

۳۰ دقیقه

ریاضی

صفحه ۷۸ تا صفحه ۹۱

محل انجام محاسبات

دانش آموزان عزیز، لطفاً از بین سؤالات ریاضی عادی و موازی، فقط به یک سری از آنها پاسخ دهید.

سؤالهای ریاضی عادی

۱- اگر $\vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ و $\vec{B} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ باشد، $2\vec{A} + 3\vec{B}$ کدام است؟ (نگاه به گذشته)

(۲) $13\vec{i} + 21\vec{j}$

(۱) $13\vec{j} + 21\vec{i}$

(۴) $14\vec{i} + 1\vec{j}$

(۳) $12\vec{i} + 14\vec{j}$

۲- در معادله زیر $x + y$ کدام است؟ (نگاه به گذشته)

$$x\vec{i} + 2\vec{j} + \begin{bmatrix} 3 \\ 15 \end{bmatrix} = -6\vec{i} + y\vec{j}$$

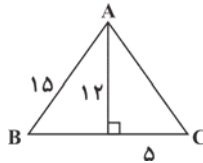
(۲) ۷

(۱) ۲۲

(۴) ۶

(۳) ۸

۳- محیط مثلث رسم شده ABC چند واحد است؟



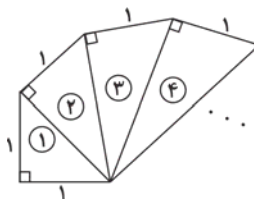
(۱) ۲۹

(۲) ۳۳

(۳) ۳۲

(۴) ۴۲

۴- در شکل زیر، طول وتر مثلث دوازدهم چند برابر طول وتر مثلث سوم است؟ (اعداد داخل دایره شماره‌ی مثلث را نشان می‌دهد.)



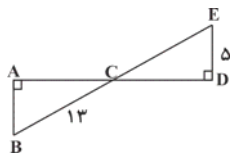
(۱) $\sqrt{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{13}}{2}$

(۳) ۴

(۴) $\frac{\sqrt{13}}{4}$

۵- در شکل زیر، اگر دو مثلث ABC و CDE هم‌نهشت باشند، اندازه‌ی AD کدام است؟



(۱) ۱۰

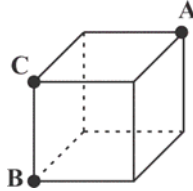
(۲) ۲۶

(۳) ۱۲

(۴) ۲۴

محل انجام محاسبات

۶- مورچه‌ای درون یک اتاق مکعبی شکل به طول یال واحد، حرکت می‌کند. او از یک کنج اتاق شروع به حرکت می‌کند و تا کنج دیگری که در هیچ وجهی با کنج اول مشترک نیست، از روی سقف و دیوارها می‌رود. اگر او کوتاه‌ترین مسیر را پیموده باشد، چه مسافتی را طی کرده است؟ (مورچه فقط از یال‌ها و یا قطر وجه‌ها عبور می‌کند).



$$\sqrt{2} \quad (1)$$

$$1 + \sqrt{2} \quad (2)$$

$$\sqrt{8} \quad (3)$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{2} \quad (4)$$

۷- در مثلث قائم‌الزاویه‌ی AOB ($\hat{O} = 90^\circ$) نقطه‌ی C روی ضلع OB چنان انتخاب شده است

که $OC = \frac{3}{4} \times OA$ و $CB = CA$ است. اگر $OA = 4$ باشد، طول ضلع AB چند واحد است؟

$$\sqrt{70} \quad (4)$$

$$\sqrt{80} \quad (3)$$

$$9 \quad (2)$$

$$8 \quad (1)$$

۸- محیط مثلث قائم‌الزاویه‌ای به رأس O (مبدأ مختصات) و دو رأس

دیگر $A = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix}$ کدام است؟

$$7 + \sqrt{7} \quad (4)$$

$$7 + \sqrt{5} \quad (3)$$

$$9 \quad (2)$$

$$12 \quad (1)$$

۹- اگر a و b دو عدد طبیعی باشند و $a > b$ و $a^2 + b^2$ طول وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای باشد که یک ضلع

