



نام درس: آمار و احتمال  
 نام دبیر:  
 تاریخ امتحان:  
 ساعت امتحان:  
 مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران  
 آزمون پایان ترم نوبت اول

نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: یازدهم ریاضی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:
نام	سؤالات	نمره
۱	مفاهیم زیر را تعریف کنید و سپس مثال بیاورید. الف) گزاره مثال: ب) مجموعه جواب مثال:	
۱	هرگاه گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge \sim q$ درست باشد، ارزش گزاره‌ی $(\sim q \wedge \sim p)$ را بررسی نمایید.	
۱/۵	اگر زیر مجموعه‌های یک مجموعه $k + 3$ عضوی از تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه $k + 1$ عضو $48$ واحد بیشتر است. مقدار $k$ را بیابید.	
۲	ارزش گزاره‌های سوری زیر را تعیین نمایید و سپس <u>نقیض</u> را بنویسید. الف) $\forall x \in P; x = 2k + 1 (k \in \mathbb{N})$ ب) $\exists x \in \mathbb{Z}; ((x > 0) \wedge (1 - 2x > 5))$	
۱	مجموعه ۵ عضوی را به چند طریق می‌توان به دو زیرمجموعه افزایش کرد؟	
۱	فرض کنید $A$ و $B$ دو مجموعه با مجموعه مرجع $U$ باشند و $A \subseteq B$ در این صورت $B' \subseteq A'$ .	
۲	با استفاده از قوانین مجموعه‌ها عبارات زیر را ثابت کنید. الف) $[A \cap (A' \cup B)] \cup [B' \cap (A \cup B)] = A$ ب) $(A \cap B) - (B \cap C) = (A - B') - C$	
۱/۵	اگر $A = [0, 1]$ و $B = (0, 1]$ باشند، شکل حاصل از مجموعه $(A \times B) \cup (B \times A)$ را رسم نمایید.	
۱	به ازای چند مقدار $a$ دو مجموعه $\{a^2 + 3\}$ و $\{2x + 1, x^2 - 2\}$ با هم مساوی اند؟	

۱/۵	اگر $S = \{a, b, c\}$ و $P(a)$ ، $P(b)$ و $P(c)$ سه جمله متوالی یک دنباله هندسه با قدرنسبت $\frac{1}{6}$ باشند، مقدار $P(\{b, c\})$ را بدست آورید.	۱۰
۲	از مجموعه اعداد $\{1, 2, \dots, 200\}$ عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که عدد انتخابی: الف) بر ۲ بخش پذیر باشد ولی بر ۷ بخش پذیر نباشد. ب) بر ۲ یا ۷ بخش پذیر باشد.	۱۱
۱/۵	دو تاس سالم با هم ریخته می‌شوند، مطلوب است: الف) احتمال آنکه مجموع دو عدد رو شده بر ۶ بخش پذیر باشد. ب) احتمال آنکه مجموع دو عدد رو شده حداقل ۱۰ باشد.	۱۲
۱/۵	اگر $A$ و $B$ دو پیشامد باشند و داشته باشیم $P(A) = 2P(B) = 3P(A \cap B)$ ، مطلوب است محاسبه $\frac{P(A \cup B)}{P(A \cap B)}$	۱۳
۱/۵	اگر $S = \{1, 2, 3, 4\}$ و $P(1) = 2P(2) = 3P(3) = 4P(4)$ و $P(\{1, 3\})$ کدام است؟	۱۴
صفحه ی ۲ از ۲		

جمع بارم : ۲۰ نمره



کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول

نام درس: ...  
نام دبیر: ...  
تاریخ امتحان: ...  
ساعت امتحان: ...  
مدت امتحان: ... دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
. ۱	<p>الف) جمله‌های جنبری که در جان حافظه آید، به طور ثابت دارای ارزش درست یا نادرست می‌باشند. مثال: ۲ عددی زوج است (مثلاً مقادیر است)</p> <p>ب) در هر گزاره غالب مجموعه‌ی عضوهای ارزشمند تغییر در گزاره‌ها، گزاره‌ها تبدیل به گزاره‌ای با ارزش درست می‌شود. مثال: در معادله <math>x^2 + 2x + 1 = 0</math>، مجموعه‌ی جواب آن <math>S = \{-1\}</math> است. (مثلاً مقادیر است).</p>	
. ۲	$(P \Rightarrow Q) \wedge \sim Q \equiv T \begin{cases} P \Rightarrow Q \equiv T \\ \sim Q \equiv T \rightarrow Q \equiv F \end{cases} \Rightarrow P \Rightarrow F \equiv T \Rightarrow \boxed{P \equiv F}$ $(\sim P \wedge \sim Q) \equiv \sim(P \vee Q) \equiv \sim(F \vee F) \equiv \sim F \equiv T$	
. ۳	$2^{k+3} = 2^{k+1} + 48 \Rightarrow 2^{k+3} - 2^{k+1} = 48 \rightarrow 2^k (2^2 - 2^0) = 48 \Rightarrow$ $2^k = \frac{48}{4} = 12 = 2^3 \rightarrow \boxed{k=3}$	
. ۴	<p>الف) نادرست. مثال نقض <math>x=2</math> ← نقض گزاره: <math>\exists x \in \mathbb{P}; x \neq 2k+1 (k \in \mathbb{N})</math></p> <p>ب) نادرست. زیرا <math>1-2k &gt; 5</math> یا <math>-2k &gt; 4</math> و <math>(x-2)</math> در هم‌صفتی با <math>(x)</math> نیست. تقصیر گزاره: <math>\forall x \in \mathbb{Z}; (x \leq 5) \vee (1-2k \leq 5)</math></p>	
. ۵	<p>حالت <math>5 = 4+1 \rightarrow \binom{5}{4} \binom{1}{1} = 5</math></p> <p>حالت <math>5 = 3+2 \rightarrow \binom{5}{3} \binom{2}{2} = 10</math></p> <p>حالت <math>5+10=15</math></p>	

