



تاریخ : وقت : دقیقه

نام و نام خانوادگی : تعداد سوالات: ۳۳

۱. درباره خانواده‌ای چهارفرزندی، می‌دانیم که دست کم یکی از فرزندان آن‌ها پسر است. احتمال این که دقیقاً ۲ پسر داشته باشند چقدر است؟

۲. در یک شرکت راه‌سازی احتمال اعتصاب کارکنان ۰٫۵ اگر اعتصاب رخ دهد به احتمال ۰٫۶ کار به موقع تمام می‌شود. اگر اعتصاب رخ ندهد احتمال اینکه کار به موقع تمام شود ۰٫۹ است. اگر کار به موقع شده باشد، چقدر احتمال دارد اعتصاب شده باشد؟

۳. اگر $S = \{a, b, c, d\}$ و $P(\{b, c, d\}) = \frac{2}{3}$ و $P(\{a\}|\{a, c, d\}) = \frac{1}{4}$ در این صورت مطلوب است

۴. احتمال اعتصاب کارگران کارخانه‌ای ۲۰ درصد و احتمال تولید به موقع در صورت اعتصاب کارگران ۵۰ درصد است و در کل به احتمال ۸۰ درصد به موقع کار تمام می‌شود.
الف) احتمال تولید به موقع و اعتصاب کارگران
ب) اگر تولید به موقع باشد، احتمال آنکه کارگران اعتصاب کرده باشند.

۵. نشان دهید اگر A و B مستقل نباشند اگر A احتمال وقوع B را افزایش دهد. B نیز احتمال وقوع A را افزایش می‌دهد. (با فرض ثابت بودن $P(A)$ و $P(B)$)

۶. عددی به تصادف از بین اعداد ۱ تا ۱۰۰ انتخاب می‌کنیم. احتمال‌های زیر را محاسبه کنید:
الف) عدد انتخابی بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشد.
ب) عدد انتخابی بر ۲ بخش پذیر باشد، ولی به ۳ بخش پذیر نباشد.
پ) عدد انتخابی نه بر ۲ بخش پذیر باشد و نه بر ۳.

۷. از جعبه‌ای شامل ۷ لامپ معیوب و ۱۲ لامپ سالم سه لامپ پشت سر هم و متوالیاً برمی‌داریم احتمال آنکه اولین لامپ معیوب سومین لامپی باشد که ما برداشته‌ایم چقدر است؟

۸. جمعیت بزرگسال ساکن در یک روستا، ۵۵ درصد زن و ۴۵ درصد مرد است. می‌دانیم که ۲۰ درصد زنان بزرگسال و ۷۰ درصد مردان بزرگسال در این روستا گواهینامه تراکتور دارند. از بزرگسالی را از ساکنان روستا به تصادف انتخاب کنیم، احتمال این که گواهینامه تراکتور داشته باشد چقدر است؟

۹. دو ظرف داریم. در اولی ۴ مهره سبز و ۳ مهره قرمز و در دومی ۳ مهره سبز و ۵ مهره قرمز وجود دارد. از ظرف اول یک مهره به طور تصادفی برمی‌داریم و بدون مشاهده آن را به ظرف دوم منتقل می‌کنیم. اکنون یک مهره از ظرف دوم بیرون می‌آوریم؛ با چه احتمالی این مهره سبز است؟

۱۰. اگر $P(A|B) = \frac{3}{5}$ و $P(B|A) = \frac{3}{4}$ و $P(A) = \frac{2}{5}$ باشد، $P(B)$ را بدست آورید.

۱۱. اگر فضای نمونه‌ای S از پیشامدهای ساده a, b, c, d, e تشکیل شده باشد. $P(a) = \frac{1}{4}$ و $P(\{a, b, c\}) = \frac{1}{2}$ باشد مطلوب است محاسبه $P(\{b, c, d\}|\{a, b, c\})$

۱۲. جعبه‌ای شامل ۱۲ لامپ است که سه تای آنها معیوب است. اگر به تصادف و بدون جای گذاری ۳ لامپ از جعبه بیرون آوریم، احتمال آن را به دست آورید که:
الف) هر سه لامپ معیوب باشند
ب) حداقل یک لامپ معیوب باشد.

