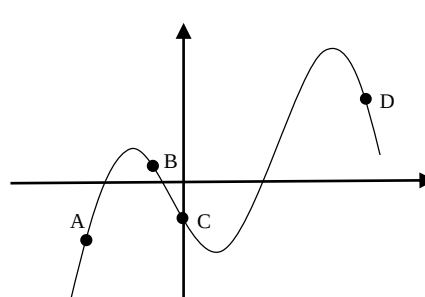


سؤالات درس : ریاضی ۳	رشته : علوم تجربی	ساعت شروع :	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه : ۳

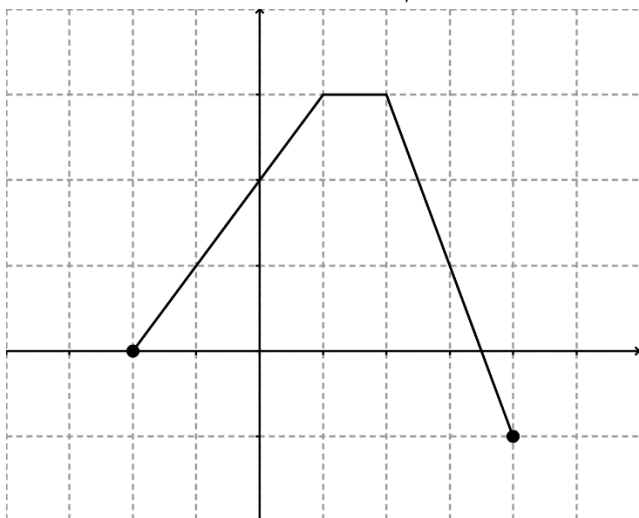
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (الف) تابع تانژانت در بازه $(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$ اکیداً صعودی است. (ب) آهنگ تغییر متوسط تابعی مانند f در بازه $[0, 1]$ همیشه کمتر از شیب آن منحنی در نقطه صفر است. (پ) چندجمله‌ای $f(x) = 3x^2 - x - 10$ بر دوجمله‌ای $x - 2$ بخش پذیر است.	۰/۷۵
۲	جاهای خالی زیر را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. (الف) شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم‌الزاویه حول وتر آن می شود. (ب) حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{3}{x^2} + 4}{2 - \frac{3}{x^2}}$ برابر با است. (پ) اگر $f = \{(5, 2), (8, 3), (1, 4), (3, 6)\}$ و $g(x) = \sqrt{5x+9}$ دو تابع باشند، مقدار $(g \circ f^{-1})(3)$ برابر می شود. (ت) اگر $f'(4) = -2$ و $g'(4) = 3$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $(f + 2g)'(4)$ برابر است.	۱
۳	به سؤالات چهار گزینه‌ای زیر پاسخ دهید. (الف) نمودار تابع f در شکل زیر داده شده است. در کدام نقطه از نقاط زیر مقدار تابع و مقدار مشتق، هم‌علامت هستند؟  (۱) A (۲) B (۳) C (۴) D (ب) احتمال انتقال نوعی بیماری ارثی از والدین به فرزند پسر ۱۰ درصد و به فرزند دختر ۶ درصد است. با کدام احتمال فرزندی که به دنیا می‌آید این نوع بیماری را ندارد؟ (۱) ۰/۹۱ (۲) ۰/۹۲ (۳) ۰/۹۳ (۴) ۰/۹۴	۱
۴	اگر $f(x) = 3x - 1$ و $g(x) = \sqrt{x - 2}$ باشند، دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف بدست آورید.	۱

« ادامه سؤالات در صفحه دوم »

سؤالات درس : ریاضی ۳	رشته : علوم تجربی	ساعت شروع :	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه : ۳

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

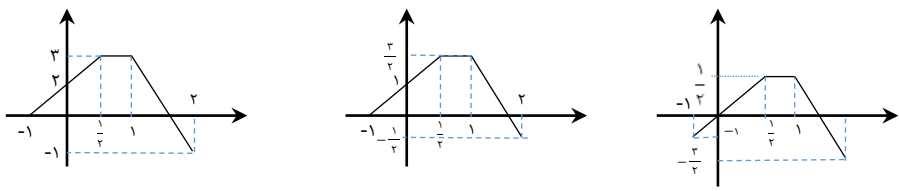
۵	با استفاده از نمودار تابع $f(x)$ که در شکل زیر رسم شده است ، نمودار تابع $y = \frac{1}{3}f(2x) - 1$ را رسم کنید . 	۰/۷۵
۶	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = \sqrt{5} - \cos \frac{\pi}{4} x$ را بدست آورید.	۰/۷۵
۷	معادله مثلثاتی $\cos 2x + 3 \cos x = -1$ را حل کنید و جوابهای کلی آن را بیابید.	۱
۸	حاصل حدهای زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{3x - 5} - 2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{[x]}{ 2x + 1 }$	۱/۵
۹	اگر $f(x) = x^2 - 9 $ باشد، به کمک تعریف مشتق، معادله نیم مماسهای راست و چپ را در نقطه $x = 3$ بنویسید.	۱/۵
۱۰	مشتق توابع زیر را بیابید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $f(x) = (x^2 + 1)(\sqrt{4x^2 + 3})$ ب) $g(x) = 3 \left(\frac{x-1}{5x^2-6} \right)^5$	۱/۷۵
۱۱	تابع $f(x) = \sqrt{x+4} + 30$ قد متوسط کودکان را بر حسب سانتیمتر تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می‌دهد که در آن x مدت زمان پس از تولد بر حسب ماه است، آهنگ متوسط رشد در بازه زمانی $[0, 45]$ چقدر است؟	۰/۷۵

