



نام درس: آمار و احتمال  
 نام دبیر:  
 تاریخ امتحان:  
 ساعت امتحان:  
 مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران

نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: یازدهم ریاضی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:
سؤال	نقطه	
جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) ----- یک جمله خبری است که دقیقاً درست یا نادرست باشد. ب) هر مجموعه نامتناهی دارای ----- زیرمجموعه متناهی است. ج) علم -----، بررسی یک نمونه نامعلوم از یک جامعه معلوم است. د) به هر عضو فضای نمونه ----- می‌گوییم.	۱	
اگر $q \Rightarrow p$ و $\sim q$ درست باشند، ارزش $p \Leftrightarrow q$ را بیابید		۱
ارزش گزاره‌های سوری زیر را تعیین کنید و سپس <u>نقیض</u> هر یک را بنویسید. الف) $\forall x \in (0, +\infty); x + \frac{1}{x} \geq 2$ ب) $2 < 4 \Rightarrow -4 < -2$		۲
اگر سه عضو به عضوهای مجموعه A اضافه کنیم تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه جدید ۱۱۲ تا بیشتر از تعداد زیرمجموعه‌های A می‌شود، تعداد اعضای مجموعه A را بیابید.		۱/۵
مجموعه ۶ عضوی را به چند طریق می‌توان به دو زیرمجموعه افراز کرد؟		۱
اگر $A = (1, 2]$ و $B = (1, 2]$ باشند، شکل حاصل از مجموعه $(A \times B) \cup (B \times A)$ را رسم نمایید.		۱/۵
به ازای چند مقدار a دو مجموعه $\{a^2 + 3\}$ و $\{2x + 1, x^2 - 2\}$ با هم مساوی اند؟		۱
فرض کنید A و B دو مجموعه با مجموعه‌ی مرجع U باشند، ثابت کنید که اگر $A \cup B = A \cap B$ آنگاه $A=B$ .		۱

۲	<p>درستی هر یک از تساوی‌های زیر را بررسی کنید.</p> <p>الف) <math>[A \cap (A' \cup B)] \cup [B' \cap (A \cup B)] = A</math></p> <p>ب) <math>(A \cap B) - (B \cap C) = (A - B') - C</math></p>	۹
۲	<p>از مجموعه <math>\{1, 2, \dots, 300\}</math> عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن را محاسبه کنید که عدد انتخابی:</p> <p>الف) بر ۳ یا ۴ بخش پذیر باشد.</p> <p>ب) بر ۴ بخش پذیر باشد ولی بر ۳ بخش پذیر نباشد.</p>	۱۰
۱/۵	<p>اگر <math>A</math> و <math>B</math> دو پیشامد باشند و داشته باشیم <math>P(A) = 2P(B) = 3P(A \cap B)</math>، مطلوب است محاسبه</p> $\frac{P(A \cup B)}{P(A \cap B)}$	۱۱
۱/۵	<p>در یک آزمایش تصادفی <math>S = \{x, y, z\}</math> فضای نمونه است. اگر <math>P(x)</math> و <math>P(y)</math> و <math>P(z)</math> به ترتیب از راست به چپ، جملات یک دنباله حسابی با قدرنسبت <math>\frac{1}{8}</math> باشند، مقدار <math>P(\{x, z\})</math> را بدست آورید.</p>	۱۲
۱/۵	<p>دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم، احتمال‌های زیر را حساب کنید:</p> <p>الف) مجموع دو عدد رو شده مضرب ۷ باشد.</p> <p>ب) مجموع دو عدد رو شده حداکثر ۴ باشد.</p>	۱۳
۱/۵	<p>فرض کنیم <math>S = \{a, b, c, d\}</math> و <math>P(a) = 2P(b)</math> و <math>P(c) = P(d) = \frac{1}{4}</math>، مقادیر</p> $P(\{b, c\}) \text{ و } P(a')$ <p>را به دست آورید.</p>	۱۴
صفحه ی ۲ از ۲		



نام درس:  
نام دبیر:  
تاریخ امتحان:  
ساعت امتحان:  
مدت امتحان:

محل مهر یا امضاء مدیر

راهنمای تصحیح

ردیف

ج) اعمال  
د) برآورد

الف) گزاره  
ب) ناسانسی

۱.

$$\sim q \equiv T \rightarrow q \equiv F$$

$$p \Rightarrow \underset{F}{\cancel{q}} \equiv T \rightarrow p \equiv F \quad \rightsquigarrow \quad \underset{F}{\cancel{q}} \Leftrightarrow \underset{F}{\cancel{p}} \equiv T$$

۲.

$$\exists x \in (0, \infty) : x + \frac{1}{x} < 2$$

الف) درست. نقض:

۳.

$$\sim (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q \quad \text{نقض:} \quad \underset{T}{2 < 4} \Rightarrow \underset{T}{-4 < -2} \equiv T$$

$$(2 < 4) \wedge (-4 \geq -2)$$

$$n(A) = n$$

$$2^{n+3} = 112 + 2^n \rightarrow 2^{n+3} - 2^n = 112 \rightarrow 2^n \left( \frac{2^3}{1} - 1 \right) = 112 \rightarrow 2^n = 14 = 2^4 \rightarrow n = 4$$

۴.

