



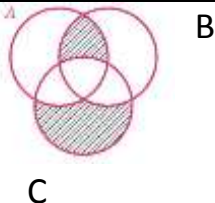
نام درس: آمار و احتمال
 نام دبیر:
 تاریخ امتحان:
 ساعت امتحان:
 مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران

آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی

نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: یازدهم رشته ریاضی
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۳ صفحه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
نام دبیر:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
سؤال	نمره	پاسخ
کدام یک از جملات زیر درست و کدام نادرست است؟ برای جملات نادرست دلیل بیاورید. الف) جمله « به امید پاک شدن هوای تهران » یک گزاره است. ب) اگر $x=2$ و $y=3$ باشد، آنگاه $(x-2)^2+(y-3)^2=0$ است و برعکس.	۰/۷۵	۱
نقیض گزاره « اگر x عددی اول باشد و y زوج نباشد، آنگاه z فرد نیست. » را بنویسید.	۰/۷۵	۲
ارزش گزاره $[p \wedge (\sim q \wedge r)] \vee (q \wedge r) \vee (p \wedge r)$ معادل ارزش کدام یک از گزاره های زیر است؟ چرا؟ $\sim r$ (۴) $p \wedge q$ (۳) $p \vee q$ (۲) r (۱)	۱	۳
به وسیله جدول ارزش گزاره ها توضیح دهید که ارزش گزاره $\sim p \Rightarrow [\sim q \wedge (p \Rightarrow q)]$ درست یا نادرست است؟	۱	۴
نقیض گزاره $\forall x \in (0, +\infty) : x + \frac{1}{x} \geq 2$ را بنویسید و ارزش آن را تعیین کنید. ارزش:	۱	۵
اگر دو مجموعه $A = \{0, 1\}$ و $B = \{x^3 + 5x^2 + 2x - 8, x\}$ برابر باشند، مجموعه $C = \{2x - 1, x, 1, x^2\}$ چند زیرمجموعه دارد؟	۰/۷۵	۶

۱	<p>اگر $A=\{a,b,c,d,e,f\}$ باشد، آنگاه :</p> <p>الف) تعداد زیرمجموعه های A که شامل a و c بوده و فاقد b باشند را بدست آورید.</p> <p>ب) تعداد زیرمجموعه های سه عضوی A که شامل e و فاقد f باشند را بدست آورید.</p>	۷
۰/۷۵	<p>اگر $A=\{1,2,3,4\}$ و $B=\{2,3,4,5\}$ باشند، چند مجموعه مانند X در رابطه $(A \cap B) \subseteq X \subseteq (A \cup B)$ صدق می کند؟</p>	۸
۰/۷۵	<p>تعداد افزایهای مجموعه $A=\{1,2,3,4,5,6\}$ که شامل فقط مجموعه های دو عضوی باشند، کدام است؟</p>	۹
۱	<p>اگر $n \in \mathbb{N}$ و $A_n = \{m \in \mathbb{Z} : m \geq -n, 2^m \leq n\}$، آنگاه مجموعه $A_4 \cap A_3$ چند زیرمجموعه دارد؟</p>	۱۰
۱	<p>اگر $A_i = [-i, \frac{9-i}{2}]$ و $i \in \{1,2,3,\dots,9\}$ باشد، آنگاه $(A_2 \cap A_5) - (A_1 \cap A_7)$ به کدام صورت است؟</p>	۱۱
۰/۷۵	<p>ساده شده عبارت $[(A \cap B) - A] - [(A \cup B) - (A \cap B)]$ چه مجموعه ای است؟</p>	۱۲
۰/۵	<p>یک رابطه برای قسمت هاشورزده زیر بنویسید.</p> 	۱۳
۱	<p>اگر $A=(-2, 1]$ و $B=[0, 2]$ و $C=\{1, 2\}$ باشد، آنگاه نمودارهای $A \times B$ و $C \times A$ را رسم کنید.</p>	۱۴

۲	<p>خانواده های A و B هر کدام دارای ۳ فرزند هستند. با کدام احتمال تعداد دختران خانواده A از تعداد دختران خانواده B بیشتر است؟</p>	۱۵
۲	<p>دو تاس را باهم پرتاب می کنیم. احتمال آن را به دست آورید که :</p> <p>الف) حداقل یک تاس عدد ۶ بیاید.</p> <p>ب) مجموع دو تاس حداقل ۸ شود.</p> <p>ج) تاس اول بزرگتر از تاس دوم بیاید.</p>	۱۶
۲	<p>الف) در پرتاب یک سکه ناسالم، احتمال آمدن «رو» نصف احتمال آمدن «پشت» است. در پرتاب این سکه احتمال ظاهر شدن رو و پشت را حساب کنید.</p> <p>ب) سه دونه a و b و c در مسابقه ای شرکت کرده اند. اگر احتمال برد a دو برابر برد b و احتمال برد b سه برابر برد c باشد. احتمال برد b را حساب کنید.</p>	۱۷
۲	<p>سه تاس را با هم پرتاب می کنیم. احتمال آن را بدست آورید که :</p> <p>الف) حداقل یک تاس مضرب ۳ بیاید.</p> <p>ب) هر سه تاس زوج بیایند.</p>	۱۸



کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تمصیلی

نام درس: آمار و احتمال
 نام دبیر:
 تاریخ امتحان:
 ساعت امتحان:
 مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر																																													
1	الف) نادرست - زیرا جمله احساسی است و گزاره باید جمله خبری باشد. ب) درست																																														
۲	X عددی اول است و Y زوج نیست و Z فرد است.																																														
3	گزینه «۱» روش اول: اگر گزاره موردنظر در صورت سوال را S بنامیم، آنگاه طبق جدول ارزش گزاره ها داریم:																																														
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>P</th> <th>q</th> <th>r</th> <th>~p</th> <th>~q</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td></tr> <tr><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>ن</td></tr> <tr><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td></tr> </tbody> </table>	P	q	r	~p	~q	د	د	د	ن	ن	د	د	ن	ن	ن	د	ن	د	ن	د	د	ن	ن	ن	د	ن	د	د	د	ن	ن	د	ن	د	ن	ن	ن	د	د	د	ن	ن	ن	د	د	
	P	q	r	~p	~q																																										
	د	د	د	ن	ن																																										
	د	د	ن	ن	ن																																										
	د	ن	د	ن	د																																										
	د	ن	ن	ن	د																																										
	ن	د	د	د	ن																																										
	ن	د	ن	د	ن																																										
	ن	ن	د	د	د																																										
ن	ن	ن	د	د																																											
<table border="1"> <thead> <tr> <th>p^r</th> <th>q^r</th> <th>~q^r</th> <th>~p^(~q^r)</th> <th>S</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> </tbody> </table>	p^r	q^r	~q^r	~p^(~q^r)	S	د	د	ن	ن	د	ن	ن	ن	ن	ن	د	ن	د	ن	د	ن	ن	ن	ن	ن	ن	د	ن	ن	د	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	د	د	د	ن	ن	ن	ن	ن		
p^r	q^r	~q^r	~p^(~q^r)	S																																											
د	د	ن	ن	د																																											
ن	ن	ن	ن	ن																																											
د	ن	د	ن	د																																											
ن	ن	ن	ن	ن																																											
ن	د	ن	ن	د																																											
ن	ن	ن	ن	ن																																											
ن	ن	د	د	د																																											
ن	ن	ن	ن	ن																																											
همان طور که در جدول مشاهده می گردد، ارزش گزاره موردنظر دقیقاً معادل ارزش گزاره ۲ است.																																															
روش دوم: طبق قوانین توزیع پذیری، شرکت پذیری و جابجایی و دموگان داریم:																																															
$[\sim p^{(\sim q^r)}] \vee (q^r) \vee (p^r)$ $\equiv [(\sim p^{\sim q})^r] \vee [(q^r) \vee (p^r)]$ $\equiv [\sim (p \vee q)^r] \vee [(q \vee p)^r]$ $\equiv [\sim (p \vee q) \vee (p \vee q)]^r \equiv r$ <p style="text-align: center;">T</p>																																															

مطابق جدول ارزش گزاره ها داریم:

P	q	$\sim p$	$\sim q$
د	د	ن	ن
د	ن	ن	د
ن	د	د	ن
ن	ن	د	د

4

$p \rightarrow q$	$\sim q \wedge (p \rightarrow q)$	$[\sim q \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow \sim p$
د	ن	د
ن	ن	د
د	ن	د
د	د	د

بنا بر این ارزش گزاره مورد نظر ، همواره درست است.

5

ارزش: چون به ازای هیچ مقدار مثبتی از x ، $x + \frac{1}{x} < 2$ نمی شود، پس ارزش گزاره فوق نادرست است.

6

دو مجموعه زمانی مساوی اند که اعضای یکسانی داشته باشند.

$A=B \rightarrow \begin{cases} \text{حالت اول : } x=0 \text{ و } x^3 + 5x^2 + 2x - 8 = -8 \\ \text{حالت دوم : } x=1 \text{ و } x^3 + 5x^2 + 2x - 8 = 0 \end{cases}$

حالت اول واضح است که امکان پذیر نیست پس $x=1$ بوده و $C=\{1\}$ است و 1 عضو دارد و $2^1 = 2$ زیر مجموعه دارد.

7

(الف) $\left\{ \frac{1}{a} \times \frac{1}{b} \times \frac{1}{c} \times \frac{2}{d} \times \frac{2}{e} \times \frac{2}{f} \right\} = 8$

$e \leftarrow \quad \rightarrow f$

(ب) $\binom{6-1-1}{3-1} = \binom{4}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$

$e \leftarrow$

8

با توجه به این که $A \cap B = \{2,3,4\}$ و $A \cup B = \{1,2,3,4,5\}$ پس در X ، $\{4,3,2\}$ باید باشند و یک حالتی هستند ولی $\{1,5\}$ هم می توانند باشند و هم می توانند نباشند پس دو حالتی هستند. در نتیجه X ، 4 حالت دارد.

9

$$\frac{\binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2}}{3!} = 15$$

10

$A_3 = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$
 $A_4 = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$
 $\rightarrow A_3 \cap A_4 = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$

پس 5 عضو و در نتیجه $2^5 = 32$ زیر مجموعه دارد.