۱۳. اگر $P(B - A) = \frac{1}{4}$ و $P(B) = \frac{3}{4}$ مقدار $P(A|B)$ را حساب کنید.

۱۴. امیر و بابک عضو تیم ده نفری والیبال مدرسه هستند. در این تیم قد هیچ دو نفری برابر نیست. اگر بدانیم امیر از بابک بلندتر است. احتمال این که امیر بلند قدترین عضو تیم باشد چقدر است؟ احتمال آنکه امیر از نظر قد، نفر نهم باشد چقدر است؟

۱۵. در گروه زنان ساکن روستا ۵۰ درصد آنان تحصیلات ابتدایی و ۳۰ درصد از آنها مهارت قالیبافی را دارند. اگر یک زن از این گروه انتخاب شود. احتمال اینکه این زن هم تحصیل کرده باشد و هم مهارت قالیبافی داشته باشد، چقدر است؟

۱۶. علی و مازیار هر کدام به ترتیب با احتمال‌های $\frac{3}{8}$ و $\frac{4}{8}$ برای دیدن مسابقه ورزشی به ورزشگاه می‌روند. اگر علی به ورزشگاه رفته باشد مازیار با احتمال $\frac{8}{8}$ به ورزشگاه می‌رود. فرض کنید علی به ورزشگاه نرفته باشد. با چه احتمالی مازیار نیز به ورزشگاه نرفته است؟

۱۷. دو ظرف داریم که در اولی ۵ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و در دومی ۷ مهره سفید و ۱۰ مهره سیاه داریم. از ظرف اول یک مهره برداشته، بدون نگاه کردن در ظرف دوم می‌اندازیم، آن‌گاه از ظرف دوم یک مهره خارج می‌کنیم.
الف) احتمال اینکه این مهره سفید باشد چقدر است؟
ب) اگر این مهره سفید باشد با کدام احتمال مهره از ظرف اول بوده است؟

۱۸. دو جعبه داریم در جعبه اول ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و در جعبه دوم ۷ مهره سفید و ۱۰ مهره سیاه از ظرف اول یک مهره برداشته و بدون رؤیت در جعبه دوم قرار می‌دهیم. آن‌گاه از جعبه دوم یک مهره برمی‌داریم. اگر مهره سفید باشد با چه احتمالی از جعبه اول انتخاب می‌شود.

۱۹. در پرتاب دو تاس می‌دانیم فقط یکی از تاس‌ها مربع کامل است. احتمال اینکه مجموع دو عدد بیش‌تر ۷ باشد چقدر است.

۲۰. تاسی را به هوا پرتاب می‌کنیم اگر عدد ظاهر شده زوج باشد. احتمال آنکه عدد ظاهر شده اول نیز باشد کدام است؟

۲۱. احتمال زنده ماندن در یک عمل پیوند عضو برابر $\frac{5}{8}$ است. اگر بیماری پس از عمل زنده باشد احتمال اینکه بدن او در طول یک ماه پیوند را قبول نکند و بمیرد $\frac{2}{8}$ است. احتمال زنده ماندن یک بیمار پیوندی پس از این دو مرحله چقدر است؟

۲۲. احتمال بسته بودن در یک اتاق $\frac{1}{4}$ است. می‌دانیم از بین ۱۲ کلید موجود فقط یکی درب را باز می‌کند. اگر شخصی ۳ کلید بردارد با چه احتمالی می‌تواند وارد اتاق شود؟

۲۳. اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S به طوری که $P(A) = ۰٫۲$ و $P(B) = ۰٫۲۲$ و $P(A|B) = ۰٫۷$ باشد، حاصل $P(B'|A')$ چند است؟

۲۴. سه نفر در یک مسابقه شرکت کرده‌اند. اگر احتمال برد علی دو برابر احتمال برد حسین و احتمال برد حسین $\frac{1}{3}$ احتمال برد رضا باشد، احتمال آنکه حسین یا رضا برنده شوند چقدر است؟

۲۵. جعبه‌ای شامل ۵ مهره سفید و ۴ مهره سیاه است متوالیاً و بدون جای گذاری دو مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم.
الف) اگر مهره اول سیاه باشد، احتمال اینکه دومین مهره هم سیاه باشد چقدر است.
ب) احتمال آنکه مهره دوم هم‌رنگ اولی باشد.

