو تابع باشند:

الف دامنه تابع $f \circ g$ را به دست آورید.

ب ضابطه تابع $f \circ g$ را بنویسید.

پ مقدار $(f - g)(2)$ را حساب کنید.

۱۷ نمودار تابع $y = -2|x - 3|$ را رسم کنید.

۱۸ دو تابع $f(x) = \sqrt{1-x}$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ را در نظر بگیرید.

الف دامنه $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.

ب تابع $P(x) = f(x) + g(x)$ را به دست آورید.

گزینه مناسب را انتخاب کنید:

۱۹ اگر فرض کنیم $f(x) = \sqrt{2-x}$ باشد، آنگاه برد این تابع مجموعه است.
الف $[1, \sqrt{2}]$ ب $[0, +\infty)$

۲۰ در رسم نمودار $y = f(ax)$ از روی نمودار تابع $y = f(x)$ اگر $0 < a < 1$ نمودار $y = f(x)$ در امتداد محور x ها می شود.

الف منبسط ب منقبض

۲۱ تابع $y = x\sqrt{|x|}$ است.

الف زوج ب فرد

۲۲ اگر $f = \{(-1, 1), (1, 2), (2, 3), (4, 5)\}$ و $g = \{(-1, 0), (1, 2), (2, 4), (5, 3)\}$ دو تابع باشند:

الف مقدار $(3f - g)(-1)$ را حساب کنید.

ب تابع $f \circ g$ را به صورت زوج مرتب بنویسید.

۲۳ اگر $f(x) = 4x - 1$ و $g(x) = 2x + k$ باشد مقدار k را طوری بیابید که داشته باشیم:

$$(g \circ f)(x) = 8x + 10$$

۲۴ توابع $f(x) = \sqrt{x-4}$ و $g(x) = \frac{1}{x-1}$ داده شده اند. دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.

درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید.

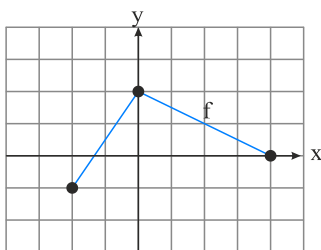
۲۵ دو تابع $f(x) = x$ و $g(x) = \sqrt{x^2}$ با هم مساوی اند.

۲۶ اگر دامنه تابع f برابر با $[-1, 3]$ باشد، دامنه تابع $g(x) = -3f(2x)$ بازه $[-\frac{1}{3}, \frac{3}{3}]$ است.

۲۷ تابع $y = 2x^2 + 4x - 1$ در بازه $[-2, 5]$ صعودی است.

۲۸ برای دو تابع $f = \{(11, 7), (-2, 4), (3, -5), (2, -5)\}$ و $g = \{(2, 11), (4, -2), (6, 3), (3, 2)\}$ ، تابع $f \circ g$ را به صورت زوج مرتب بنویسید.

۲۹ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = -f(2x)$ را رسم کنید و سپس دامنه و برد تابع g را تعیین کنید.



۳۰ نمودار تابع $f(x) = (x+1)^3$ را رسم کنید. این تابع در دامنه خود اکیداً صعودی است یا اکیداً نزولی؟

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۳۱ تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می شود.

۳۲ تابع $f(x) = \sqrt{x}$ در نقطه $x = 0$ مشتق پذیر است.

جاهای خالی را با عدد و یا عبارت ریاضی مناسب پر کنید.

۳۳ تابع $h(x) = (2x^2 - 5x + 1)^3$ به صورت ترکیب دو تابع $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$ و $g(x) = \dots$ است.

۳۴ حد تابع $g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & ; x > 0 \\ \frac{5x^2 - 3x}{-x^2 + 1} & ; x \leq 0 \end{cases}$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ برابر با است.

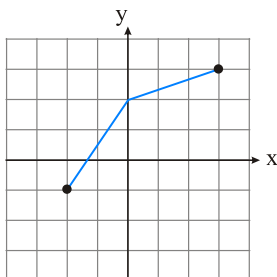
۳۵ اگر $f'(2) = 3$ و $g'(2) = 5$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $(2g - f)'(2)$ برابر با است.