آن $a^2 - b^2$ است، مربع طول ضلع دیگر کدام است؟

$$2a^2b^2 \quad (4)$$

$$a + b \quad (3)$$

$$2ab \quad (2)$$

$$4a^2b^2 \quad (1)$$

۱۰- کدام یک از اعداد زیر، هرگز طول وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای با اضلاع قائمه به طول دو عدد طبیعی نیست؟

$$\sqrt{12} \quad (2)$$

$$\sqrt{10} \quad (1)$$

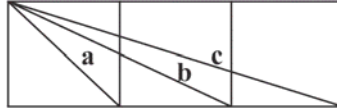
$$\sqrt{50} \quad (4)$$

$$\sqrt{29} \quad (3)$$

محل انجام محاسبات

۱۱- شکل زیر، از سه مربع به ضلع واحد تشکیل شده است. حاصل $a+b+c$ کدام است؟ $b:a$ و c طول

قطرها است.



(۱) $\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{10}$

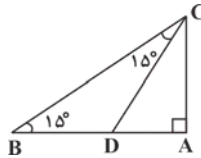
(۲) $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}$

(۳) $\sqrt{3} + \sqrt{4} + \sqrt{10}$

(۴) $1 + \sqrt{5} + \sqrt{10}$

۱۲- در شکل زیر، $BD = 14$ است. اندازه AD کدام است؟ (می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه ضلع

روبروی زاویه 30° نصف وتر است.)



(۱) ۱۰

(۲) $\sqrt{147}$

(۳) $\sqrt{98}$

(۴) ۷

۱۳- اگر $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ باشد، از رابطه‌ی زیر، بردار \vec{x} کدام است؟

$$2\vec{x} - \vec{j} = 2\vec{a} - \vec{b}$$

(۱) $\begin{bmatrix} -5 \\ 7 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -5 \\ +7 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ -7 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} +5 \\ -7 \end{bmatrix}$

۱۴- با توجه به این که $20\vec{i} - 38\vec{j} = 4\begin{bmatrix} 9 \\ a \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} b \\ 3 \end{bmatrix}$ است، $a+b$ کدام است؟

(۱) ۸

(۲) -۱۶

(۴) صفر

(۳) ۱۶

۱۵- با توجه به عبارت زیر مختصات بردار \vec{x} کدام است؟

$$-8\vec{i} + 10\vec{j} - \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \end{bmatrix} + \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 16 \\ -12 \end{bmatrix} = \vec{x}$$

(۲) $-\vec{i} + \vec{j}$

(۱) $\vec{i} + \vec{j}$

(۴) \vec{j}

(۳) \vec{i}

محل انجام محاسبات

۱۶- اگر $\vec{a} = -8\vec{i} + 4\vec{j}$ ، $\vec{a} = 2\vec{b} + \vec{c}$ و $\vec{c} = \frac{\vec{a}}{4}$ باشد، بردار \vec{b} کدام است؟

(۱) $+\vec{i} + \vec{j}$

(۲) $-\vec{i} - \vec{j}$

(۳) $-\vec{2i} + \vec{j}$

(۴) $+\vec{2i} - \vec{j}$

۱۷- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) $-\vec{2i} + 5\vec{j} = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} = -2\vec{j}$

(۳) $-\vec{2i} + 4\vec{j} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -4 \\ 8 \end{bmatrix}$

(۴) $-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -4 \\ +2 \end{bmatrix} = \vec{2i} - \vec{j}$

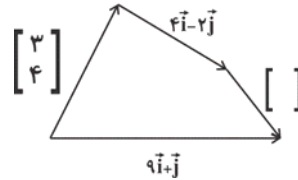
۱۸- در شکل زیر مختصات بردار خواسته شده کدام است؟

(۱) $-\vec{2i} + \vec{j}$

(۲) $\vec{2i} - \vec{j}$

(۳) $\begin{bmatrix} -1 \\ +2 \end{bmatrix}$

(۴) $\begin{bmatrix} +1 \\ -2 \end{bmatrix}$



۱۹- اگر نقطه‌ی $A' = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ انتقال یافته‌ی نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$ تحت بردار \vec{x} باشد، بردار \vec{x} کدام است؟

