

((فصل دوّم : مثلثات))

درس ۱ : توابع متناوب

۱	۱ نمره	۲۷	دورهی تناوب و مقادیر ماکریم و می نیمم تابع $y = 2 - 3 \sin 4x$ را به دست آورید.
۲	۵/۰ نمره	۲۸	مقادیر ماکریم و مینیمم تابع $y = 1 - 2 \sin(-\frac{\pi}{3}x)$ را به دست آورید.
۳	۲۵/۰ نمره	۲۹	دورهی تناوب و مقادیر ماکریم و می نیمم تابع $y = 2 \cos(3\pi x) - 1$ را بدست آورید.
۴	۱ نمره	۳۰	دورهی تناوب و مقادیر ماکریم و می نیمم تابع $y = -3 \cos(2\pi x) + 1$ را بدست آورید.
۵	۲۵/۱ نمره	۳۱	دورهی تناوب و مقادیر ماکریم و می نیمم تابع زیر را بدست آورید. (راه حل نوشته شود.) $y = -\pi \sin(\frac{x}{2}) - 2$
۶	۲۵/۰ نمره	۳۲	دورهی تناوب و مقادیر ماکریم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. $y = \sqrt{3} - \cos \frac{\pi}{2}x$
۷	۲۵/۰ نمره	۳۳	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. $y = 3 \sin(2x) - 2$ برابر ۵ است
۸	۱ نمره	۳۴	اگر در یک تابع مثلثاتی دورهی تناوب 4π و مقدار ماکریم ۱ و مقدار می نیمم ۷ باشد، تابع سینوسی آن را بنویسید.
۹	۲۵/۰ نمره	۳۵	دورهی تناوب و مقادیر ماکریم و می نیمم تابع مقابل را به دست آورید. $y = 3 \sin(2x) - 2$

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل دوم درس ریاضی ۳ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی علوم تجربی

۲۵/۱ نمره	شنبه ۹ بهمن	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکریم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. (راه حل نوشته شود.) $y = \pi \sin(-x) + 1$	۱۰
-----------	-------------	---	----

تابع تانژانت

۱ نمره	ی ۷۶	دامنه‌ی تابع $f(x) = \tan(2x)$ را به دست آورید.	۱
۲۵/۰ نمره	ب ۷۸	درستی یا نادرستی عبارت زیر را بنویسید. دوره‌ی تناوب تابع $y = \tan x$ برابر با 2π است. (درست، نادرست)	۲
۲۵/۰ نمره	شنبه ۹ بهمن	درستی یا نادرستی عبارت زیر را بنویسید. دامنه‌ی تابع $f(x) = \tan(x)$ برابر $\{x \mid x \in R, x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}\}$ است.	۳
۲۵/۰ نمره	ی ۷۸	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. دوره‌ی تناوب اصلی تابع $y = \tan x$ برابر است.	۴
۲۵/۰ نمره	ب ۷۹	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. برد تابع $y = \tan x$ برابر است.	۵
۲۵/۰ نمره	ب ۷۹	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. دوره‌ی تناوب اصلی $y = \tan \alpha$ برابر می باشد.	۶
۲۵/۰ نمره	ب ۷۹	در جای خالی عبارات مناسب قرار دهید. تابع تانژانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد است.	۷
۲۵/۰ نمره	شنبه ۹ بهمن	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. برد تابع $f(x) = \tan x$ برابر بازه‌ی $[-1, 1]$ است.	۸

روابط مثلثاتی

۲۵/۰ نمره	شنبه ۹ بهمن	مقدار $\sin(22/5)^\circ$ را به دست آورید.	۱
-----------	-------------	---	---

۵/۰ نمره	جزداد ۹۶ ن	اگر α زاویه‌ی حاده باشد، $\cos 2\alpha = \frac{5}{13}$ را به دست آورید.	۲
۱ نمره	جزداد ۹۶ ن	مقدار $\sin(15^\circ)$ را به دست آورید.	۳
۱ نمره	شنبه‌پنجم ۹۶	مقدار $\sin 15^\circ$ را بباید.	۴