۳۶ شکل حاصل از دوران یک دایره حول یکی از قطرهای آن برابر با است.

۳۷ توابع $f(x) = \frac{x+3}{2x}$ و $g(x) = 3x - 1$ را در نظر بگیرید. دامنه $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.

۳۸ اگر $f(x) = \frac{1}{x} - 3$ و $g(x) = x^3$ باشد، مقدار $g^{-1} \circ f^{-1}(5)$ را به دست آورید.

۳۹ با استفاده از نمودار تابع f نمودار تابع $y = f\left(\frac{x}{2}\right) - 2$ را رسم کنید.

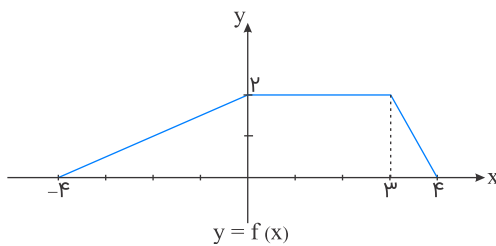


در جاهای خالی گزینه مناسب داخل پرانتز را انتخاب کنید.

- ۴۰ تابع $y = (x + 1)^3$ در دامنه تعریف خود (صعودی - نزولی) است.
- ۴۱ هرچه خروج از مرکز بیضی (کوچکتر - بزرگتر) شود، شکل بیضی به دایره نزدیکتر خواهد شد.
- ۴۲ دو پیشامدی که باهم رخ ندهند، دو پیشامد (مستقل - ناسازگار) هستند.

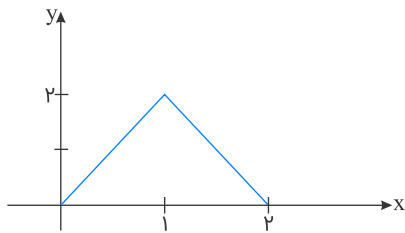
درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

- ۴۳ دو تابع $f(x) = \frac{2x+6}{7}$ و $g(x) = \frac{-7}{3}x - 3$ وارون یکدیگرند. درست ☐ نادرست ☐
- ۴۴ دوره تناوب تابع $y = \tan x$ برابر با 2π است. درست ☐ نادرست ☐
- ۴۵ شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم الزاویه حول یکی از اضلاع قائمه به صورت مخروط توپر است. درست ☐ نادرست ☐
- ۴۶ دو تابع $f(x) = \sqrt{x-4}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$ را در نظر بگیرید. دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.
- ۴۷ با استفاده از نمودار تابع $y = f(x)$ ، نمودار $y = \frac{1}{3}f(4x)$ را رسم کنید.



درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

- ۴۸ تابع $y = -x^3 + 2$ در دامنه تعریفش صعودی است. درست ☐ نادرست ☐
- ۴۹ دامنه تابع $y = \tan x$ برابر $\{x | x \in \mathbb{R}, x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$ است. درست ☐ نادرست ☐
- ۵۰ اگر صفحه p در یکی از موقعیتها با مولد سطح مخروطی موازی باشد و از رأس آن عبور نکند شکل حاصل یک هذلولی است. درست ☐ نادرست ☐
- ۵۱ اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ باشد، دامنه تابع $f \circ g(x)$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.
- ۵۲ اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^3$ باشد، مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(5)$ را به دست آورید.
- ۵۳ نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. با استفاده از آن نمودار $y = -2f\left(\frac{1}{3}x\right)$ را رسم کنید.



به سوالات زیر پاسخ کوتاه دهید.

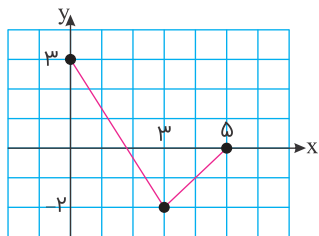
۵۴ درجه تابع $f(x) = x^2(1-x)^5$ را مشخص کنید.