(۱) $\vec{i} + \vec{2j}$

(۲) $\vec{3i} + \vec{4j}$

(۳) $-\vec{3i} - \vec{4j}$

(۴) $-\vec{i} - \vec{2j}$

۲۰- با توجه به رابطه‌ی $-\vec{y}\vec{i} + \vec{8}\vec{j} = \vec{3} \begin{bmatrix} 4 \\ x \end{bmatrix} + \vec{14}\vec{j} - \vec{8}\vec{i}$ مقادیرهای x و y کدام‌اند؟

(۱) $y = 4$
 $x = 2$

(۲) $y = 4$
 $x = -2$

(۳) $y = -4$
 $x = 2$

(۴) $y = -4$
 $x = -2$



پاسخ سؤال‌های ریاضی عادی

۱- گزینه‌ی «۲» (صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱ کتاب درسی - بردار و مختصات)

(نگاه به گذشته: هومن صلواتی)

$$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow 2\vec{A} + 3\vec{B} = 2 \times \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + 3 \times \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 \\ 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 21 \end{bmatrix} = 13\vec{i} + 21\vec{j}$$

۲- گزینه‌ی «۳» (صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱ کتاب درسی - بردار و مختصات)

(نگاه به گذشته: مجتبی مجاهدی)

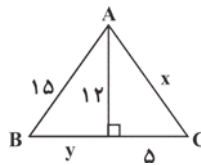
$$x\vec{i} + 2\vec{j} + \begin{bmatrix} 3 \\ 15 \end{bmatrix} = -6\vec{i} + y\vec{j} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x+3=-6 \\ 2+15=y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-9 \\ y=17 \end{cases} \Rightarrow x+y=8$$

۳- گزینه‌ی «۴» (صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷ کتاب درسی - مثلث)

(معمدجواد ممسنی)

برای محاسبه x داریم:

$$5^2 + 12^2 = x^2 \Rightarrow x^2 = 169 \Rightarrow x = 13$$

و برای y داریم:

$$y^2 + 12^2 = 15^2 \Rightarrow y = 9$$

$$\Delta ABC \text{ محیط} = 9 + 5 + 13 + 15 = 42$$

۴- گزینه‌ی «۲» (صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷ کتاب درسی - مثلث)

(معمدجواد ممسنی)

الگوی مثلث‌ها را به دست می‌آوریم:

 $\sqrt{3}, \dots = \sqrt{3}$ طول وتر: مثلث دوم، $\sqrt{2}$ طول وتر: مثلث اول
با قضیه فیثاغورس نتیجه می‌شود که اندازه‌ی وتر در مثلث، $\sqrt{n+1}$ است.

$$\frac{\text{طول وتر مثلث دوازدهم}}{\text{طول وتر مثلث سوم}} = \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

۵- گزینه‌ی «۴» (صفحه‌های ۸۴ تا ۹۱ کتاب درسی - مثلث)

(ممید گنمی)

چون دو مثلث هم‌نهشت هستند، پس $ED = AB = 5$ و $AC = CD$ و $BC = CE = 13$ و طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$CE^2 = DE^2 + CD^2 \Rightarrow 13^2 = 5^2 + CD^2 \Rightarrow CD^2 = 144 \rightarrow CD = 12$$

$$AD = 2CD \Rightarrow AD = 24$$

۶- گزینه‌ی «۲» (صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷ کتاب درسی - مثلث)

(فاطمه اسغ)

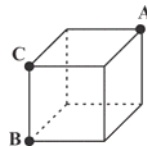
فرض کنید مورچه از رأس A به رأس B آمده باشد به فرض این که حتماً از سقف و دیواره‌ها برود کوتاه‌ترین مسیر حرکت مورچه رسیدن ازرأس A به رأس C روی قطر وجه بالایی و سپس حرکت از طریق یال CB به رأس B است و طبق قضیه فیثاغورس، طول AC را به دست