درس ۲ : معادلات مثلثاتی

۱ نمره	۷۷	معادله‌ی مثلثاتی $\sin x - \cos 2x = 0$ را حل کنید.	۱
۵/۲/۱ نمره	جزداد ۹۸	معادله‌ی مثلثاتی $\cos 2x - \sin x = 0$ را حل کرده و جواب‌های کلی آن را بنویسید.	۲
۵/۲/۱ نمره	پنجم ۹۸	معادله‌ی مثلثاتی $2\sin x + \sqrt{2} = \sqrt{8}$ را حل کنید.	۳
۱ نمره	شنبه‌پنجم ۹۸	معادله‌ی مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$ را حل کرده و جواب‌های کلی آن را بنویسید.	۴
۵/۱ نمره	دوی ۹۸	معادله‌ی مثلثاتی $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ را حل کنید.	۵
۱ نمره	جزداد ۹۹	معادله‌ی مثلثاتی $\cos x(2\cos x - 9) = 5$ را حل کنید.	۶
۱ نمره	دوی ۹۹ ن	معادله‌ی مثلثاتی مقابل را حل کنید. $2\sin^3 x - \sqrt{2} = 0$	۷

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل دوم درس ریاضی ۳ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی علوم تجربی

۷۵ نمره	جزداد ۹۵٪	جواب‌های معادله $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ را به دست آورید.	۸
۷۶ نمره	شنبه‌پرورد ۹۶٪	معادله‌ی مثلثاتی $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$ را حل کنید.	۹

پاسخ سوالات موضوعی نهایی

فصل دوّم ریاضی ۳ پایه دوازدهم علوم تجربی

فصل ۲ : مثلثات

درس ۱ : توابع متناوب

$\max(f) = 3 + 2 = 5$ و $\min(f) = - 3 + 2 = -1$ و $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$	۱
$\max(f) = -2 + 1 = 3$ و $\min(f) = - -2 + 1 = -1$	۲
$\max(f) = 2 - 1 = 1$ و $\min(f) = - 2 - 1 = -3$ و $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{3\pi} = \frac{2}{3}$	۳
$\max(f) = -3 + 1 = 4$ و $\min(f) = - -3 + 1 = -2$ و $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$	۴
$\max(f) a + c = \pi - 2 = \pi - 2$ $\min(f) = - a + c = - \pi - 2 = -\pi - 2$ $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{ \frac{1}{2} } = 4\pi$	۵
$\max(y) = a + c = 1 + \sqrt{3}$ $\min(y) = - a + c = -1 + \sqrt{3}$ $T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$	۶
$\min(y) = - a + c = - 3 + (-2) = -5$ درست	۷
$T = \frac{2\pi}{ b } \rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{ b } \rightarrow 4 b = 2 \rightarrow b = \frac{1}{2} \rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$	۸

پاسخ سوالات موضوعی ریاضی ۳ فصل ۲

$$|a| = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{2} = \frac{-1 - (-7)}{2} = \frac{-1 + 7}{2} = 3 \rightarrow a = \pm 3$$

$$c = \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} = \frac{-1 - 7}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

این توابع می توانند، به شکل زیر باشند.

$$y = a \sin bx + c \rightarrow \begin{cases} y = 3 \sin \frac{1}{2}x - 4 \\ y = -3 \sin \frac{1}{2}x - 4 \\ y = 3 \sin(-\frac{1}{2})x - 4 \\ y = -3 \sin(-\frac{1}{2})x - 4 \end{cases}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi \quad \text{دوره تناوب}$$

