



تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع:	رشته: علوم تجربی	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
مدت امتحان: ۱۲۰	نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد)	نمره
------	---	------

۱	در جاهای خالی گزینه مناسب داخل پرانتز را انتخاب کنید. الف) تابع $y = (x+1)^3$ در دامنه‌ی تعریف خود (صعودی، نزولی) است. ب) هرچه خروج از مرکزیضی (کوچکتر، بزرگتر) شود شکل بیضی به دایره نزدیکتر خواهد شد. پ) دو پیشامدی که با هم رخ ندهند، دو پیشامد (مستقل، ناسازگار) هستند.	۰/۷۵
۲	درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید. الف) دوتابع $f(x) = \frac{-7}{2}x - 3$ و $g(x) = \frac{2x+6}{7}$ وارون یکدیگرند. (درست ، نادرست) ب) دوره‌ی تناوب تابع $y = \tan x$ برابر 2π است. (درست ، نادرست) پ) شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم الزاویه حول یکی از اضلاع قائمه به صورت مخروط توپر می‌باشد. (درست ، نادرست)	۰/۷۵
۳	دوتابع $f(x) = \sqrt{x-4}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$ را در نظر بگیرید. دامنه‌ی تابع gof را با استفاده از تعریف به دست آورید.	۱
۴	بالاستفاده از نمودار تابع $y = f(4x)$ ، نمودار $y = f(x)$ را رسم کنید.	۰/۵
۵	الف) مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 1 - 2 \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right)$ را به دست آورید. ب) معادله‌ی مثلثاتی $\cos 2\alpha - \sin \alpha + 1 = 0$ را حل کرده، جواب‌های کلی آن را بنویسید.	۰/۵ ۱/۲۵
۶	الف) حد توابع زیر را در صورت وجود بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\lfloor x \rfloor}{\sin x} =$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{(x-1)(x+2)} =$ ب) با استفاده از نمودار تابع $y = f(x)$ ، حدهای خواسته شده را بنویسید.	۱/۵ ۰/۵

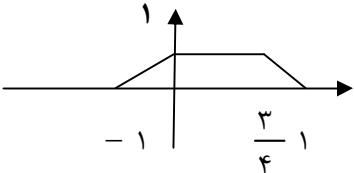
ادامه سوالات در صفحه بعد

با اسمه تعالی

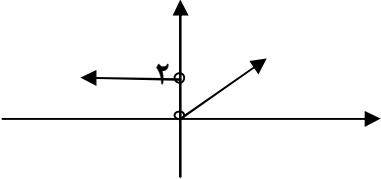
تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع:	رشته: علوم تجربی	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
مدت امتحان: ۱۲۰	نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد)	نمره
۷	مشتق قابع $-x^3$ را با استفاده از تعریف مشتق در نقطه ای به طول $-1 = x$ به دست آورید.	۱
۸	تابع $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x < 0 \\ x^2 - 1 & x \geq 0 \end{cases}$ را در نظر بگیرید: الف) نشان دهید (f') وجود ندارد. ب) ضابطهی تابع مشتق را بنویسید. ج) نمودار تابع f' رارسم کنید.	۱/۵
۹	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $f(x) = (x^4 - 3x)^5$ $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{1-x}$ (الف)	۱/۵
۱۰	معادلهی حرکت متحرکی به صورت $t^2 - 2t^2$, بر حسب متر داده شده است. در چه زمانی سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی $[4, 4]$ با هم برابرند.	۱
۱۱	اگر تابع $f(x) = ax^2 + bx$ در $x = 1$ دارای ماکزیمم نسبی برابر ۷ باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.	۱
۱۲	اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 1$ را در بازه‌ی $[-1, 3]$ به دست آورید.	۱/۲۵
۱۳	ورق فلزی مربع شکل به طول ضلع یک متر را در نظر بگیرید. می خواهیم از چهار گوشه‌ی آن مربع های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آن‌ها را کنار بگذاریم. سپس لبه جعبه را به اندازه x بر می گردانیم تا یک جعبه در باز ساخته شود. مقدار x چقدر باشد تا حجم جعبه حداقل مقدار ممکن گردد.	۱/۲۵
۱۴	وضعیت دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ و $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۲
۱۵	در یک بیضی افقی طول قطر بزرگ ۸ و طول قطر کوچک ۶ واحد است. فاصله‌ی کانونی بیضی را به دست آورید.	۱
۱۶	سه ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره‌ی سبز و ۴ مهره‌ی آبی است. ظرف دوم شامل ۷ مهره‌ی سبز و ۳ مهره‌ی آبی است. ظرف سوم شامل ۶ مهره‌ی سبز و ۴ مهره‌ی قرمز است. با چشم بسته یکی از ظرفها را انتخاب و یک مهره از آن بیرون می آوریم. با چه احتمالی این مهره آبی است؟	۱/۷۵
	موفق و سر بلند باشید	جمع نمره ۲۰