می‌آوریم:

$$AC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$BC = 1$$

$$\Rightarrow AC + BC = 1 + \sqrt{2}$$



(فاطمه اسغ)

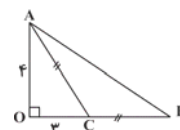
۷- گزینه‌ی «۳» (صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷ کتاب درسی - مثلث)

شکل را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$AC^2 = OC^2 + OA^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow AC = 5 \Rightarrow CB = 5 \Rightarrow OB = 3 + 5 = 8$$

$$\Delta AOB: AB^2 = OB^2 + OA^2$$

$$AB^2 = 8^2 + 4^2 = 80 \Rightarrow AB = \sqrt{80}$$





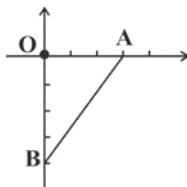
۸- گزینهی «۱» (صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷ کتاب درسی - مثلث)

(فاطمه) (اسف)

$$OA = 3$$

$$OB = 4$$

$$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \Rightarrow \text{محیط } \triangle OAB = 3 + 4 + 5 = 12$$



۹- گزینهی «۱» (صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷ کتاب درسی - مثلث)

(همید گنم)

اگر طول ضلع موردنظر را x فرض کنیم:

$$(a^2 + b^2)^2 = (a^2 - b^2)^2 + x^2$$

$$(a^2 + b^2)^2 = (a^2 + b^2) \times (a^2 + b^2) = a^2 \times a^2 + a^2 \times b^2 + b^2 \times a^2 + b^2 \times b^2 = a^4 + 2a^2b^2 + b^4$$

$$(a^2 - b^2)^2 = (a^2 - b^2) \times (a^2 - b^2) = a^2 \times a^2 - a^2 \times b^2 - b^2 \times a^2 + b^2 \times b^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$$

$$\Rightarrow a^4 + b^4 + 2a^2b^2 = a^4 + b^4 - 2a^2b^2 + x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 4a^2b^2$$

۱۰- گزینهی «۲» (صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷ کتاب درسی - مثلث)

(همید زرین‌کفش)

$$\text{گزینهی «۱»: } 10 = 1^2 + 3^2$$

$$\text{گزینهی «۳»: } 29 = 2^2 + 5^2$$

$$\text{گزینهی «۴»: } 50 = 7^2 + 1^2$$

اما عدد ۱۲ را نمی‌توان به صورت مجموع مربعات دو عدد طبیعی نوشت.

۱۱- گزینهی «۱» (صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷ کتاب درسی - مثلث)

(همید زرین‌کفش)

یکی از اضلاع هر سه مثلثی که طول وتر آن‌ها a , b و c است یک واحد است. ضلع دیگر مثلث‌ها نیز هر کدام یک، دو و سه واحد است. طبق

قضیه فیثاغورس داریم:

$$\left. \begin{aligned} a^2 &= 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2} \\ b^2 &= 1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5 \Rightarrow b = \sqrt{5} \\ c^2 &= 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10 \Rightarrow c = \sqrt{10} \end{aligned} \right\} \Rightarrow a + b + c = \sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{10}$$

۱۲- گزینهی «۲» (صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷ کتاب درسی - مثلث)

(همید زرین‌کفش)

می‌دانیم هر زاویه‌ی خارجی برابر با مجموع دو زاویه‌ی داخلی غیرمجاورش است.

$$\widehat{CDA} = 15^\circ + 15^\circ = 30^\circ$$

در $\triangle CDA$ زاویه‌ی $\widehat{CDA} = 30^\circ$ و وتر مثلث DC و می‌دانیم ضلع مقابل به زاویه‌ی 30° در مثلث قائم‌الزاویه نصف وتر است. بنابراین:

$$AC = \frac{DC}{2} = \frac{14}{2} = 7 \Rightarrow CD^2 = AD^2 + AC^2 \Rightarrow AD^2 = 14^2 - 7^2 = 147 \Rightarrow AD = \sqrt{147}$$



۱۳- گزینه ی «۳» (صفحه های ۷۸ تا ۸۱ کتاب درسی - بردار و مختصات)