۵۵ در فاصله $[0, 1]$ از بین دو تابع $f(x) = x^2$ و $g(x) = x^3$ ، نمودار کدام تابع پایین تر قرار دارد؟

۵۶ نمودار تابع $y = -f(x)$ ، قرینه نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به کدام محور است؟

۵۷ تابع $h(x) = |x + 2|$ در چه بازه‌ای اکیداً صعودی است؟

۵۸ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = f(3-x)$ را رسم کرده و دامنه آن را تعیین کنید.



۵۹ اگر $\log(x+1) \leq \log(2x-3)$ ، حدود x را به دست آورید.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۶۰ برد تابع با ضابطه $y = kf(x)$ همان برد تابع $y = f(x)$ است.

۶۱ چندجمله‌ای $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 3x - 10$ بر دوجمله‌ای $x + 2$ بخش پذیر است.

۶۲ دو پیشامد A و B از هم مستقل هستند هرگاه باهم رخ ندهند.

در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

۶۳ تابعی که در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می‌شود، تابع نامیده می‌شود.

۶۴ دوره تناوب اصلی تابع $y = \tan x$ برابر است.

۶۵ شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می‌شود، آن نامیده می‌شود.

۶۶ اگر $f(x) = x^2 - 5$ و $g(x) = \sqrt{x+6}$ باشد:

الف دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.

ب با محدود کردن دامنه تابع f ، تابعی وارون پذیر بسازید.

۶۷ نشان دهید توابع $f(x) = 3x - 4$ و $g(x) = \frac{x+4}{3}$ وارون یکدیگرند.

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

۶۸ اگر تابع f در یک بازه نزولی باشد، آنگاه در این بازه اکیداً نزولی نیز است.

۶۹ سرعت لحظه‌ای در $t = 2$ برای متحرکی با معادله حرکت $f(t) = t^2 + 3t$ برابر ۷ است.

در جاهای خالی کلمه یا عبارت مناسب را بنویسید.

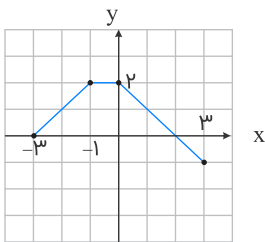
۷۰ اگر $\left(\frac{1}{p}\right)^{3x-2} \leq \frac{1}{64}$ باشد، حدود x برابر است.

۷۱ حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3 - 2x - 5x^4)$ برابر با است.

۷۲ اگر $f'(2) = -1$ و $g'(2) = 3$ ، در این صورت $(2f + 3g)'(2)$ برابر با است.

۷۳ طول نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 - 6x^2$ برابر است.

۷۴ نمودار تابع $f(x)$ در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = f(2x + 1)$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.



۱ الف

$$2f - g = \{(1, -\frac{7}{3}), (-1, -2)\} \quad (0/5)$$

ب

$$g \circ f = \{(0, \sqrt{2}), (1, 2)\} \quad (0/5)$$

پ

$$(\frac{f}{g})(1) = -\frac{2}{3} \quad (0/5)$$

پاسخ سؤالات ۲ تا ۴

۲

ب) فرد است. (۰/۲۵)

۳

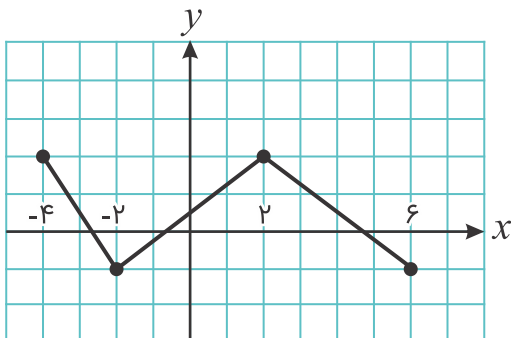
الف) نزولی است. (۰/۲۵)

۴

ب) بازه $[-1, \frac{1}{3}]$ است. (۰/۲۵)

۵

دو برابر کردن دامنه: (۰/۵) و یک واحد انتقال به بالا: (۰/۲۵)



۶ الف

$$D_f = [0, +\infty) \quad (0/25) \\ D_g = \mathbb{R} - \{4\} \quad (0/25), \quad D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\} = [0, +\infty) - \{4\} \quad [0, 4) \cup (4, +\infty) \quad (0/25)$$