$$\begin{array}{l|l} \text{زمن} & A \subseteq B \\ \hline \text{علم} & B' \subseteq A' \end{array}$$

$$\forall x \in B' \xrightarrow{\text{تفرض}} x \notin B \xrightarrow{A \subseteq B} x \notin A \xrightarrow{\text{تفرض}} x \in A'$$

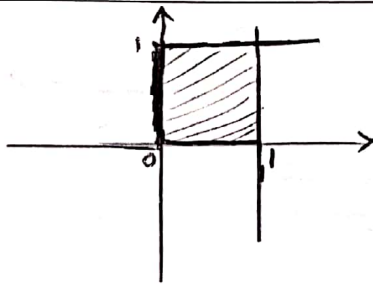
.4

الف)  $[A \cap (A' \cup B)] \cup [B \cap (A \cup B)] \stackrel{\text{بسط}}{=} [A \cap B] \cup [B' \cap A] \stackrel{\text{فالتو}}{=} A \cap (B \cup B') = A$  ✓

ب)  $(A \cap B) - (B \cap C) = (A \cap B) \cap (B \cap C)' \stackrel{\text{دوران}}{=} (A \cap B) \cap (B' \cup C')$  توزيع

$$\begin{aligned} \underbrace{[(A \cap B) \cap B']}_{\phi} \cup [(A \cap B) \cap C'] &= \phi \cup [(A \cap B) \cap C'] = (A \cap B) \cap C' = (A \cap B) - C \\ &= (A - B') - C \quad \checkmark \end{aligned}$$

.v



$$(A \times B) \cup (B \times A)$$

.8

$$x^2 - 2 = 2x + 1 \rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-1 \end{cases}$$

اگر  $x=3 \rightarrow x^2 - 2 = a^2 + 3 \rightarrow 9 - 2 = a^2 + 3 \rightarrow a^2 = 4 \rightarrow a = \pm 2$

اگر  $x=-1 \rightarrow x^2 - 2 = a^2 + 3 \rightarrow 1 - 2 = a^2 + 3 \rightarrow a^2 = -2$  غیر ممکن

.9

$$P(A), P(A) + \frac{1}{4}, P(A) + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \rightarrow P(S) = 1$$

$$3P(A) + \frac{3}{4} = 1 \rightarrow 3P(A) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \rightarrow P(A) = \frac{1}{12}$$

$$P(B) = P(A) + \frac{1}{4} = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$$

$$P(C) = P(A) + \frac{1}{4} = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$$

$$\rightarrow P(B, C) = P(B) + P(C) = \frac{2}{3}$$

.10

$$S = \{1, 2, \dots, 200\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\lfloor \frac{200}{2} \rfloor}{200} = \frac{100}{200} = \frac{1}{2} \quad / \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\lfloor \frac{200}{\sqrt{2}} \rfloor}{200} = \frac{141}{200}$$

$$P(A \cap B) = \frac{\lfloor \frac{200}{2 \times \sqrt{2}} \rfloor}{200} = \frac{14}{200}$$

الف)  $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{100}{200} - \frac{14}{200} = \frac{86}{200}$

ب)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{100}{200} + \frac{141}{200} - \frac{14}{200} = \frac{227}{200}$

.11

مجموع	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

$$n(S) = 34$$

۱۲

الف)  $P(4) + P(12) = \frac{5}{34} + \frac{1}{34} = \frac{6}{34} = \frac{3}{17}$

ب)  $P(10) + P(11) + P(12) = \frac{3}{34} + \frac{2}{34} + \frac{1}{34} = \frac{6}{34} = \frac{3}{17}$

$P(A) = 2P(B) = 2P(A \cap B)$        $\begin{cases} P(A) = 2x \\ P(B) = \frac{2}{3}x \end{cases}$

$\frac{P(A \cup B)}{P(A \cap B)} = \frac{P(A) + P(B) - P(A \cap B)}{P(A \cap B)} = \frac{2x + \frac{2}{3}x - x}{x} = \frac{\frac{4}{3}x}{x} = \frac{4}{3}$

۱۳

$S = \{1, 2, 3, 4\}$        $P(1) = 2P(2) = 3P(3) = 4P(4)$

$P(S) = 1 \rightarrow P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = 1$

$(x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 1) \xrightarrow{\times 12} 12x + 6x + 4x + 3x = 12$

$25x = 12 \rightarrow x = \frac{12}{25} = P(1)$

$P(\{1, 3\}) = P(1) + P(3) = x + \frac{x}{3} = \frac{12}{25} + \frac{12}{75} = \frac{36 + 12}{75} = \frac{48}{75} = \frac{16}{25}$

۱۴

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح:

جمع بارم: 20 نمره