



نام درس: آمار و احتمال

نام دبیر:

ساعت امتحان:

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران

آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی

نام و نام خانوادگی:

مقطع و رشته: یازدهم ریاضی

شماره داوطلب:

تعداد صفحه سؤال: ۴ صفحه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
ردیف	سؤالات	نمره
۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) ----- یک جمله خبری است که دقیقاً درست یا نادرست باشد. ب) هر مجموعه نامتناهی دارای ----- زیرمجموعه متناهی است. ج) علم -----، بررسی یک نمونه نامعلوم از یک جامعه معلوم است. د) به هر عضو فضای نمونه ----- می‌گوییم.	۱
۲	گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$ با چه گزاره‌ای هم‌ارز است؟	۱
۳	ارزش گزاره‌های زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید و سپس <u>نقیض</u> هر یک را بنویسید. الف) $\forall x \in R \quad \sin x + \cos x = 1$ ب) $\exists x \in \mathbb{N} ; \forall y \in \mathbb{N} \quad x > y$ ج) $\forall x \in \mathbb{R}; x + \frac{1}{x} \geq 2$	۱/۵
۴	ثابت کنید هرگاه n عددی صحیح و n^2 مضرب ۳ باشد، آنگاه n مضرب ۳ است.	۱
۵	اگر گزاره $p \Rightarrow (q \Rightarrow \sim p)$ نادرست باشد، مطلوب است ارزش گزاره‌های: الف) $p \wedge q$ ب) $\sim p \vee q$ ج) $\sim p \Rightarrow \sim q$	۱/۵
صفحه ی ۱ از ۴		

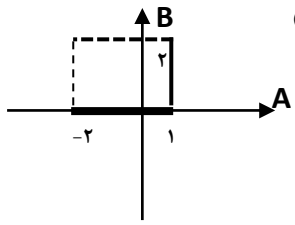
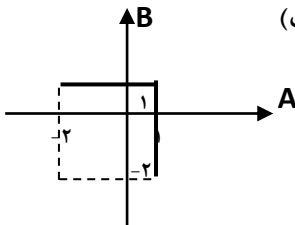
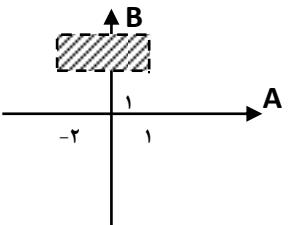
۶	مجموعه متناهی A را در نظر بگیرید. اگر ۲ عضو به اعضای A اضافه کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۴۸ واحد افزایش می‌یابد. مطلوب است: الف) تعداد اعضای A ب) تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی A ج) تعداد زیرمجموعه‌های غیر تهی و سره مجموعه A	۱/۵
۷	مجموعه‌ی $A = \{a, b, c, d, e\}$ را در نظر بگیرید. تعداد افزایش‌های زیر را محاسبه کنید. الف) شامل مجموعه‌های دو عضوی و سه عضوی باشد. ب) حداقل یک مجموعه‌ی دو عضوی داشته باشد.	۱/۵
۸	مجموعه‌های A و B و C و D با مرجع U را در نظر بگیرید. به روش عضوگیری ثابت کنید اگر $C \subseteq D, A \subseteq B$ آنگاه: الف) $A \cap C \subseteq B \cap D$ ب) $A \cap C \subseteq B \cup D$	۱
۹	به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: الف) $[A \cap (A' \cup B)] \cup [B' \cap (A \cup B)] = A$ ب) $[(A \cap B) - A] \cup [(A \cup B) - B] = A - B$	۲
صفحه ی ۲ از ۴		