ب

$$f(g(5)) = \underbrace{f(1)}_{(0/25)} = 3 \quad (0/25)$$

$$(f \circ g)(x) = \underbrace{\frac{1}{\frac{1}{x-3}} + 3}_{(o/25)} = x - 3 + 3 = x \Rightarrow (f \circ g)(x) = x \quad (o/25)$$

روش اول: این دو تابع وارون یکدیگرند. (o/25) زیرا:

$$(g \circ f)(x) = \frac{1}{\left(\frac{1}{x} + 3\right) - 3} = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x \Rightarrow (g \circ f)(x) = x \quad (o/25)$$

روش دوم: این دو تابع وارون یکدیگرند. (o/25) زیرا:

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2 \rightarrow \frac{1}{x_1} + 3 = \frac{1}{x_2} + 3 \Rightarrow \frac{1}{x_1} = \frac{1}{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow (o/25) \quad \text{تابع یک به یک است}$$

$$y = \frac{1}{x} + 3 \Rightarrow \frac{1}{x} = y - 3 \quad (o/25) \Rightarrow x = \frac{1}{y - 3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{x - 3} = g(x) \quad (o/25)$$

پاسخ سؤالات ۸ تا ۹

$$(o/25) \quad [\sqrt{3} - 1 + 1] = 1 \quad \text{۸}$$

$$(o/25) \quad [0, +\infty) \quad \text{۹}$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{0\} \quad (o/25)$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{\pm 2\}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g, g(x) \in D_f\} \quad (o/25) \Rightarrow \left\{x \notin 0, \frac{2}{x} \notin \pm 2\right\} \quad (o/25)$$

$$\Rightarrow D_{f \circ g} = \mathbb{R} - \{0, 1, -1\} \quad (o/25)$$

$$f(x_1) = f(x_2) \leftrightarrow x_1 = x_2$$

$$(x_1 + 2)^3 - 2 = (x_2 + 2)^3 - 2 \quad (\circ/۲۵)$$

تابع یک به یک است.

$$x_1 + 2 = x_2 + 2 \Rightarrow x_1 = x_2 \quad (\circ/۲۵)$$

$$\Rightarrow y = (x + 2)^3 - 2 \Rightarrow y + 2 = (x + 2)^3 \quad (\circ/۲۵) \Rightarrow x = \sqrt[3]{y + 2} - 2 \quad (\circ/۲۵)$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x + 2} - 2 \quad (\circ/۲۵)$$

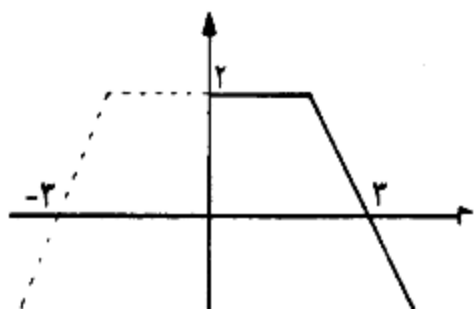
تابع وارون

(۰/۵)

$$f(x) = \begin{cases} 2 & 0 \leq x \leq 2 \\ -2x + 6 & x > 2 \end{cases}$$

ب (۰/۲۵) نزولی (۰/۲۵) ثابت (۰/۲۵) $[0, 2]$

پ (۰/۲۵)



$$D_f = \mathbb{R} \quad (\circ/۲۵) \quad D_g = [-1, 1] \quad (\circ/۲۵)$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} \quad (\circ/۲۵)$$

$$D_{g \circ f} = \overbrace{\{x \in \mathbb{R} \mid \sin x \in [-1, 1]\}}^{(\circ/۲۵)} = \widehat{\mathbb{R}}^{(\circ/۲۵)}$$

$$(g \circ f)(x) = \sqrt{1 - \sin^2 x} = |\cos x| \quad (\circ/۵)$$

$$\underbrace{\mathfrak{V}f(\circ)-\mathfrak{W}g(\circ)}_{(\circ/\mathfrak{V}\mathfrak{A})}=\circ-\mathfrak{W}=\underbrace{-\mathfrak{W}}_{(\circ/\mathfrak{V}\mathfrak{A})}$$

