



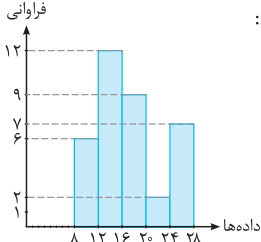
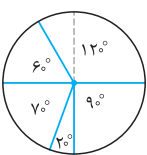
سؤالات امتحان درس: آمار و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال یازدهم دوره دوم متوسطه	امتحان پایان سال		

ردیف	سؤالات	نمره												
۱	ارزش هر یک از گزاره‌های سوری زیر را مشخص کرده و سپس نقیض هر یک را بنویسید. $(\bar{A}) : \exists x \in \mathbb{N} : x^2 + 1 > x + 1$ (ب) $q : \exists x \in \mathbb{N} : 1 < x < 4$ (پ) $r : \exists x \in \mathbb{R} : \frac{4x-1}{4} = \frac{3x+2}{3}$	۱/۵												
۲	با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: $(A' - B) \cup (B' \cup A)' = A'$	۱												
۳	مجموعه‌های $A = \{2^k \mid k \in \mathbb{W}, k \leq 1\}$ و $B = \{x^2 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 3\}$ مفروض‌اند: (\bar{A}) و B را با نوشتن اعضا مشخص کنید. (ب) مجموعه $A^2 - (A \times B)$ را با نوشتن اعضا مشخص کنید.	۱												
۴	سه ظرف یک شکل داریم که در ظرف اول ۵ مهره سفید و ۳ مهره قرمز و در ظرف دوم ۴ مهره سفید و ۴ مهره قرمز و در ظرف سوم همه مهره‌ها قرمزند. یک ظرف را به تصادف انتخاب و مهره‌ای را از آن خارج نموده‌ایم. احتمال آن را بیابید که مهره انتخابی قرمز باشد.	۱/۵												
۵	یک شرکت نفتی آزمایشات خود را در دو منطقه دنبال می‌کند. مدیران شرکت، احتمال وجود نفت در منطقه اول را ۰/۶ و در منطقه دوم ۰/۷ می‌دانند. احتمال این‌که حداقل در یک منطقه نفت وجود داشته باشد، چقدر است؟	۱												
۶	سکه‌ای همگن را سه بار می‌اندازیم، اگر A پیشامد رخ دادن پشت در پرتاب سوم و B پیشامد رخ دادن دقیقاً دو پشت در سه پرتاب سکه باشد، (\bar{A}) و $P(A)$ و $P(B)$ را محاسبه کنید. (ب) آیا دو پیشامد A و B مستقل هستند؟	۲												
۷	احتمال اصابت موشکی به یک جنگنده ۰/۲ است. با اصابت یک موشک، جنگنده سقوط می‌کند. احتمال این‌که در پرتاب چهارمین موشک، جنگنده سقوط کند، چقدر است؟	۱/۵												
۸	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید. (\bar{A}) نمودار میله‌ای برای متغیرهای و مناسب است. (ب) نمودار دایره‌ای برای متغیرهای و مناسب است. (پ) چارک دوم نام دارد. (ت) اگر واریانس برابر صفر باشد، آن‌گاه	۱												
۹	جدول زیر مفروض است. نمودار بافت‌نگاشت و نمودار دایره‌ای را برای داده‌ها رسم کنید.	۲												
	<table border="1"> <tr> <td>داده‌ها</td> <td>۸-۱۲</td> <td>۱۲-۱۶</td> <td>۱۶-۲۰</td> <td>۲۰-۲۴</td> <td>۲۴-۲۸</td> </tr> <tr> <td>فراوانی</td> <td>۶</td> <td>۱۲</td> <td>۹</td> <td>۲</td> <td>۷</td> </tr> </table>	داده‌ها	۸-۱۲	۱۲-۱۶	۱۶-۲۰	۲۰-۲۴	۲۴-۲۸	فراوانی	۶	۱۲	۹	۲	۷	
داده‌ها	۸-۱۲	۱۲-۱۶	۱۶-۲۰	۲۰-۲۴	۲۴-۲۸									
فراوانی	۶	۱۲	۹	۲	۷									
۱۰	اگر میانگین داده‌های $3 - 5x_1 - 3, 5x_2 - 3, \dots, 5x_n - 3$ برابر ۲۷ باشد، میانگین داده‌های $\frac{1}{3}x_1 - 1, \frac{1}{3}x_2 - 1, \dots, \frac{1}{3}x_n - 1$ را به دست آورید.	۱												
۱۱	اگر نمودار جعبه‌ای زیر، نمرات درس آمار و احتمال یک کلاس را مشخص کند، مطلوب است: (\bar{A}) چارک اول و چارک سوم این نمودار (ب) وجود میانه در سمت راست جعبه نشانگر چه ویژگی از این داده‌ها می‌باشد؟ (پ) چند درصد از دانش‌آموزان این کلاس دارای نمرات درس آمار و احتمال ۱۵ و بیش‌تر از ۱۵ می‌باشند؟	۱/۵												
۱۲	نوع هر یک از متغیرهای زیر را مشخص کنید. (\bar{A}) هوش افراد یک کشور (ب) قیمت طلا در یک روز (پ) فاصله بین خانه تا مدرسه (ت) مراحل زندگی انسان	۱												
۱۳	می‌خواهیم یک نمونه تصادفی از نمرات درس آمار و احتمال دانش‌آموزان شهر تهران تهیه کنیم. بهترین روش نمونه‌گیری چیست؟ (توضیح دهید به چه صورتی امکان‌پذیر است.)	۱												
۱۴	انحراف معیار و ضریب تغییرات داده‌های روبه‌رو را پیدا کنید. $13, 13, 13, 14, 14, 14, 16, 16, 16, 16, 17, 18$	۱/۵												
۱۵	در یک نمونه ۱۰۰ عضوی، میانگین برابر ۶۸ می‌باشد. اگر انحراف معیار جامعه $\sigma = 5$ باشد، برآورد میانگین با اطمینان ۹۵ درصد را به دست آورید.	۱/۵												
۲۰	جمع نمره													