« ادامه سؤالات در صفحه سوم »

سؤالات درس : ریاضی ۳	رشته : علوم تجربی	ساعت شروع :	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه : ۳

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱۲	الف) ضرایب a, b را در تابع $f(x) = x^2 - x^2 + ax + b$ طوری بیابید که در نقطه $(-3, 1)$ ماکزیمم نسبی داشته باشد. ب) مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 15x$ را در بازه $[-4, 3]$ بیابید.	۲
۱۳	می‌خواهیم یک قوطی استوانه‌ای فلزی در بسته بسازیم که گنجایش آن دقیقاً 16π مترمکعب باشد. ابعاد قوطی را طوری پیدا کنید که هزینه فلز استفاده شده در آن مینیمم شود.	۱/۵
۱۴	اگر $F(-1, 1)$ و $F'(-3, 1)$ دو کانون بیضی با خروج از مرکز $\frac{\sqrt{3}}{3}$ باشند، طول قطرهای کوچک و بزرگ بیضی را بیابید.	۱
۱۵	وضعیت خط $y = 2x - 5$ را نسبت به دایره $(x-1)^2 + y^2 = 5$ مشخص کنید.	۱
۱۶	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $(-1, -1)$ باشد و با دایره $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 3$ مماس درون باشد.	۱/۲۵
۱۷	دو کیسه یکسان داریم، کیسه اول شامل ۴ مهره سفید و ۶ مهره سیاه است و کیسه دوم شامل ۵ مهره سفید و ۷ مهره سیاه است از کیسه اول به تصادف یک مهره انتخاب کرده و در کیسه دوم قرار می‌دهیم سپس یک کیسه از کیسه دوم انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره سفید است؟	۱/۵
۲۰	جمع نمره	« موفق باشید. »

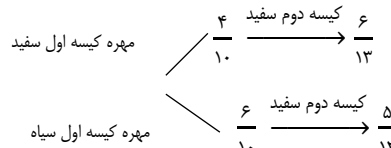
راهنمای تصحیح سؤالات درس: ریاضی ۳		رشته: علوم تجربی	ساعت شروع:
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۳
ردیف	راهنمای تصحیح		
نمره			

۱	الف) درست صفحه ۳۹ ب) نادرست صفحه ۱۰۰ پ) درست صفحه ۵۷ (هر مورد ۰/۲۵)	۰/۷۵
۲	الف) دو مخروط با قاعده مشترک صفحه ۱۲۵ ب) ۲ صفحه ۶۴ پ) ۷ صفحه ۲۹ ت) ۴ صفحه ۹۲ (هر مورد ۰/۲۵)	۱
۳	الف) گزینه ۳ صفحه ۷۶ ب) گزینه ۲ صفحه ۱۴۶ (هر مورد ۰/۵)	۱
۴	صفحه ۱۴ الف) $D_f = \mathbb{R}$, $D_g = [2, +\infty)$ (۰/۲۵) $D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 3x - 1 \geq 2\} = [1, +\infty)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱
۵	صفحه ۲۳ (در صورتی که فقط نمودار اصلی به صورت صحیح رسم شده است نمره کامل منظور گردد).  $y = f(2x)$ $y = \frac{1}{2}f(2x)$ $y = \frac{1}{2}f(2x) - 1$ (۰/۷۵)	۰/۷۵
۶	صفحه ۴۰ $y_{max} = a + c = 1 + \sqrt{5}$ (۰/۲۵) $y_{min} = - a + c = -1 + \sqrt{5}$ (۰/۲۵) $T = \frac{7\pi}{ b } = \frac{7\pi}{\frac{\pi}{7}} = 49$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۷	صفحه ۴۸ $2\cos^2 x - 1 + 3\cos x = -1$ (۰/۲۵) $\rightarrow \cos x (2\cos x + 3) = 0$ (۰/۲۵) $\rightarrow \cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۰/۲۵) $\cos x = -\frac{3}{2}$ غیر ممکن (۰/۲۵)	۱
۸	الف) صفحه ۵۳ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{\sqrt{3x-5}-2} \times \frac{\sqrt{3x-5}+2}{\sqrt{3x-5}+2}$ (۰/۲۵) $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{3x-5}+2)}{3x-5-4}$ (۰/۲۵) $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{3x-5}+2)}{3(x-3)}$ (۰/۲۵) $= 2(\sqrt{9-5}+2) = 8$ (۰/۲۵) ب) صفحه ۵۷ $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{[x]}{ 2x+1 } = \frac{-1}{.5} = -\infty$ (۰/۵)	۱/۵
«ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دوم»		