۲۶. ۵۵ درصد دانشجویان سال اول دختر و بقیه پسر هستند. ۶۰ درصد دختران و ۶۴ درصد پسران تمام واحدهای درسی خود را گذرانده‌اند. چند درصد کل دانشجویان تمام واحدهای درسی خود را گذرانده‌اند؟

۲۷. در جعبه A سه مهره قرمز و چهار مهره آبی و در جعبه B دو مهره قرمز و سه مهره آبی داریم. یک جعبه را انتخاب کرده و مهره ای از آن برمی‌داریم. با کدام احتمال آبی است؟

۲۸. در کیسه‌ای ۴ مهره آبی و ۳ مهره قرمز و دو مهره سبز وجود دارد. سه مهره پی در پی و با جایگذاری و به تصادف خارج می‌کنیم. چقدر احتمال دارد اولی آبی، دومی سبز و سومی آبی باشد؟

۲۹. دو مهره متوالیاً و بدون جایگذاری از جعبه‌ای شامل ۴ مهره سفید و ۶ مهره سیاه خارج می‌کنیم. با چه احتمال مهره اول سفید و مهره دوم سیاه است؟

۳۰. خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. می‌دانیم که دو فرزند اول آن‌ها پسر است. احتمال آنکه دو فرزند دیگر این خانواده دختر باشند چقدر است؟

۳۱. در توزیع کارمندان یک اداره مطابق جدول زیر اگر فردی به تصادف انتخاب کنیم با کدام احتمال کارمند مرد انتخاب شده با تحصیلات دانشگاهی است؟

تحصیلات	مرد	زن
دانشگاهی	۲۰	۱۰
پایین تر از دانشگاهی	۹۰	۸۰

۳۲. تاس همگنی را با چشم بسته انداخته‌ایم و فقط می‌دانیم که برآمد زوج است. احتمال اینکه شماره ۴ یا ۶ ظاهر شده باشد چقدر است؟

۳۳. دو ظرف همانند، اولی دارای ۶ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و دومی دارای ۶ مهره سفید و ۸ مهره سیاه است. با چشم بسته یکی از دو ظرف را اختیار کرده و مهره‌ای از آن بیرون می‌آوریم. احتمال اینکه مهره سفید باشد، چقدر است؟

.۱

پیشامد وجود دو پسر $A =$

$$n(S') = \underbrace{16}_{\text{فضای نمونه}} - \underbrace{1}_{\text{فرزندان دختر}} = 15$$

حالت هایی که همه
کل حالت ها
کاهش یافته

باشد.

$$n(A) = \binom{4}{2} = 6$$

$$P(A) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

.۲

 $A =$ پیشامد اعتصاب کارگران $\rightarrow P(A) = 0.5$

$$B = \text{پیشامد به موقع به اتمام رساندن کار} \begin{cases} P(B|A) = 0.6 \\ P(B|A') = 0.9 \\ P(A|B) = ? \end{cases}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = 0.3$$

$$P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(A')} \Rightarrow 0.5 \times 0.9 = P(B) - 0.3 \Rightarrow 0.75 = P(B)$$

$$\text{طبق بیز} \rightarrow P(A|B) \cdot \underbrace{P(B)}_{0.75} = \underbrace{P(B|A)}_{0.6} \cdot \underbrace{P(A)}_{0.5} \rightarrow P(A|B) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