$$y_{\max} = |a| + c = 3 - 4 = -1 \quad ۹$$

$$y_{\min} = -|a| + c = -3 - 4 = -7 \quad ۱۰$$

$$\max(y) = |a| + c = \pi + 1$$

$$\min(y) = -|a| + c = -\pi + 1$$

$$T = \frac{2\pi}{|-1|} = 2\pi$$

تابع تانژانت

$$2x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

۱

نادرست

۲

درست

۳

π

۴

R

۵

پاسخ سوالات موضوعی ریاضی ۳ فصل ۲

	$T = \pi$	٦
	صعوڈی	٧
	نادرست	٨

روابط مثلثاتی

$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$ $\sin^2(22/5)^\circ = \frac{1}{2}(1 - \cos 45^\circ) = \frac{1}{2}(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}) = \frac{1}{2}(\frac{2 - \sqrt{2}}{2}) = \frac{2 - \sqrt{2}}{4}$ $\rightarrow \sin(22/5)^\circ = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{4}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$	١
$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2(\frac{5}{13})^2 - 1 = \frac{2 \times 25}{169} - 1 = \frac{50 - 169}{169} = -\frac{119}{169}$	٢
$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$ $\sin^2(15)^\circ = \frac{1}{2}(1 - \cos 30^\circ) = \frac{1}{2}(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}) = \frac{1}{2}(\frac{2 - \sqrt{3}}{2}) = \frac{2 - \sqrt{3}}{4}$ $\rightarrow \sin(15)^\circ = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$	٣
رجوع شود به تمرین ٣	٤

درس ٢ : معادلات مثلثاتی

$\sin x - 1 + \sin^2 x = 0 \rightarrow \sin^2 x + \sin x - 1 = 0.$ $\rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \rightarrow 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = (2k + 1)\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$	١
--	---

پاسخ سوالات موضوعی ریاضی ۳ فصل ۲

$$(\lambda - \sqrt{2} \sin^2 x) - \sin x = 0 \rightarrow \sqrt{2} \sin^2 x + \sin x - \lambda = 0 \rightarrow \sin x = -\lambda, \sin x = \frac{\lambda}{\sqrt{2}}$$

$$\sin x = -\lambda \rightarrow x = \pi k + \frac{\pi}{2}$$

$$\sin x = \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{4}} \begin{cases} x = \pi k + \frac{\pi}{4} \\ x = \pi k + \pi - \frac{\pi}{4} = \pi k + \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

$$\sqrt{2} \sin x + \sqrt{2} = \sqrt{\lambda} \rightarrow \sqrt{2} \sin x + \sqrt{2} = \sqrt{2} \sqrt{\lambda} \rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{\lambda}}{\sqrt{2}}$$

$$\xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{4}} \begin{cases} x = \pi k + \frac{\pi}{4} \\ x = \pi k + \pi - \frac{\pi}{4} = \pi k + \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

$$\sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4} \xrightarrow{\times 2} \sqrt{2} \sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{4}} \rightarrow$$

$$\xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{4}} \begin{cases} 2x = \pi k + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \pi k + \frac{\pi}{8} \\ 2x = \pi k + \pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \pi k + \frac{5\pi}{8} \end{cases}$$

$$\cos 2x - \cos x + 1 = 0 \rightarrow \sqrt{2} \cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \rightarrow \sqrt{2} \cos^2 x - \cos x = 0$$

$$\rightarrow \cos x (\sqrt{2} \cos x - 1) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \rightarrow x = \pi k + \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{4}} x = \pi k \pm \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$\sqrt{2} \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$$

پاسخ سوالات موضوعی ریاضی ۳ فصل ۲

$\Delta = (-9)^2 - 4(2)(-5) = 81 + 40 = 121 \rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{9+11}{4} = 5 \\ \cos x = \frac{9-11}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$ <p style="text-align: center;">$\cos x = 5$ غیر ممکن است ولی $\cos x = -\frac{1}{2}$ قابل قبول است. لذا:</p> $\cos x = -\frac{1}{2} \rightarrow \alpha = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$	
$\sin^2 x = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} \rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$	۷
$\cos x = \cos(\frac{\pi}{6}) \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$	۸
$(1 - \sin^2 x) - \sin x = \frac{1}{4} \rightarrow \sin^2 x + \sin x - \frac{3}{4} = 0$	
$\sin^2 x + \sin x - \frac{3}{4} = 0 \rightarrow 4\sin^2 x + 4\sin x - 3 = 0$	
$\Delta = (4)^2 - 4(4)(-3) = 16 + 48 = 64 \rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{-4+8}{8(4)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \\ \sin x = \frac{-4-8}{8(4)} = \frac{-12}{8} = -\frac{3}{2} \end{cases}$	۹
<p style="text-align: right;">برای حالت $\sin x = \frac{1}{2}$ می توان نوشت:</p> $\sin x = \frac{1}{2} \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$ $x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6}$	
<p style="text-align: right;">ولی حالت $\sin x = -\frac{3}{2}$ قابل قبول نیست.</p>	