11

طبق تعریف مجموعه A_i خواهیم داشت:

$A_1 = [-1, 4]$
 $A_2 = [-2, \frac{7}{2}]$
 $A_5 = [-5, 2]$
 $A_7 = [-7, 1]$
 $A_2 \cap A_5 = [-2, 2] \quad A_1 \cap A_7 = [-1, 1]$
 $(A_2 \cap A_5) - (A_1 \cap A_7) = [-2, 2] - [-1, 1] = [-2, -1) \cup (1, 2]$

می دانیم $(A \cap B) \subseteq A$ است. بنابر این :

$$(A \cap B) - A = \emptyset$$

12

بنابر این حاصل عبارت داده شده \emptyset است.

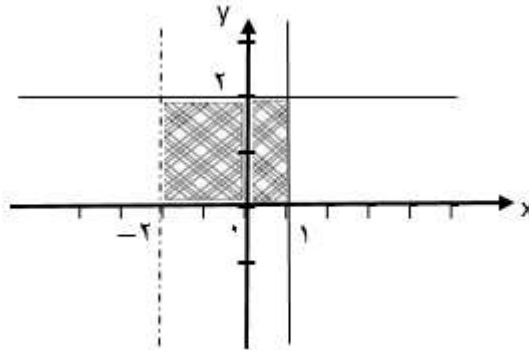
$$[(A \cap B) - C] \cup [C - (A \cup B)]$$

13

هر رابطه ای علاوه بر این هم، اگر قسمت هاشور زده ها نشان دهد قابل قبول است.

$$A \times B = (-2, 1] \times [0, 2]$$

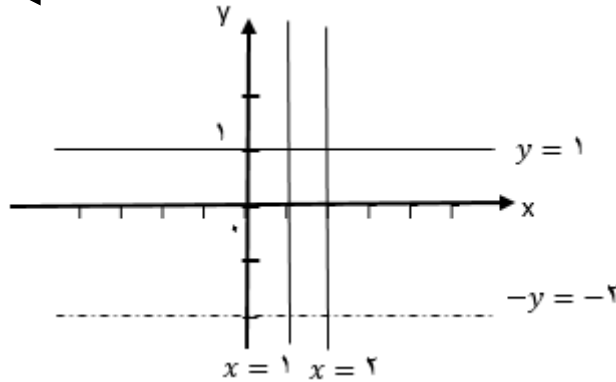
↳ x y ↴



→ شکل مستطیلی به اضلاع ۲ و ۳ می شود

$$C \times A = \{1, 2\} \times (-2, 1]$$

↳ x y ↴



→ شکل دو پاره خط می شود

14

$$n(S) = 2^3 \times 2^3 = 64$$

خانواده A خانواده B

1-----0

2-----0

2-----1

3-----0

3-----1

3-----2

15

$$n(A) = \binom{3}{1} \times \binom{3}{0} + \binom{3}{2} \times \binom{3}{0} + \binom{3}{2} \times \binom{3}{1} + \binom{3}{3} \times \binom{3}{0} + \binom{3}{3} \times \binom{3}{1} + \binom{3}{3} \times \binom{3}{2} = 22$$

$$\rightarrow p = \frac{22}{64} = \frac{11}{32}$$

<p>الف) $n(s) = 6^2 = 36$. $A = \{(6, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}) \mid (\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}, 6)\}$</p> <hr/> <p>$n(A) = 11 \rightarrow p = \frac{11}{36}$</p> <p>ب) $n(s) = 36 \cdot A = \{(2,6) \mid (3, \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}) \mid (4, \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}) \mid (5,4) \mid (6, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix})\}$ $n(A) = 15$</p> <p>$\rightarrow p = \frac{15}{36}$</p> <p>ج) $n(s) = 36 \cdot A = \{(2,1) \mid (3, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}) \mid (4, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}) \mid (5, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}) \mid (6, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix})\}$</p> <p>$n(A) = 15 \quad p = \frac{15}{36}$</p>	16
<p>الف) $s = \{پ, ر\}$ $p(پ) + p(ر) = 1$ $p(پ) + \frac{p(پ)}{2} = 1$ $\frac{3}{2}p(پ) = 1 \rightarrow p(پ) = \frac{2}{3}$ $p(ر) = \frac{1}{3}$</p> <p>ب) $p(a) = 2p(b)$ $p(b) = 3p(c)$ $s = \{a, b, c\} \rightarrow \frac{p(a)}{2x} + \frac{p(b)}{x} + \frac{p(c)}{\frac{x}{3}} = 1 \rightarrow \frac{10}{3}x = 1 \quad x = \frac{3}{10}$</p>	17
<p>الف) هر سه تاس مضرب ۳ نیابند) $p = 1 - (\dots)$ $p = 1 - (\frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6}) = 1 - \frac{8}{27} = \frac{19}{27}$</p> <p>ب) $p = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$</p> <p>تاس سوم زوج بیاید \rightarrow تاس دوم زوج بیاید \rightarrow تاس اول زوج بیاید</p>	18