.۳

$$P(\{a\}|\{a, c, d\}) = \frac{P(\{a\} \cap \{a, c, d\})}{P(\{a, c, d\})} = \frac{P(\{a\})}{P(\{a, c, d\})} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$P(S) = 1 = \underbrace{P(\{b, c, d\})}_{\frac{2}{3}} + P(\{a\}) \Rightarrow P(\{a\}) = \frac{1}{3} = P(\{a\}) \quad *$$

$$P(\{b, c, d\}) = \frac{2}{3} = \underbrace{P(b)}_{\frac{1}{4}} + P(\{c, d\}) \Rightarrow P(\{c, d\}) = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$

$$P(\{a, c, d\}) = \underbrace{P(\{a\})}_{\frac{1}{3}} + \underbrace{P(\{c, d\})}_{\frac{5}{12}} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \quad **$$

حالا * و ** را در رابطه ۱ جایگذاری می‌کنیم:

$$P(\{a\}|\{a, c, d\}) = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{9}$$

۴. الف

$$\left. \begin{array}{l} A = \text{پیشامد اعتصاب کارگران} \\ B = \text{پیشامد تولید به موقع} \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} P(A) = 0,2 \\ P(B|A) = 0,5 \\ P(B) = 0,8 \end{array}$$

$$P(A \cap B) \stackrel{\text{ضرب احتمال}}{=} \overbrace{P(A)}^{0,2} \cdot \overbrace{P(B|A)}^{0,5} = 0,1 \text{ یا } 10\%$$

ب

$$\text{طبق قاعده بیز} = \underbrace{P(A)}_{0,2} \cdot \underbrace{P(B|A)}_{0,5} = \underbrace{P(B)}_{0,8} \cdot \underbrace{P(A|B)}_{\frac{1}{8}} \rightarrow P(A|B) = \frac{1}{8}$$

۵. طبق قاعده بیز اگر دو پیشامد مستقل نباشند.

$$P(A|B) \cdot P(B) = P(B|A) \cdot P(A)$$

طبق تساوی اگر $P(B|A)$ را افزایش میزان $P(A|B)$ نیز افزایش می‌یابد. با توجه به اینکه $P(A)$ و $P(B)$ ثابت هستند.

۶. الف

$A = 2$ پیشامد بخش‌پذیری بر ۲

$B = 3$ پیشامد بخش‌پذیری بر ۳

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{[\frac{100}{3}]}{100} + \frac{[\frac{100}{2}]}{100} - \frac{[\frac{100}{6}]}{100} = \frac{33 + 50 - 16}{100} = \frac{67}{100}$$

ب

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{[\frac{100}{2}]}{100} - \frac{[\frac{100}{6}]}{100} = \frac{50 - 16}{100} = \frac{34}{100}$$

پ

$$P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = 1 - \underbrace{P(A \cup B)}_{\text{طبق الف}} = 1 - \frac{67}{100} = \frac{33}{100}$$

۷.

$A =$ پیشامد سالم بودن لامپ سوم

$B =$ پیشامد سالم بودن لامپ دوم

$C =$ پیشامد سالم بودن لامپ اول

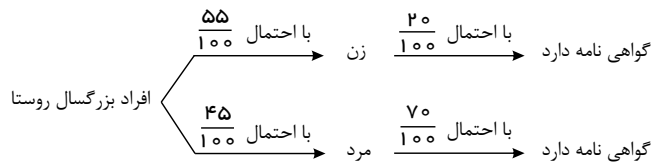
اگر خواهیم اولین لامپ معیوب سومی باشد، پس باید اولی و دومی نیز سالم باشد. از قانون ضرب احتمال برای ۳ پیشامد استفاده می‌کنیم.