۱۰	اگر $A = \{a, b, c\}$ و $B = \{b, c, e, f, g\}$ ، مجموعه $A^2 \cup B^2$ چند عضو دارد؟	۱
۱۱	اگر $A = (-2, 1]$ و $B = [0, 2)$ مطلوب است : الف) نمودار $A \times B$ ب) نمودار A^2 ج) نمودار $A \times B - A^2$	۱/۵
۱۲	دو تاس سالم را همزمان باهم پرتاب می کنیم. احتمال های زیر را بیابید. الف) مجموع دو عدد رو شده مضرب ۴ باشد. ب) مجموع دو عدد رو شده بر ۱۰ بخش پذیر باشد.	۱
۱۳	اگر $P(A \cup B') = 0/6$ و $P(A' \cup B) = 0/7$ و $P(A' \cup B') = 0/8$ ، حاصل $P(A \cup B)$ را بیابید.	۱
صفحه‌ی ۳ از ۴		

۱/۵	۱۴ از مجموعه اعداد $\{1, 2, \dots, 100\}$ عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که عدد انتخابی : الف) بر ۴ بخش پذیر باشد ولی بر ۶ بخش پذیر نباشد. ب) بر ۴ یا بر ۶ بخش پذیر باشد. ج) بر ۴ یا ۶ بخش پذیر باشد ولی بر هر دو بخش پذیر نباشد.	
۱	۱۵ سه فرد a و b و c در مسابقه‌ای شرکت می‌کنند. اگر احتمال برنده شدن a، ۳ برابر احتمال برد b و احتمال برنده شدن b یا c، ۲ برابر احتمال برد a باشد، با توجه به اینکه مسابقه تنها یک برنده دارد، احتمال برنده شدن c چقدر است؟	
۱	۱۶ در پرتاب یک تاس، احتمال مشاهده هر عدد، متناسب با همان عدد است. اگر این تاس را به هوا پرتاب کنیم، احتمال اینکه عدد مشاهده شده حداقل ۳ باشد را بدست آورید.	



کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف (گزاره ب (بی شمار ج (احتمال د (برآمد	
۲	$(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q) \equiv \sim p \vee (q \wedge \sim q) \equiv \sim p \vee F \equiv \sim p$	
۳	الف (نادرست، اگر $x = \pi$ داریم: $\sin \pi + \cos \pi = -1 \neq 1$ نقیض: $\exists x \in \mathbb{R}; \sin \pi + \cos \pi \neq 1$ ب (نادرست، زیرا مجموعه اعداد طبیعی از بالا کراندار نیست. نقیض: $\forall x \in \mathbb{N}; \exists y \in \mathbb{N}; x \leq y$ ج (نادرست. اگر $x = 0$ نقیض: $\exists x \in \mathbb{R}; x + \frac{1}{x} < 2$	
۴	مساله را با کمک عکس نقیض آن ثابت می کنیم. فرض می کنیم: $n \neq 3k \rightarrow n^2 \neq 9k^2 = 3(3k^2) \rightarrow n^2 \neq 3k'^2$ $k' \in \mathbb{R}$	
۵	اگر $p \Rightarrow (q \Rightarrow \sim p)$ نادرست باشد، نتیجه می شود که ارزش p نادرست و ارزش q درست است. الف ($p \wedge q \equiv T$ ب ($p \vee q \equiv F \vee T \equiv T$ ج ($F \Rightarrow T \equiv T$	
۶	الف ($n(A) = n$ $2^{n+2} = 2^n + 48 \rightarrow 2^n \cdot 2^2 = 2^n + 48 \rightarrow 2^n(4 - 1) = 48 \rightarrow 2^n = 16 \rightarrow n = 4$ ب ($\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = 6$ ج ($2^4 - 2 = 16 - 2 = 14$	
۷	الف ($\binom{5}{3} = \binom{2}{2} = 10$ ب ($5 = 3 + 2$ تعداد ها افراز $5 = 3 + 2 \rightarrow 10$ تعداد افرازها $\frac{\binom{5}{2}\binom{3}{2}\binom{1}{1}}{2!} = 15$ تعداد افرازها $\frac{\binom{5}{2}\binom{3}{1}\binom{2}{1}\binom{1}{1}}{3!} = 10$ $5 = 2 + 1 + 1 + 1 \rightarrow$ تعداد کل افرازها $= 10 + 15 + 10 = 35$	
۸	الف ($\forall x \in A \cap C \rightarrow x \subseteq A \wedge x \subseteq C \xrightarrow{A \subseteq B, C \subseteq D} x \in B \wedge x \in D \rightarrow x \in B \cap D$ ب (طبق قسمت الف: $A \cap C \subseteq B \cap D$ و می دانیم $B \cap D \subseteq B \cup D$. پس: $\forall x \in A \cap C \rightarrow x \in B \cap D \xrightarrow{B \cap D \subseteq B \cup D} x \in B \cup D$	
۹	الف ($[A \cap (A' \cup B)] \cup [B' \cap (A \cup B)] = [(A \cap A') \cup (A \cap B)] \cup [(B' \cap A) \cup (B' \cap B)] =$ $(A \cap B) \cup (B' \cap A) = A \cap (B \cup B') = A$ ب ($[(A \cap B) - A] \cup [(A \cup B) - B] = [(A \cap B) \cap A'] \cup [(A \cup B) \cap B'] = [(A \cap A') \cap B] \cup$ $[(A \cap B') \cup (B \cap B')] = \emptyset \cup (A \cap B') = A - B$	
۱۰	$n(A) = 3$ $n(B) = 5$ $n(A \cap B) = 2$ $n(A^2 \cup B^3) = n(A^3) + n(B^3) - (n(A \cap B))^2 = 3^2 + 5^2 - 2^2 = 9 + 25 - 4 = 30$	
۱۱	الف ( ب ( ج (	

