



نام درس: آمار و احتمال

نام دبیر:

ساعت امتحان:

مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران

آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی

نام و نام خانوادگی:

مقطع و رشته: یازدهم ریاضی

شماره داوطلب:

تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

نمره به عدد:		نمره به حروف:		نمره به عدد:		نمره به حروف:	
نام دبیر:		تاریخ و امضاء:		نام دبیر:		تاریخ و امضاء:	
محل مهر و امضاء مدیر							
ردیف	سؤالات						نمره
۱	درستی یا نادرستی هر یک از گزاره‌های زیر را مشخص کنید. (برای موارد نادرست دلیل بیاورید). الف) مجموعه‌ی تمام زیرمجموعه‌های $(0, 1)$ مجموعه‌ای متناهی است. ب) تعداد افزای‌های یک مجموعه‌ی سه عضوی برابر با شش است. پ) اشتراک مجموعه‌ها دارای خاصیت جابجایی و شرکت‌پذیری است. ت) $\forall x \in \mathbb{R}; \tan x \times \cot x = 1$						۲
۲	ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید. الف) $(2 = 2 \wedge 3 \leq 3) \Rightarrow 3 = 2$ ب) ۲ عدد اول نیست، اگر و تنها اگر ۲ مربع کامل است.						۱
۳	اگر گزاره ((بهنام در انتخابات ریاست جمهوری شرکت می‌کند یا صادق از گربه متنفر است)) درست و گزاره ((بهنام در انتخابات ریاست جمهوری شرکت نمی‌کند)) نادرست باشد، آنگاه آیا صادق از گربه متنفر است؟ چرا؟						۰/۷۵
۴	با استفاده از جدول ارزش درستی گزاره‌ها، گزاره‌ی زیر را ثابت کنید. $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$						۱/۲۵
۵	اگر ۲ عضو به مجموعه‌ی متناهی A اضافه کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۳۸۴ واحد افزایش می‌یابد. تعیین کنید A چند عضو دارد؟						۱
۶	با روش عضوگیری ثابت کنید: $(A \cap B)' = A' \cup B'$						۰/۷۵
۷	دو مجموعه‌ی $A = \{2k - 1 \mid k = 0, 1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{m^2 - m + 1 \mid m = 0, 1, 2, 3\}$ مفروضند. مجموعه‌ی $A \cap B$ را به چند طریق می‌توان افزای کرد به طوری که در این افزای‌ها هیچ دو عدد اولی در یک زیرمجموعه قرار نگیرند.						۱/۵
۸	اگر $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 - 5x + 4 \leq 0\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{W}, 2x - 1 \leq 5\}$ باشد، نمودار حاصل ضرب دکارتی $A \times B$ را رسم کنید.						۱/۵
۹	فرض کنید p, q و r سه گزاره باشند. گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$ در چند حالت از ارزش گزاره‌های p, q و r دارای ارزش درست است؟ توضیح دهید.						۱/۲۵
۱۰	اگر دو مجموعه $A = \{1, \sqrt{324}, b\}$ و $B = \{0, 3a + 7, b^2 + 1\}$ با هم برابر باشند، در این صورت مقادیر a و b را بیابید.						۱
۱۱	در کیسه‌ای ۳ توپ قرمز و ۵ توپ آبی متمایز قرار دارد. یک توپ به تصادف از این کیسه انتخاب کرده و پس از مشاهده آن را کنار گذاشته و دوباره توپ دیگری انتخاب می‌کنیم. در انتخاب این دو توپ فضای نمونه‌ای چند عضوی است؟						۰/۵
صفحه ۱ از ۱							