$$P(A' \cap B \cap C) = \underbrace{P(C)} \cdot \underbrace{P(B|C)} \cdot \underbrace{P(A'|B \cap C)}$$

$$\frac{12}{19} \times \frac{11}{18} \times \frac{7}{17}$$

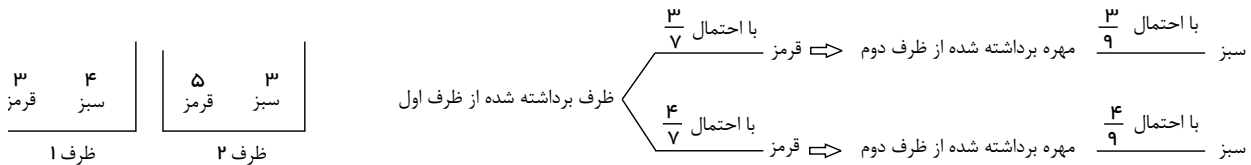
$$P(A' \cap B \cap C) = \frac{\cancel{12}^2}{19} \times \frac{11}{\cancel{18}_3} \times \frac{7}{17} = \frac{231}{696}$$

۸.



$$P(\text{خواهینامه داشتن فرد انتخابی}) = \frac{\cancel{20}^2}{100} \times \frac{55}{100} + \frac{7}{\cancel{100}_3} \times \frac{45}{100} = \frac{110 + 315}{1000} = \frac{425}{1000}$$

۹.



$$P(\text{بیز بودن مهره برداشته شده}) = \frac{3}{9} \times \frac{3}{7} + \frac{4}{9} \times \frac{4}{7} = \frac{9}{63} + \frac{16}{63} = \frac{25}{63}$$

۱۰. طبق قاعدهٔ بیز

$$P(A|B)P(B) = P(B|A) \cdot P(A) \Rightarrow P(B) = \frac{1}{2}$$

۱۱.

$$P(\{b, c, d\} | \{a, b, c\}) = \frac{P(\{b, c, d\} \cap \{a, b, c\})}{P(\{a, b, c\})} = \frac{P(\{b, c\})}{\cancel{P(\{a, b, c\})}} \Rightarrow \text{رابطه ۱}$$

$$P(\{a, b, c\}) = P(\{a\}) + P(\{b\}) + P(\{c\}) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(b) + P(c) = \frac{1}{4}$$

$$P(b) + P(c) = P(\{b, c\}) = \frac{1}{4}$$

$$\text{جای گذاری در رابطه ۱} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

$A =$ پیشامد معیوب بودن ۳ لامپ

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{3}{3}}{\binom{12}{3}} = \frac{1}{220}$$

(ب)

$$B = \text{پیشامد حداقل یک لامپ معیوب بودن} \rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{9}{3}}{\binom{12}{3}} = \frac{9 \times 8 \times 7}{6} = \frac{504}{1320} = \frac{21}{55}$$

$B' =$ هیچ لامپی معیوب نباشد

$$P(B) = 1 - P(B') = 1 - \frac{21}{55} = \frac{24}{55}$$

۱۳.

$$P(B-A) = P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{2}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{24}{55}} = \frac{55}{48}$$

۱۴.

$A =$ پیشامد بلندقدترین بودن

الف) از راه احتمال شرطی به صورت مفهومی حل می‌کنیم.

$$\text{فضای نمونه‌ای کاهش یافته} \rightarrow n(S') = \frac{10!}{2}$$

$$n(A) = \underbrace{1}_{\text{قد نفر اول}} \times \underbrace{9}_{\text{قد نفر دوم}} \times \underbrace{8}_{\text{قد نفر ۱۰ام}} \times \dots \times \underbrace{1}_{\text{قد نفر ۱۰ام}} = 9!$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S')} = \frac{9!}{\frac{10!}{2}} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

ب) پیشامد نهم بودن قد امیر $B =$ در این حالت در فضای نمونه کاهش یافته امیر باید نفر نهم و بابک دهم باشد پس بقیه افراد ۸! مختلف می‌توانند رتبه بندی شود.

$$P(B) = \frac{8!}{\frac{10!}{2}} = \frac{2}{10 \times 9} = \frac{1}{45}$$

۱۵.