ب

$$D_f=\mathbb{R}-\{\mathfrak{V}\} \ (\circ/\mathfrak{V}\mathfrak{A}) \ , \ D_g=[\circ,+\infty) \ (\circ/\mathfrak{V}\mathfrak{A})$$

الف ١٤

$$D_{fog}=\left\{x\in D_g|g(x)\in D_f\right\} \ (\circ/\mathfrak{V}\mathfrak{A})\Rightarrow D_{fog}=\underbrace{[\circ,+\infty)}_{(\circ/\mathfrak{V}\mathfrak{A})}-\underbrace{\{\mathfrak{F}\}}_{(\circ/\mathfrak{V}\mathfrak{A})}$$

ب

$$(fog)(x)=f(\sqrt{x})=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\mathfrak{V}} \ (\circ/\mathfrak{A})$$

$$\underbrace{f(\mathfrak{F})+g(\mathfrak{F})}_{(\circ/\mathfrak{A})}=\mathfrak{V}+\mathfrak{V}=\underbrace{\mathfrak{F}}_{(\circ/\mathfrak{V}\mathfrak{A})}$$

ب

$$\begin{aligned} D_f &= \mathbb{R}-\{\circ\} \ (\circ/\mathfrak{V}\mathfrak{A}) \ , \ D_g=[\mathfrak{l},+\infty) \ (\circ/\mathfrak{V}\mathfrak{A}) \\ D_{fog} &= \left\{x\in D_g|g(x)\in D_f\right\} \ (\circ/\mathfrak{V}\mathfrak{A}) \Rightarrow \\ D_{fog} &= \left\{x\in [\mathfrak{l},+\infty)|\sqrt{x-\mathfrak{l}}\in \mathbb{R}-\{\circ\}\right\} \ (\circ/\mathfrak{V}\mathfrak{A}) \Rightarrow D_{fog}=(\mathfrak{l},+\infty) \ (\circ/\mathfrak{V}\mathfrak{A}) \end{aligned}$$

الف ١٥

$$(fog)(x)=f(\sqrt{x-\mathfrak{l}})=\frac{\sqrt{x-\mathfrak{l}}-\mathfrak{l}}{\sqrt{x-\mathfrak{l}}} \ (\circ/\mathfrak{A})$$

ب

$$\frac{\mathfrak{V}f(\mathfrak{A})}{g(\mathfrak{A})}=\frac{\mathfrak{V}\times\frac{\mathfrak{F}}{\mathfrak{A}}}{\underbrace{\mathfrak{V}}_{(\circ/\mathfrak{V}\mathfrak{A})}}=\frac{\mathfrak{F}}{\underbrace{\mathfrak{A}}_{(\circ/\mathfrak{V}\mathfrak{A})}}$$

ب

$$D_{fog}=\underbrace{\left\{x\in \mathbb{R}-\{\mathfrak{l}\} \mid \frac{x+\mathfrak{V}}{x-\mathfrak{l}}\not\equiv \circ\right\}}_{(\circ/\mathfrak{A})}=\mathbb{R}-\{\mathfrak{l},-\mathfrak{V}\} \ (\circ/\mathfrak{V}\mathfrak{A})$$

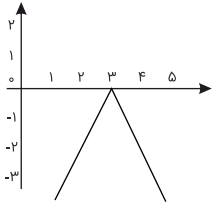
الف ١٦

$$fog=\frac{\mathfrak{l}}{\frac{x+\mathfrak{V}}{x-\mathfrak{l}}}(\circ/\mathfrak{V}\mathfrak{A})$$

ب

$$(g-f)(\mathfrak{V})=g(\mathfrak{V})-f(\mathfrak{V})=\mathfrak{F}-\frac{\mathfrak{l}}{\mathfrak{V}}=\frac{\mathfrak{V}}{\mathfrak{V}} \ (\circ/\mathfrak{A})$$

