



ریاضی (۳) رشته‌ی تجربی

زنگ دوم: توابع صعودی و نزولی

توابع صعودی نزولی



تعاریف :

$$x_1 < x_2 \longrightarrow F(x_1) \leq F(x_2)$$

← صعودی

$$x_1 < x_2 \longrightarrow F(x_1) \geq F(x_2)$$

← نزولی

$$x_1 < x_2 \longrightarrow F(x_1) < F(x_2)$$

← صعودی اکید

$$x_1 < x_2 \longrightarrow F(x_1) > F(x_2)$$

← نزولی اکید



تذکر : 

۱ هر تابع اکیدا صعودی ، خود یک تابع صعودی است .

۲ هر تابع اکیدا نزولی ، خود یک تابع نزولی است .

۳ تابع F را در یک بازه ، ثابت گوئیم ، هرگاه به ازای تمام مقادیر X در این بازه ، $F(x)$ یک مقدار ثابت باشد ، تابع **ثابت** را ، تابعی هم **صعودی و هم نزولی** در نظر می گیریم .



نکته : مجموع دو تابع اکیدا صعودی ، تابعی اکیدا صعودی می باشد .

توابع خاص و مهمی که صعودی اند عبارتند از :

$$y = x^{2n+1} \quad ①$$

$$\left[-\frac{b}{2a}, +\infty \right) \leftarrow \text{تابع درجه دوم در بازه ای بعد از راس سهمی} \quad ②$$

$$\text{توابع } y = a^x \text{ و } y = \log_a x \text{ به ازای } a > 1 \quad ③$$



اگر تابع $y = F(x)$ اکیدا صعودی باشد ، کدام تابع زیر هم اکیدا صعودی ست ؟

$$x F(x) \quad (۲)$$

$$|x| + F(x) \quad (۱)$$

$$|x| F(x) \quad (۴)$$

$$x + F(x) \quad (۳)$$

تحلیل سوال :

با توجه به نکته ی قبل ، جمع دو تابع صعودی اکید ، تابعی است صعودی اکید .

با توجه به اینکه $y = x$ و نیز بخشی از تابع کلی $y = x^{2n+1}$ می باشد و خود تابع

$y = F(x)$ نیز تابعی صعودی اکید است . ← گزینه ۳ صحیح است .

 **تذکر :** در مورد حاصل ضرب دو تابع صعودی نمی توان اظهار نظر کرد



در این مبحث چند تیپ سوال داریم :

تیپ اول :

این نوع تیپ سوالات ، در صورت سوال از ما میپرسد که کدام تابع صعودی (اکید) یا نزولی (اکید) است و در هر گزینه یا یک نمودار به ما می‌دهد یا یک ضابطه ی تابع.

راه حل : باید بدانیم چه زمان این توابع این ویژگی ها را دارند .

صعودی ← هرگاه رو به پایین حرکت نکنیم.

نزولی ← هرگاه رو به بالا حرکت نکنیم.

صعودی اکید ← هرگاه همواره رو به بالا حرکت کنیم .

نزولی اکید ← هرگاه همواره رو به پایین حرکت کنیم .



اگر تابع $F = \{(2, 2m + 3), (1, 6), (3, -4)\}$ یک تابع نزولی اکید باشد انگاه در محدوده ی m چند عدد صحیح وجود دارد ؟

۴ (۲)

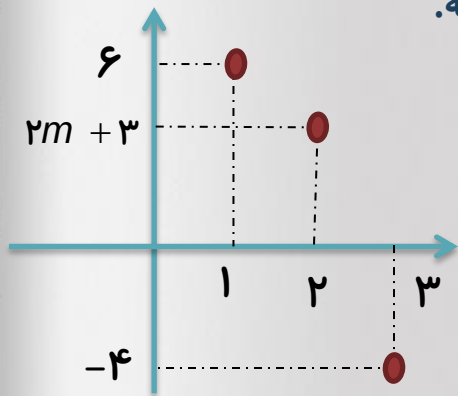
۳ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

تحلیل سوال :

در این سوالات ، کشیدن نمودار می تونه خیلی بهمون کمک کنه.



برای این که تابع اکیدا نزولی باشه ، با حرکت بر روی نمودار از چپ به راست ، باید همواره به سمت پایین حرکت کنیم . مقدار تابع در نقطه ی ۲ یعنی $2m + 3$ باید بین دو عدد ۶ و -۴ قرار گیرد .

$$-4 < 2m + 3 < 6 \longrightarrow -3/5 < m < 1/5$$

پس ۵ عدد صحیح در محدوده وجود دارد. ← گزینه ۳ صحیح است .



تیپ دوم :

این نوع تیپ سوالات ، در صورت سوال ضابطه ی یک تابع را به صورت پارامتری به ما می دهد و یکی از چهار ویژگی را هم برای ان بیان می کند . بعد مقدار تابع را از ما می خواهد .

راه حل : اکثرا در این تیپ ضابطه های توابع خاص به ما داده می شود و ما باید نکات خاص ان ها را بدانیم .

مثال : توابع خطی به شکل $F(x) = ax + b$ اگر $a > 0$ باشد اکیدا صعودی و اگر $a < 0$ باشد اکیدا نزولی اند .



در تابع خطی نزولی $F(x) = ax + b$ اگر $F(ax + b) = 4x + 1$ باشد $F(1)$ کدام است؟

$$2(1)$$

$$-2(3)$$

$$0(2)$$

$$-3(4)$$

تحليل سوال :

تابع خطی نزولی است ← پس $a < 0$

تابع $F(ax + b)$ تشکیل می دهیم . ←

$$F(ax + b) = a(ax + b) + b = a^2x + ab + b$$

$$F(ax + b) = 4x + 1$$

متحد قرار دادن ←
خب الان پس باید این معادله را حل کنیم

$$a^2 = 4 \xrightarrow{a < 0} a = -2$$

$$ab + b = 1 \xrightarrow{a = -2} -2b + b = 1 \rightarrow b = -1$$

$$F(x) = -2x - 1 \rightarrow F(1) = -3$$

گزینه ۴ صحیح است .



تیپ سوم : در این تیپ به ما ضابطه ی یک تابع و دامنه را می دهند و برد اون رو از ما می خواهند.

راه حل : در این تست ها باید ابتدا تشخیص بدیم که این تابع صعودی یا نزولی یا اکیدا صعودی یا اکیدا نزولی است یا نه . بعد از اون به سراغ نکته ی صفحه بعد می ریم .

نکته :

اگر تابع صعودی یا صعودی اکید باشد $\leftarrow$ اگر دامنه $[m, n]$ باشد برد تابع ما $[F(m), F(n)]$ می شود .

اگر تابع نزولی یا نزولی اکید باشد $\leftarrow$ اگر دامنه $[m, n]$ باشد برد تابع ما $[F(n), F(m)]$ می شود .