$$A = \text{پیشامد تحصیل کرده بودن زنان} \rightarrow P(A) = 0,5$$

$$B = \text{پیشامد مهارت قالی بافی داشتن زنان} \rightarrow P(B|A) = 0,3$$

$$P(A \cap B) = \cancel{0,5} \cdot \cancel{0,3} = 0,15$$

$A =$ پیشامد به ورزشگاه رفتن علی $\rightarrow P(A) = 0,4$

$B =$ پیشامد به ورزشگاه رفتن علی $\rightarrow P(B) = 0,3$

$P(B|A') = ?$

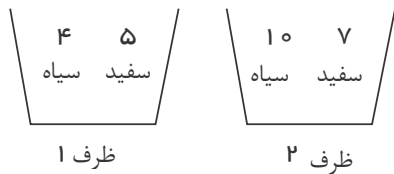
$$P(B|A) = 0,8 \rightarrow P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \rightarrow P(A \cap B) = 0,24$$

$$\rightarrow P(B'|A') = \frac{P(B' \cap A')}{P(A')} = \frac{P(A \cup B)'}{1 - P(A)} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)}$$

$$= \frac{1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{1 - 0,4 - 0,3 + 0,24}{0,6} = \frac{0,54}{0,6}$$

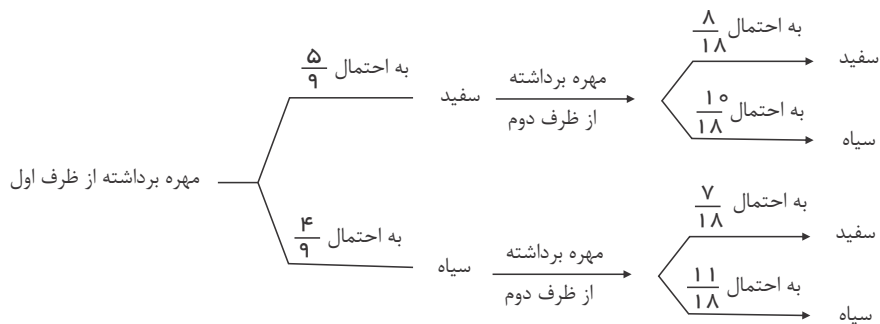
$$= \frac{0,9 \times \cancel{0,6}}{1 \times \cancel{0,6}} = \frac{9}{10}$$

۱۷. الف



$A =$ پیشامد سفید بودن

$B =$ پیشامد مهره برداشته شده از ظرف دوم همان مهره ظرف اول باشد $\rightarrow P(B) = \frac{1}{18}$



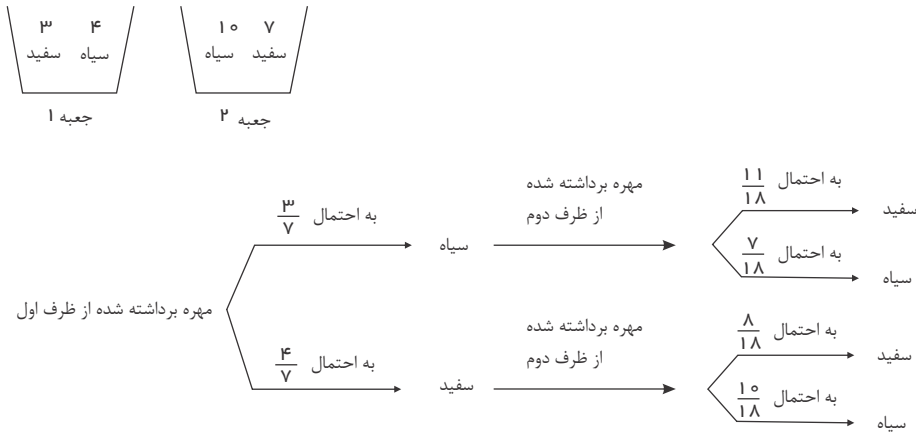
ب

$$P(A) = \frac{8}{18} \times \frac{5}{9} + \frac{7}{18} \times \frac{4}{9} = \frac{68}{162}$$

$$P(B|A) = \frac{\frac{1}{18} \times \frac{5}{9}}{\frac{68}{162}} = \frac{5}{68}$$