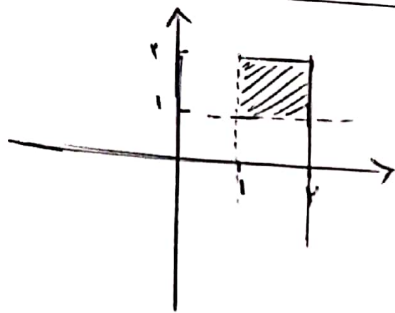
$$4 = 1 + 5 \rightarrow \binom{4}{5} \binom{1}{1} = 4$$

$$4 = 2 + 4 \rightarrow \binom{4}{2} \binom{4}{4} = \frac{4 \times 5}{2} = 10$$

$$4 = 3 + 3 \rightarrow \frac{\binom{4}{3} \binom{4}{3}}{2!} = \frac{4 \times 5 \times 4}{2 \times 2} = 10$$

$$\rightarrow \text{تعداد کل} = 10 + 10 + 4 = 24$$

۵.



$$A = (1, 2] \text{ و } B = (1, 2]$$

.4

$$x^2 - 2 = 2x + 1 \rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-1 \end{cases}$$

اگر  $x=3 \rightarrow x^2 - 2 = a^2 + 3 \rightarrow 9 - 2 = a^2 + 3 \rightarrow 7 = a^2 + 3 \rightarrow a^2 = 4 \rightarrow a = \pm 2$

اگر  $x=-1 \rightarrow x^2 - 2 = a^2 + 3 \rightarrow 1 - 2 = a^2 + 3 \rightarrow a^2 = -4 \rightarrow \text{غیر ممکن}$

.5

زین |  $A \cup B = A \cap B$

حکم |  $A = B \rightarrow \begin{cases} A \subseteq B \\ B \subseteq A \end{cases}$

$$\forall x \in A \xrightarrow{A \subseteq A \cup B} x \in A \cup B \xrightarrow{A \cup B = A \cap B} x \in A \cap B \xrightarrow{A \cap B \subseteq B} x \in B \rightarrow A \subseteq B \text{ (I)}$$

.6

$$\forall x \in B \xrightarrow{B \subseteq A \cup B} x \in A \cup B \xrightarrow{A \cup B = A \cap B} x \in A \cap B \xrightarrow{A \cap B \subseteq A} x \in A \rightarrow B \subseteq A \text{ (II)}$$

$$\boxed{A = B}$$

الف)  $[A \cap (A' \cup B)] \cup [B' \cap (A \cup B)] \stackrel{\text{توزیع}}{=} (A \cap B) \cup (B' \cap A) \stackrel{\text{توزیع}}{=} A \cap (B \cup B') = A$

ب)  $(A \cap B) - (B \cap C) = (A \cap B) \cap (B \cap C)' = (A \cap B) \cap (B' \cup C') \stackrel{\text{توزیع}}{=} [(A \cap B) \cap B'] \cup [(A \cap B) \cap C'] = \emptyset \cup [(A \cap B) \cap C'] = (A \cap B) \cap C' = (A \cap B) - C = (A - B') - C$

.9

A: سیاه مدعیین نوزاد ۳٪  
 $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\left[ \frac{300}{100} \right]}{300} = \frac{100}{300}$

B: سیاه مدعیین نوزاد ۴٪  
 $P(B) = \frac{\left[ \frac{40}{100} \right]}{300} = \frac{40}{300}$

$P(A \cap B) = \frac{\left[ \frac{20}{100} \right]}{300} = \frac{20}{300}$

.10

الف)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{100 + 40 - 20}{300} = \frac{120}{300} = \frac{2}{5}$

ب)  $P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{40 - 20}{300} = \frac{20}{300} = \frac{1}{15}$

$P(A) = 2P(B) = 3P(A \cap B)$

$\rightarrow P(A) = 3x$   
 $\rightarrow P(B) = \frac{2}{3}x$

.11

$$\frac{P(A \cup B)}{P(A \cap B)} = \frac{P(A) + P(B) - P(A \cap B)}{P(A \cap B)} = \frac{3x + \frac{2}{3}x - x}{x} = \frac{\frac{4}{3}x}{x} = \frac{4}{3}$$

$$P(x), \underbrace{P(x) + \frac{1}{\lambda}}_{P(y)}, \underbrace{P(x) + \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda}}_{P(z)} \rightarrow P(S) = 1$$

$$\underbrace{P(x) + \frac{1}{\lambda}}_{P(y)} = 1 \rightarrow \underbrace{P(x)}_{\frac{5}{24}} = \frac{5}{24} \rightarrow P(x) = \frac{5}{24} \quad P(y) = \frac{5}{24} + \frac{1}{\lambda} = \frac{8}{24}$$

$$P(z) = \frac{5}{24} + \frac{1}{\lambda} = \frac{11}{24} \quad P(\{x, z\}) = P(x) + P(z) = \frac{5}{24} + \frac{11}{24} = \frac{16}{24}$$

.۱۲

تجمع (عدد)	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

$$n(S) = 12$$

الف)  $P(\text{مقدار ۷}) = P(7) = \frac{6}{12}$

ب)  $P(\text{صغیر ۴}) = P(2) + P(3) + P(4) = \frac{1}{12} + \frac{2}{12} + \frac{3}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

.۱۳

$$S = \{a, b, c, d\} \quad P(a) = 2P(b) \quad P(c) = P(d) = \frac{1}{4}$$

$$P(S) = 1 \rightarrow P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1$$

$$2P(b) + P(b) + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1 \rightarrow 3P(b) = 1 - \frac{2}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow P(b) = \frac{1}{6}$$

$$P(a) = 2P(b) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \rightarrow P(a') = 1 - P(a) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$P(\{b, c\}) = P(b) + P(c) = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{2+3}{12} = \frac{5}{12}$$

.۱۴

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح:

جمع بارم: 20 نمره