ب



$$f(x) = \begin{cases} -2(x-3) & ; x \geq 3 \quad (\circ/٢٥) \\ 2(x-3) & ; x < 3 \quad (\circ/٢٥) \end{cases}$$

$$D_f = (-\infty, 1] \quad (\circ/٢٥) \quad , \quad D_g = [1, +\infty) \quad (\circ/٢٥)$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} \quad (\circ/٢٥)$$

$$\Rightarrow D_{g \circ f} = \{x \in (-\infty, 1] \mid \sqrt{1-x} \in [1, +\infty)\} \quad (\circ/٢٥) \Rightarrow D_{g \circ f} = (-\infty, 0] \quad (\circ/٢٥)$$

$$D_p = \underbrace{D_f \cap D_g}_{(\circ/٢٥)} = \underbrace{\{1\}}_{(\circ/٢٥)}$$

$$P(x) = f(x) + g(x) = \sqrt{1-x} + \sqrt{x-1} \quad (\circ/٢٥) \Rightarrow P = \{(1, 0)\}$$

١٨
الف

ب

پاسخ سؤالات ١٩ تا ٢١

١٩ $(0, +\infty)$ $(\circ/٢٥)$

٢٠ منبسط $(\circ/٢٥)$

٢١ فرد $(\circ/٢٥)$

$$(3f - g)(-1) = \underbrace{3f(-1) - g(-1)}_{(\circ/٢٥)} = \underbrace{3 - 0}_{(\circ/٢٥)} = \underbrace{3}_{(\circ/٢٥)}$$

٢٢
الف

$$f \circ g = \underbrace{\{(1, 3)\}}_{(./25)}, \underbrace{\{(2, 5)\}}_{(./25)}$$

۲۳

$$g(f(x)) = g(3x - 1) = \lambda x - 2 + k \quad (./25) \Rightarrow \lambda x - 2 + k = \lambda x + 1 \quad (./25) \Rightarrow k = 12 \quad (./25)$$

۲۴

$$D_f = [3, +\infty) \quad (./25), \quad D_g = \mathbb{R} - \{1\} \quad (./25)$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \geq 3 \mid \sqrt{x-3} \neq 1\} \quad (./25) \Rightarrow D_{g \circ f} = [3, +\infty) - \{5\} \quad (./25)$$

پاسخ سؤالات ۲۵ تا ۲۷

۲۵

نادرست (۰/۲۵)

۲۶

درست (۰/۲۵)

۲۷

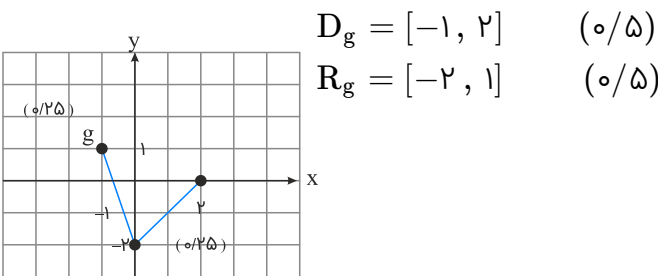
نادرست (۰/۲۵)

۲۸

$$f \circ g = \{(2, 7), (3, 4), (6, -5), (3, -5)\}$$

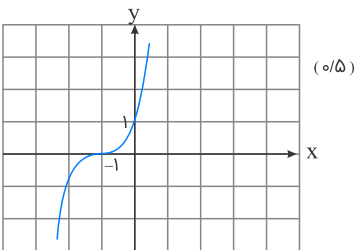
هر زوج مرتب (۰/۲۵)

۲۹



۳۰

اکیداً صعودی (۰/۲۵)



پاسخ سؤالات ۳۱ تا ۳۲

۳۱

درست - (۰/۲۵) نمره

۳۲ نادرست - (۵/۰) نمره

پاسخ سؤالات ۳۳ تا ۳۶

۳۳ $g(x) = x^3$ (۵/۰)

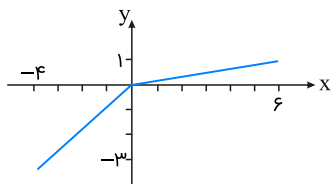
۳۴ -5 (۵/۰)

۳۵ 7 (۵/۰)