۱۸

$A =$ پیشامد سفید بودن مهره $\rightarrow P(B|A) = ? \rightarrow = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ رابطه ۱
 $B =$ پیشامد انتخاب شدن مهره از جعبه اول



$$P(A) = P(\text{سفید بودن}) = \frac{53}{126}$$

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B) = \frac{4}{126}$$

$$P(B|A) = \frac{4}{53} = \frac{4}{126}$$

طبق رابطه ۱

۱۹. فضای نمونه‌ای کاهش یافته در این مسئله احتمال شرطی به شرح زیر است. به کلمه فقط در صورت سؤال توجه کنید.

$$S' = \left\{ (1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (3, 1), (5, 1), (6, 1), (4, 6), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (6, 4), (2, 4), (3, 4), (5, 4) \right\} \rightarrow n(S') = 16$$

$$A = \{(1, 6), (6, 1), (4, 6), (6, 4), (4, 3), (3, 4), (5, 4), (4, 5)\} \Rightarrow n(A) = 8$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S')} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

۲۰. فضای نمونه‌ای کاهش یافته در این مسئله احتمال شرطی به فرم زیر است:

$$S' = \{2, 4, 6\} \rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S')} = \frac{1}{3}$$

$$A = \{2\}$$

۲۱

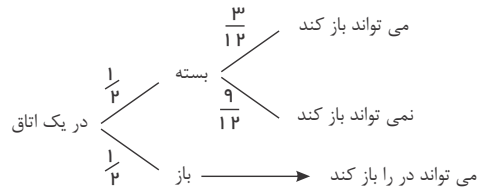
$$A = \text{پیشامد زنده ماندن بیمار بعد از عمل} \rightarrow P(A) = 0,5$$

$$B = \text{پیشامد قبول کردن پیوند در طی یک ماه} \rightarrow P(B) = 1 - 0,2 = 0,8$$

$$\rightarrow P(A \cap B) = ?$$

$$P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = 0,4$$

.۲۲



$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{12} + \frac{1}{2} = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{5}{8}$$

.۲۳

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = 0,14$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,2 + 0,22 - 0,14 = 0,28$$

$$(A \cup B)' = A' \cap B' \xrightarrow{\text{طبق دمورگان}} P((A \cup B)') = P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 0,72$$

$$P(B'|A') = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} = \frac{0,72}{0,8} = 0,9$$

.۲۴

$$\begin{cases} A = \text{پیشامد علی} = \text{برنده شدن علی} \\ B = \text{پیشامد حسین} = \text{برنده شدن حسین} \\ C = \text{پیشامد رضا} = \text{برنده شدن رضا} \end{cases}$$

$$P(B) = x$$

$$\begin{cases} P(A) = 2x \\ P(C) = 3x \end{cases}$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) = 6x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{حسین} \cup \text{رضا}) = P(B \cup C) = \frac{P(B)}{x = \frac{1}{6}} + \frac{P(C)}{3x = \frac{3}{6}} = \frac{4}{6}$$

.۲۵ الف)

پیشامد سیاه بودن مهره اول A پیشامد سیاه بودن مهره دوم B

۴	۵
سیاه	سفید

جعبه

اگر مهره اول سیاه باشد فضای نمونه‌ای به صورت ۳ و ۵ کاهش می‌یابد.

سیاه سفید

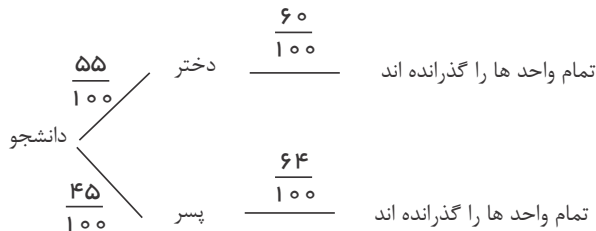
$$P(A|B) = \frac{۳}{۸}$$

(ب)