ردیف	سؤالات	نمره
۱	از بین اعداد ۱ تا ۷ به تصادف سه عدد انتخاب می‌کنیم. احتمال این که مجموع سه عدد فرد باشد چقدر است؟	۱۲
۱/۵	در ظرفی ۳ مهره سفید و x مهره سیاه وجود دارد. ۲ مهره از ظرف خارج می‌کنیم. اگر احتمال سیاه بودن هر دو مهره $\frac{5}{14}$ باشد، تعداد مهره‌های سیاه را بیابید.	۱۳
۱	تاسی را سه بار پرتاب می‌کنیم احتمال آن که حاصل ضرب اعداد رو شده بیشتر از ۱۲۵ باشد را بیابید.	۱۴
۲	از بین اعداد دو رقمی عددی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که عدد حاصل مضرب ۵ باشد ولی مضرب ۲ یا ۳ نباشد چقدر است؟	۱۵
۱/۵	اگر $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ ، $P(A' \cap B') = \frac{1}{8}$ و $P(A') = \frac{5}{8}$ باشد، آنگاه $P(B)$ را به دست آورید.	۱۶
۰/۵	احتمال غیرهم‌شانس را تعریف کنید.	۱۷
صفحه ۲ از ۲		

جمع بارم : ۲۰ نمره

نام درس: آمار و احتمال

نام دبیر:

ساعت امتحان:

مدت امتحان: ۹۰ دقیقه



کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر																														
۱	الف) نادرست – نامتناهی است. پ) درست. ب) نادرست – ۵ افزار وجود دارد. ت) به ازای $x = \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$																															
۲	الف) درست ب) $\underbrace{F \Leftrightarrow F}_T$																															
۳	P: بهنام در انتخابات ریاست جمهوری شرکت می کند. q: صادق از گربه متنفر باشد یا نه. $\left. \begin{array}{l} p \vee q \equiv T \\ \sim P \equiv F \Rightarrow P = T \end{array} \right\} \Rightarrow$																															
۴	<table><tr><td></td><td>q</td><td>q</td><td>$\sim p$</td><td>$p \Rightarrow q$</td><td>$\sim p \vee q$</td></tr><tr><td></td><td>T</td><td>T</td><td>F</td><td>T</td><td>T</td></tr><tr><td></td><td>T</td><td>F</td><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td></td><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td></tr><tr><td></td><td>F</td><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td></tr></table>		q	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \vee q$		T	T	F	T	T		T	F	F	F	F		F	T	T	T	T		F	F	T	T	T	
	q	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \vee q$																											
	T	T	F	T	T																											
	T	F	F	F	F																											
	F	T	T	T	T																											
	F	F	T	T	T																											
۵	$n(A) = a$ $2^{a+2} = 2^a + 384 \Rightarrow 2^{a+2} - 2^a = 384 \Rightarrow a = 7$ $\Rightarrow 2^a(4 - 1) = 384 \Rightarrow 2^a = \frac{384}{3} \Rightarrow 2^a = 128$																															
۶	$x \in (A \cap B)' \Leftrightarrow x \notin A \cap B \Leftrightarrow x \notin A \vee x \notin B$ $\Leftrightarrow x \in A' \vee x \in B'$ $\Leftrightarrow x \in A' \cup B'$																															
۷	$A = \{-1, 1, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 3, 7\}$ $\Rightarrow A \cap B = \{1, 3, 7\}$ $\rightarrow \{\{1\}, \{3\}, \{7\}\}$ افراز اول																															
۸	$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} , \ x^2 - 5x + 4 < 0\} \Rightarrow$ $A = \{2 , 3\}$ $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $A \times B = \{(2, 0), (2, 1), (2, 2) (2, 3), (3, 0), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$ پس:																															