راهنمای تصحیح سؤالات درس: ریاضی ۳		رشته: علوم تجربی	ساعت شروع:
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۳
ردیف	راهنمای تصحیح		
نمره			

۱/۵	صفحه ۷۹ $m_1 = f'_+(3) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)} = 6 \quad (0/5)$ $m_2 = f'_-(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-(x^2 - 9)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-(x-3)(x+3)}{(x-3)} = -6 \quad (0/5)$ $y = -6x + 18 \quad ; \quad x \leq 3 \quad (0/25)$ $y = 6x - 18 \quad ; \quad x \geq 3 \quad (0/25)$	۹
۱/۷۵	صفحه ۸۸ الف) $f'(x) = 3x^2(\sqrt{4x^2 + 3}) + \frac{8x}{2\sqrt{4x^2 + 3}}(x^2 + 1) \quad (0/75)$ ب) $g'(x) = 21 \left(\frac{x-1}{5x^2-6} \right)^6 \times \frac{(5x^2-6) - (10x)(x-1)}{(5x^2-6)^2} \quad (1)$	۱۰
۰/۷۵	صفحه ۹۶ $(0/5) \quad \frac{f(45) - f(0)}{45 - 0} = \frac{37 - 32}{45 - 0} = \frac{5}{9} \quad (0/25)$	۱۱
۲	الف) صفحه ۱۱۲ $f'(x) = 3x^2 - 2x + a$ $f'(1) = 0 \quad (0/25) \rightarrow 3 - 2 + a = 0 \rightarrow a = -1 \quad (0/25)$ $f(1) = -3 \quad (0/25) \rightarrow 1 - 1 - 1 + b = -3 \rightarrow b = -2 \quad (0/25)$ ب) صفحه ۱۱۲ $f'(x) = x^2 - 2x - 15 = 0 \rightarrow (x+3)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{matrix} x = -3 \\ x = 5 \end{matrix} \quad (0/25)$ نقطه ۵ خارج دامنه است پس فقط ۳- با ابتدا و انتهای دامنه بررسی می شوند. $(0/25)$	۱۲
۱/۵	صفحه ۱۱۸ $V = \pi r^2 h \rightarrow 16\pi = \pi r^2 h \rightarrow h = \frac{16}{r^2} \quad (0/25)$ $S = 2\pi r^2 + 2\pi r h \quad (0/25) = 2\pi r^2 + 2\pi r \times \frac{16}{r^2} = 2\pi r^2 + \frac{32\pi}{r} \quad (0/25)$ $S' = 4\pi r - \frac{32\pi}{r^2} = 0 \quad (0/25) \quad 4\pi r = \frac{32\pi}{r^2} \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2 \quad (0/25)$ $h = \frac{16}{4} = 4 \quad (0/25)$	۱۳

« ادامه راهنمای تصحیح در صفحه سوم »

راهنمای تصحیح سؤالات درس: ریاضی ۳		رشته: علوم تجربی	ساعت شروع:
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۳
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۱۴	صفحه ۱۳۲ $FF' = 2c = -3 + 1 = 2 \rightarrow c = 1 \quad (0/25)$ $e = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{a} \rightarrow a = \sqrt{2} \rightarrow AA' = 2\sqrt{2} \quad (0/25)$ $b^2 = a^2 - c^2 = (\sqrt{2})^2 - 1^2 = 1 \quad (0/25) \rightarrow b = \sqrt{1} \rightarrow BB' = 2\sqrt{2} \quad (0/25)$	۱	
۱۵	صفحه ۱۳۸ $2x - y - 5 = 0 \rightarrow d = \frac{ 2 \times 1 - 0 - 5 }{\sqrt{4+1}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \quad (0/5)$ پس خط دایره را قطع می کند $(0/5)$ $d = \frac{3}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5} < r = \sqrt{5} \quad (0/5)$	۱	
۱۶	صفحه ۱۴۲ $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0 \rightarrow O(2,3) \quad (0/25), r = \frac{1}{2}\sqrt{16 + 36 + 12} = 4 \quad (0/25)$ $OO' = \sqrt{9 + 16} = 5 \quad (0/25)$ $OO' = r - r' \rightarrow 4 - r' = 5 \rightarrow r' = 9 \quad (0/25) \rightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 = 81 \quad (0/25)$	۱/۲۵	
۱۷	صفحه ۱۴۸  $P(A) = \frac{4}{10} \times \frac{6}{13} + \frac{6}{10} \times \frac{5}{13} = \frac{27}{65}$ $(0/5) \quad (0/25) \quad (0/5) \quad (0/25)$	۱/۵	
۲۰	جمع نمره	« همکار محترم خدا قوت »	

مصحح گرامی به سایر پاسخهای صحیح دیگر نیز نمره تعلق می گیرد.