حالت‌هایی که هر دو سفیداند + حالت‌هایی که هر دو سیاه‌اند $n(C) =$

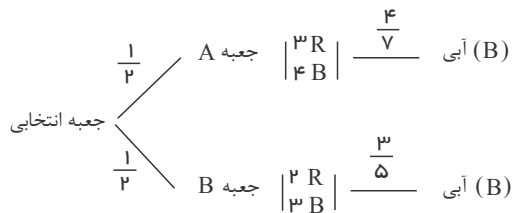
$$\left. \begin{array}{l} n(C) = \binom{۴}{۲} + \binom{۵}{۲} \\ n(S) = \binom{۹}{۲} \end{array} \right\} \Rightarrow P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} \Rightarrow P(C) = \frac{\binom{۴}{۲} + \binom{۵}{۲}}{\binom{۹}{۲}}$$

۲۶. با استفاده از نمودار درختی داریم:



$$P = \frac{۵۵}{۱۰۰} \times \frac{۶۰}{۱۰۰} + \frac{۴۵}{۱۰۰} \times \frac{۶۴}{۱۰۰} = \frac{۶۱۸۰}{۱۰۰۰۰} = ۶۱,۸\%$$

۲۷. اگر برای مهره قرمز از حرف R و برای مهره آبی از B استفاده با نمودار درختی داریم:



حال عدد شاخه‌ها را در هم ضرب می‌کنیم و جواب‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

$$\frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۷} + \frac{۱}{۲} \times \frac{۳}{۵} = \frac{۴۱}{۷۰}$$

۲۸. وقتی مهره‌ها را با جایگذاری خارج می‌کنیم دیگر در هر مرحله یک مهره کم نمی‌شود. در این حالت پیشامدها از هم مستقل‌اند.

$$P(\text{سومی آبی}) = P(\text{اولی آبی}) \times P(\text{دومی سبز}) \times P(\text{سومی آبی})$$

$$= \frac{\binom{۴}{۱}}{\binom{۹}{۱}} \times \frac{\binom{۲}{۱}}{\binom{۹}{۱}} \times \frac{\binom{۴}{۱}}{\binom{۹}{۱}} = \frac{۴ \times ۲ \times ۴}{۹ \times ۹ \times ۹} = \frac{۳۲}{۷۲۹}$$

۲۹

$$P(\text{مهره اول سفید} | \text{مهره دوم سیاه}) = P(\text{مهره اول سفید}) \times P(\text{مهره دوم سیاه})$$

$$= \frac{\binom{۴}{۱}}{\binom{۱۰}{۱}} \times \frac{\binom{۶}{۱}}{\binom{۹}{۱}} = \frac{۴}{۱۰} \times \frac{۶}{۹} = \frac{۴}{۱۵}$$

۳۰. پسر یا دختر بودن هر کدام از فرزندان مستقل از دیگری است. پس احتمال دختر بودن دو فرزند دیگر برابر است با:

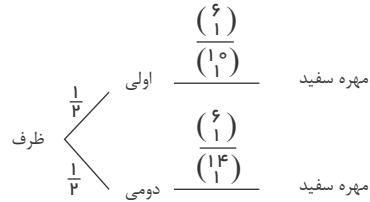
$$P = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۴}$$

۳۱. در واقع ما (مرد | دانشگاهی) P را می‌خواهیم. کل تعداد مردها $110 = 20 + 90$ تا هستند که از این تعداد ۲۰ نفر تحصیلات

دانشگاهی دارند. پس احتمال مورد نظر برابر $\frac{20}{110} = \frac{2}{11}$ می‌باشد.

۳۲. برآمد یکی از اعداد ۲ یا ۴ یا ۶ است. و ما می‌خواهیم ۴ یا ۶ باشد. پس احتمال می‌شود $\frac{2}{3}$.

۳۳. با استفاده از فرمول کلی احتمال:



$$\Rightarrow P(\text{سفید}) = \frac{1}{2} \times \frac{6}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{6}{14} = \frac{21 + 15}{70} = \frac{18}{35}$$