۳۶ کرهٔ توخالی - (۵/۰)

$$\overbrace{D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}}^{(۵/۰)} = \overbrace{\{x \in \mathbb{R} \mid 3x - 1 \neq 0\}}^{(۵/۰)} = \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{3} \right\} \quad (۵/۰)$$

$$g^{-1} \circ f^{-1}(5) = g^{-1}(64) = 4 \quad (۵/۰)$$



۳۸
۳۹ رسم درست شکل ۷۵/۰ نمره

پاسخ سؤالات ۴۰ تا ۴۲

۴۰ صعودی

۴۱ کوچکتر

۴۲ ناسازگار

پاسخ سؤالات ۴۳ تا ۴۵

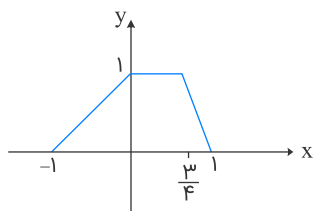
۴۳ درست است.

۴۴ نادرست است.

۴۵ درست است.

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

$$= \{x \geq 4 \mid \sqrt{x-4} \leq \pm 1\} = [4, 5) \cup (5, +\infty)$$



پاسخ سؤالات ۴۸ تا ۵۰

نادرست است.

درست است.

نادرست است.

$$D_f = [1, +\infty) \quad , \quad D_g = \mathbb{R}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\} = \{x \mid x \in \mathbb{R}, 2x^2 - 1 \in [1, +\infty)\} = \{x \mid x \in \mathbb{R}, 2x^2 - 1 \geq 1\}$$

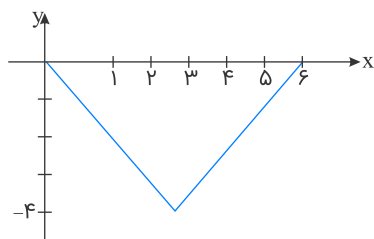
$$\{x \mid x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 1\} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

$$y = \frac{1}{\lambda}x - 3 \Rightarrow \lambda y = x - 24 \Rightarrow x = \lambda y + 24$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \lambda x + 24 \Rightarrow f^{-1}(5) = 64$$

$$y = x^3 \Rightarrow x = \sqrt[3]{y} \Rightarrow g^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$$

$$g^{-1} \circ f^{-1}(5) = g^{-1}(64) = \sqrt[3]{64} = 4$$



پاسخ سؤالات ۵۴ تا ۵۷

$g(x) = x^3$

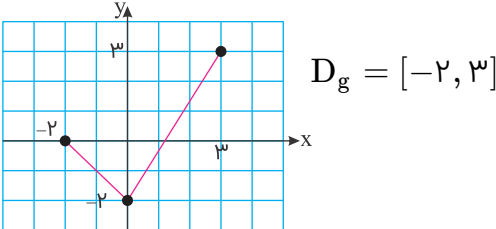
۵۵

محور طول ها ۵۶

$(-۲, +\infty)$

۵۷

۵۸



$x + ۱ \leq ۲x - ۳ \Rightarrow x \geq ۴$

۵۹

پاسخ سؤالات ۶۰ تا ۶۲

نادرست ۶۰

درست ۶۱

نادرست ۶۲

پاسخ سؤالات ۶۳ تا ۶۵

ثابت ۶۳

π ۶۴

سطح مقطع ۶۵

الف ۶۶

$D_{fog} = \{x \in D_g | g(x) \in D_f\} = \{x \in [-۶, +\infty) | \sqrt{x+۶} \in \mathbb{R}\} = [-۶, +\infty)$

$h(x) = x^۲ - ۵ \ ; x \geq ۰$

ب

$$f \circ g(x) = f\left(\frac{x+4}{3}\right) = 3\left(\frac{x+4}{3}\right) - 4 = x$$

$$g \circ f(x) = g(3x - 4) = \left(\frac{3x - 4 + 4}{3}\right) = x$$

پاسخ سؤالات ۶۸ تا ۶۹

۶۸ نادرست

۶۹ درست

پاسخ سؤالات ۷۰ تا ۷۳

۷۰ $\left[\frac{8}{3}, +\infty\right)$

۷۱ $-\infty$

۷۲ ۷

۷۳ ۲

۷۴ $R = [-1, 2]$ و $D = [-2, 1]$