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۴	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان	ساعت شروع:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) صعودی صفحات: ۷ و ۱۳۱ و ۱۴۴ پ) ناسازگار صفحات: ۰/۲۵ و ۰/۲۵ ب) کوچکتر صفحات: ۰/۲۵ و ۰/۲۵ ب) نادرست صفحات: ۰/۲۵ و ۰/۲۵	۰/۷۵
۲	الف) درست صفحات: ۲۹ و ۳۹ و ۱۲۳	۰/۷۵
۳	صفحه: ۱۴ $D_{gof} = \{x \in D_f f(x) \in D_g\} = \{x \geq 4 \sqrt{x-4} \neq \pm 1\} = [4, 5] \cup (5, +\infty)$	۱
۴	صفحات: ۱۸ و ۲۱ 	۰/۵
۵	صفحات: ۴۰ و ۴۸ الف) $\max_{0/25} = -2 + 1 = 3$, $\min_{0/25} = - -2 + 1 = -1$ (ب)	۰/۵
۶	صفحات: ۵۳ و ۵۷ و ۶۴ الف) $\begin{aligned} 1 - 2 \sin^2 \alpha - \sin \alpha + 1 &= 1 \rightarrow 2 \sin^2 \alpha + \sin \alpha - 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = -1 \\ \sin \alpha = \frac{1}{2} \end{cases} \\ \rightarrow \begin{cases} \alpha = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, \alpha = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} & k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x}{(x+2)(x-1)(x+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x(x-1)}{(x+2)(x-1)(x+\sqrt{x})} = +\frac{1}{6}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - x}{(x+2)(x-1)(x+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x(x-1)}{(x+2)(x-1)(x+\sqrt{x})} = +\infty$	۱/۲۵
۷	صفحات: ۱۸ و ۲۱ و ۲۴ الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x}{(x+2)(x-1)(x+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x(x-1)}{(x+2)(x-1)(x+\sqrt{x})} = +\frac{1}{6}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - x}{(x+2)(x-1)(x+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x(x-1)}{(x+2)(x-1)(x+\sqrt{x})} = +\infty$	۰/۷۵
۸	صفحات: ۱۸ و ۲۱ و ۲۴ الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x}{(x+2)(x-1)(x+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x(x-1)}{(x+2)(x-1)(x+\sqrt{x})} = +\frac{1}{6}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - x}{(x+2)(x-1)(x+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x(x-1)}{(x+2)(x-1)(x+\sqrt{x})} = +\infty$	۰/۵