الف) $n(S) = 36$ $P(4 \text{ مضرب}) = P(4) + P(8) + P(12) = \frac{3}{36} + \frac{5}{36} + \frac{1}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$	۱۲
ب) $P(10 \text{ بخش پذیر}) = P(10) = \frac{3}{36}$ $P(A' \cup B') = 0/8 \rightarrow 1 - P(A \cap B) = 0/8 \rightarrow P(A \cap B) = 0/2$ $(A \cap B)'$ $P(A \cup B') = 0/6 \rightarrow 1 - P(A' \cap B) = 0/6 \rightarrow P(B - A) = 0/4$ $(A' \cap B)'$ $B - A$ $\rightarrow P(B) - P(A \cap B) = 0/4 \rightarrow P(B) = 0/6$ $P(A' \cup B) = 0/7 \rightarrow 1 - P(A \cap B') = 0/7 \rightarrow P(A \cap B') = 0/3 \rightarrow$ $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0/3 \rightarrow P(A) = 0/5$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/5 + 0/6 - 0/2 = 0/9$	۱۳
$n(S) = 100$ پیشامد آنکه بر ۶ بخش پذیر باشد B $A =$ پیشامد آنکه بر ۴ بخش پذیر باشد الف) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{[100]}{4} - \frac{[100]}{12} = \frac{25-8}{100} = \frac{17}{100}$ ب) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{[100]}{4} + \frac{[100]}{6} - \frac{[100]}{12} = \frac{25+16-8}{100} = \frac{33}{100}$ ج) $P((A - B) \cup (B - A)) = P(A - B) + P(B - A) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) =$ $\frac{[100]}{4} + \frac{[100]}{6} - 2 \times \frac{[100]}{12} = \frac{25+16-16}{100} = \frac{25}{100}$	۱۴
$P(a) = 3P(b)$ $P(\{b, c\}) = 2P(a)$ $P(a) + P(\{b, c\}) = 1 \rightarrow P(a) + 2P(a) = 1 \rightarrow P(a) = \frac{1}{3}$ $P(b) = \frac{1}{a} \rightarrow P(c) = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$	۱۵
$S = \{1, 2, \dots, 6\}$ $P(1) = x$, $P(2) = 2x$, $P(3) = 3x$, $P(4) = 4x$, $P(5) = 5x$, $P(6) = 6x$ $P(S) = 1 \rightarrow x + 2x + 3x + 4x + 5x + 6x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{21}$ $P(3 \text{ حداقل}) = P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 3x + 4x + 5x + 6x = 18x = 18 \times \frac{1}{21} = \frac{6}{7}$	۱۶
نام و نام خانوادگی مصحح : امضاء:	جمع بارم : ۲۰ نمره