(فرزاد کره پور)

$$2\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b} + \vec{j}$$

$$2\vec{x} = 2 \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$2\vec{x} = \begin{bmatrix} 4+1+0 \\ -6-2+1 \end{bmatrix} \Rightarrow 2\vec{x} = \begin{bmatrix} 5 \\ -7 \end{bmatrix}$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} \frac{5}{2} \\ -\frac{7}{2} \end{bmatrix}$$

۱۴- گزینه ی «۴» (صفحه های ۷۸ تا ۸۱ کتاب درسی - بردار و مختصات)

(فرزاد کره پور)

$$\begin{bmatrix} 36 \\ 4a \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2b \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ -38 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 36-2b \\ 4a-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ -38 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 36-2b=20 \Rightarrow 2b=16 \Rightarrow b=8 \\ 4a-6=-38 \Rightarrow 4a=-32 \Rightarrow a=-8 \end{cases}$$

$$a+b = -8+8 = 0$$

۱۵- گزینه ی «۴» (صفحه های ۷۸ تا ۸۱ کتاب درسی - بردار و مختصات)

(فرزاد کره پور)

$$\begin{bmatrix} -8 \\ +10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 \\ +6 \end{bmatrix} + \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 16 \\ -12 \end{bmatrix} = \vec{x}$$

$$\begin{bmatrix} -8+4+4 \\ +10-6-3 \end{bmatrix} = \vec{x} \Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{x} = 0\vec{i} + 1\vec{j} = \vec{j}$$

۱۶- گزینه ی «۳» (صفحه های ۷۸ تا ۸۱ کتاب درسی - بردار و مختصات)

(هومن صلواتی)

$$\vec{a} = -8\vec{i} + 4\vec{j} \Rightarrow \vec{a} = \begin{bmatrix} -8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\vec{c} = \frac{1}{2} \times \begin{bmatrix} -8 \\ 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{c} = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{a} = 2\vec{b} + \vec{c} \Rightarrow \begin{bmatrix} -8 \\ 4 \end{bmatrix} = 2\vec{b} + \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow 2\vec{b} = \begin{bmatrix} -8+4 \\ 4-2 \end{bmatrix}$$

$$2\vec{b} = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{b} = -2\vec{i} + \vec{j}$$



۱۷- گزینهی «۲» (صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱ کتاب درسی - بردار و مختصات)

(هومن صلواتی)

گزینهی «۲» نادرست است.

$$\begin{bmatrix} -۲ \\ ۰ \end{bmatrix} = -۲\vec{i}$$

$$-۲\vec{j} = \begin{bmatrix} ۰ \\ -۲ \end{bmatrix}$$

۱۸- گزینهی «۲» (صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱ کتاب درسی - بردار و مختصات)

(هومن صلواتی)

$$\begin{bmatrix} ۳ \\ ۴ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۴ \\ -۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۹ \\ ۱ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۹ \\ ۱ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۳ \\ ۴ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۴ \\ -۲ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۹-۳-۴ \\ ۱-۴+۲ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۱ \end{bmatrix} \Rightarrow ۲\vec{i} - \vec{j}$$

۱۹- گزینهی «۲» (صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱ کتاب درسی - بردار و مختصات)

(کتاب سه سطحی)

ابتدای بردار - انتهای بردار = مختصات بردار

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -۱ \\ -۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۴ \end{bmatrix} = ۳\vec{i} + ۴\vec{j}$$

۲۰- گزینهی «۴» (صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱ کتاب درسی - بردار و مختصات)

(کتاب سه سطحی)

$$\begin{bmatrix} -۸ \\ ۱۴ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۱۲ \\ ۳x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y \\ ۸ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -۸+۱۲ \\ ۱۴+۳x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y \\ ۸ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} ۴ \\ ۱۴+۳x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y \\ ۸ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} ۴ = -y \Rightarrow y = -۴ \\ ۱۴+۳x = ۸ \Rightarrow ۳x = ۸-۱۴ = -۶ \Rightarrow x = \frac{-۶}{۳} = -۲ \end{cases}$$