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۴	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان	ساعت شروع:		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2 + 3}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{x + 1} = \frac{3}{0/25}$ <p style="text-align: right;">صفحه: ۷۶</p>	۱
۸	<p>الف) در $x = 0$ گوشه ای و مشتق ناپذیر است. (در صورتی که با مقدار مشتق چپ و راست بررسی کند نمره تعلق می گیرد)</p> <p>۰/۵</p> <p>۰/۵</p> $f'(x) = \begin{cases} 2 & x < 0 \\ 2x & x > 0 \end{cases} \quad (\text{ب})$ <p>۰/۵</p>  <p>۰/۵</p> <p>صفحه: ۹۰</p>	۰/۵
۹	<p>الف) $f'(x) = \frac{5}{0/25} \frac{(x^4 - 3x)^4}{0/25} (4x^3 - 3)$</p> <p>۰/۷۵</p> <p>(ب) $g'(x) = \frac{\frac{1}{0/25}(\frac{1}{\sqrt{x}})(-x) - (-1)\sqrt{x}}{\frac{(1-x)^2}{0/25}}$</p> <p>صفحات: ۹۲ و ۸۸</p>	۰/۷۵
۱۰	<p>آهنگ متوسط $= \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \underbrace{\frac{28 - 1}{4}}_{0/25} = \underbrace{7}_{0/25}, f'(t) = 4t - 1 \rightarrow 4t - 1 = 7 \rightarrow t = 2$</p> <p>صفحه: ۱۰۰</p>	۱

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۴	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان	ساعت شروع:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۱	$f'(x) = 2ax + b \rightarrow \underbrace{2a + b}_{0/25} \rightarrow b = -2a$ $f(1) = 7 \rightarrow \underbrace{a + b}_{0/25} \rightarrow \underbrace{a = -7, b = 14}_{0/5}$	۱
۱۲	$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 \rightarrow f'(x) = x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -2 \notin [-1, 3] \\ x = 1 \end{cases}$ $\overbrace{}$ $f(1) = -7, f(-1) = 13, f(3) = 45$ (۰/۲۵) مینیمم مطلق و نقطه (۴۵, ۳) ماکزیمم مطلق (هر قسمت ۰/۲۵) صفحه: ۱۱۲	۱/۲۵
۱۳	$v(x) = (\underbrace{1 - 2x}_0)^2 \times x = x - 4x^2 + 4x^3$ $v'(x) = 1 - 4x + 12x^2 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}, x = \frac{1}{6}$ $\overbrace{\phantom{v(x) = (\underbrace{1 - 2x}_0)^2 \times x = x - 4x^2 + 4x^3 \quad v'(x) = 1 - 4x + 12x^2 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}, x = \frac{1}{6}}}$ $X = \frac{1}{6}$ قابل قبول است. صفحه: ۱۱۵	۱/۲۵
۱۴	دو دایره متخال هستند. $o_1 = \underbrace{(-1, 2)}_{0/25}, r_1 = 1, o_2 = \begin{cases} -\frac{a}{2} = 1 \\ -\frac{b}{2} = -2 \end{cases}, r_2 = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = 2$ $\overbrace{\phantom{o_1 = \underbrace{(-1, 2)}_{0/25}, r_1 = 1, o_2 = \begin{cases} -\frac{a}{2} = 1 \\ -\frac{b}{2} = -2 \end{cases}, r_2 = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = 2}}$ $d = \sqrt{(-1 - 1)^2 + (2 + 2)^2} = \sqrt{20} \rightarrow \sqrt{20} \times 1 + 2 = 3$ صفحه: ۱۴۱	۲

باسم‌هه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۴	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان	ساعت شروع:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	$2a = 8 \rightarrow a = \frac{8}{2} = 4$ $2b = 6 \rightarrow b = \frac{6}{2} = 3$ $c^2 = a^2 - b^2 \rightarrow c^2 = 16 - 9 = 7 \rightarrow c = \sqrt{\frac{7}{2}}$ $2c = \sqrt{14}$	۱
۱۶	$p(A) = \frac{1}{3} \times \frac{4}{9} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{1} + \frac{1}{3} \times 0 = \frac{67}{270}$	۱/۷۵
	صفحه: ۱۴۷	
۲۰	" درنهایت، نظر همکاران محترم صائب است"	جمع بارم