	<table><tr><th>P</th><th>q</th><th>r</th><th>$p \Rightarrow q$</th><th>$p \Rightarrow r$</th><th>$(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$</th></tr><tr><td>T</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td></tr><tr><td>T</td><td>T</td><td>F</td><td>T</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>T</td><td>F</td><td>T</td><td>F</td><td>T</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td></tr><tr><td>T</td><td>F</td><td>F</td><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>T</td><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td></tr></table>	P	q	r	$p \Rightarrow q$	$p \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$	T	T	T	T	T	T	T	T	F	T	F	F	T	F	T	F	T	F	F	T	T	T	T	T	T	F	F	F	F	F	F	T	F	T	T	T	F	F	T	T	T	T	F	F	F	T	T	T	۹
P	q	r	$p \Rightarrow q$	$p \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$																																																			
T	T	T	T	T	T																																																			
T	T	F	T	F	F																																																			
T	F	T	F	T	F																																																			
F	T	T	T	T	T																																																			
T	F	F	F	F	F																																																			
F	T	F	T	T	T																																																			
F	F	T	T	T	T																																																			
F	F	F	T	T	T																																																			
$b = 0$, $3a + 7 = 18 \Rightarrow a = \frac{11}{3}$						۱۰																																																		
تویی که در ابتدا انتخاب شده چه آبی و چه قرمز باشد تفاوتی در تعداد اعضای فضای نمونه‌ای جدید حاصل نمی‌کند و $\binom{7}{2} = \frac{7 \times 6}{2} = 21$ تعداد آن برابر است با:						۱۱																																																		
برای این که حاصل جمع ۳ عدد فرد باشد باید هر ۳ عدد فرد باشد یا ۲ عدد زوج و یکی فرد باشد پس داریم: $\text{احتمال} = \frac{\binom{4}{3} + \binom{3}{2}\binom{4}{1}}{\binom{7}{3}} = \frac{4 + 3 \times 4}{\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2}} = \frac{4 + 12}{35} = \frac{16}{35}$						۱۲																																																		
$\text{احتمال سیاه بودن هر ۲ مهره} = \frac{\binom{x}{2}}{\binom{3+x}{2}} = \frac{\frac{x!}{(x-2)!2!}}{\frac{(x+3)!}{(x+1)!2!}} = \frac{x(x-1)}{(x+3)(x+2)} = \frac{5}{14} \Rightarrow 14x^2 - 14x = 5x^2 + 25x + 30$ $9x^2 - 39x - 30 = 0$ $3(3x^2 - 13x - 10) = 0$ $3x^2 - 13x - 10 = 0$ $\Rightarrow \Delta = 289 \Rightarrow x = \frac{13 \pm \sqrt{289}}{6} \rightarrow x = 5 \text{ ق ق}$ $x = -\frac{2}{3} \text{ غ ق ق}$						۱۳																																																		

۱۴	$n(s) = 216$ حداقل یکی از تاس‌ها باید ۶ باشد $\Rightarrow 125 = 5^3$ انواع حالت: <table><tr><th>تاس اول</th><th>تاس دوم</th><th>تاس سوم</th></tr><tr><td>۵</td><td>۵</td><td>۶</td></tr><tr><td>۵</td><td>۶</td><td>۵</td></tr><tr><td>۶</td><td>۵</td><td>۵</td></tr><tr><td>۵</td><td>۶</td><td>۶</td></tr><tr><td>۶</td><td>۵</td><td>۶</td></tr><tr><td>۶</td><td>۶</td><td>۵</td></tr><tr><td>۶</td><td>۶</td><td>۶</td></tr><tr><td>۶</td><td>۴</td><td>۶</td></tr><tr><td>۴</td><td>۶</td><td>۶</td></tr></table> $\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{216} = \frac{1}{24}$	تاس اول	تاس دوم	تاس سوم	۵	۵	۶	۵	۶	۵	۶	۵	۵	۵	۶	۶	۶	۵	۶	۶	۶	۵	۶	۶	۶	۶	۴	۶	۴	۶	۶
تاس اول	تاس دوم	تاس سوم																													
۵	۵	۶																													
۵	۶	۵																													
۶	۵	۵																													
۵	۶	۶																													
۶	۵	۶																													
۶	۶	۵																													
۶	۶	۶																													
۶	۴	۶																													
۴	۶	۶																													
۱۵	اعدادی دو رقمی که مضرب ۵ هستند ولی مضرب ۲ یا ۳ نیستند؛ ۸۵ و ۶۵ و ۵۵ و ۳۵ و ۲۵ و ۹۵ $\Rightarrow P(A) = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$ $P(A' \cap B') = \frac{1}{8} \Rightarrow (P(A \cup B))' = \frac{1}{8} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{7}{8}$ $P(A') = \frac{5}{8} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{8}$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $\Rightarrow \frac{7}{8} = \frac{3}{8} + P(B) - \frac{2}{8} \Rightarrow P(B) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$																														
۱۶	هر گاه حداقل دو پیشامد ساده از فضای نمونه ای $S = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ احتمال نابرابر داشته باشند، S را فضای نمونه با احتمال غیر هم شانس می‌گوییم.																														
۱۷	تعریف در کتاب درسی																														
جمع بارم : ۲۰ نمره نام و نام خانوادگی مصحح : امضاء:																															