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان درس: آمار و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک
سال یازدهم دوره دوم متوسطه	امتحان پایان سال

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	<p>(آ) گزاره p نادرست است، زیرا $x=1 \Rightarrow 1^2+1 \neq 1+1$ و نقیض آن عبارت است از: $\sim p: \exists x \in \mathbb{N}: x^2+1 \leq x+1$</p> <p>(ب) گزاره q به ازای $x=2$ و $x=3$ درست است و نقیض آن به صورت مقابل است: $\sim q: \forall x \in \mathbb{N}: (x < 1) \vee (x > 4)$</p> <p>(پ) گزاره r نادرست است. زیرا معادله طبق محاسبات مقابل جواب ندارد: $\frac{4x-1}{4} = \frac{3x+2}{3} \Rightarrow 12x-3=12x+8 \Rightarrow -3=8$</p> <p>و نقیض آن به صورت مقابل است: $\sim r: \forall x \in \mathbb{R}: \frac{4x-1}{4} \neq \frac{3x+2}{3}$</p>	۱/۵
۲	<p>$(A' - B) \cup (B' \cup A)'$ تبدیل تفاضل به اشتراک $(A' \cap B') \cup (B' \cup A)'$</p> <p>$(A' \cap B') \cup (B' \cup A)'$ فاکتورگیری $A' \cap (B' \cup B) = A' \cap U = A'$</p> <p>$(A' \cap B') \cup (B \cap A')$ جابه‌جایی</p> <p>دمورگان</p>	۱
۳	<p>(آ) $A = \{3^0, 2^1\} = \{1, 2\}$, $B = \{1^2, 2^2, 3^2\} = \{1, 4, 9\}$</p> <p>(ب) $A \times B = \{(1,1), (1,4), (1,9), (2,1), (2,4), (2,9)\}$, $A^2 = A \times A = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)\}$</p> <p>$(A \times B) - A^2 = \{(1,4), (1,9), (2,4), (2,9)\}$</p>	۱
۴	<p>A : پیشامد قرمز بودن مهره انتخابی</p> <p>B_1 : پیشامد انتخاب مهره از ظرف اول</p> <p>B_2 : پیشامد انتخاب مهره از ظرف دوم</p> <p>B_3 : پیشامد انتخاب مهره از ظرف سوم</p> <p>چون احتمال انتخاب یک مهره از هر ظرف برابر $\frac{1}{3}$ می‌باشد، پس $P(B_1) = P(B_2) = P(B_3) = \frac{1}{3}$، با توجه به فرمول</p> <p>احتمال کل داریم:</p> $P(A) = P(B_1)P(A B_1) + P(B_2)P(A B_2) + P(B_3)P(A B_3)$ $P(A) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{8} + \frac{1}{3} \times 1 = \frac{3+4+8}{24} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$	۱/۵
۵	<p>P(B) : احتمال وجود نفت در منطقه دوم ، P(A) : احتمال وجود نفت در منطقه اول</p> <p>دو منطقه مستقل از یکدیگر فرض می‌شوند، بنابراین احتمال این‌که هر دو چاه به نفت برسند، برابر است با:</p> $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0.06 \times 0.07 = 0.0042$ <p>احتمال این‌که حداقل یکی از این دو منطقه به چاه نفت برسند:</p> $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.06 + 0.07 - 0.0042 = 0.1258$	۱
۶	<p>(آ) پیشامد رو آمدن را با «ر» و پیشامد پشت آمدن را با «پ» نشان می‌دهیم، داریم:</p> <p>$S = \{(پ, پ), (پ, ر), (ر, پ), (ر, ر), (پ, پ, پ), (پ, پ, ر), (پ, ر, پ), (پ, ر, ر), (ر, پ, پ), (ر, پ, ر), (ر, ر, پ), (ر, ر, ر)\}$</p> <p>$A = \{(پ, پ, پ), (پ, پ, ر), (پ, ر, پ), (پ, ر, ر)\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$</p> <p>$B = \{(پ, پ, پ), (پ, پ, ر), (پ, ر, پ), (پ, ر, ر)\} \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{8}$</p> <p>$A \cap B = \{(پ, پ, پ), (پ, پ, ر)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ (ب)</p> <p>دو پیشامد A و B مستقل نیستند. $\frac{1}{4} = P(A \cap B) \neq P(A).P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{16}$</p>	۲
۷	<p>با توجه به مستقل بودن پرتاب هر موشک و متمم آن، یعنی موشک به جنگنده اصابت نکند، می‌توانیم احتمال این‌که در پرتاب چهارمین موشک، جنگنده سقوط کند را از فرمول زیر به دست آوریم:</p> $P(A') = 1 - P(A) = 1 - 0.02 = 0.98$ $P(A' \cap A' \cap A' \cap A) = P(A')P(A')P(A')P(A) = \frac{P(A)=0.02, P(A')=0.98}{0.98 \times 0.98 \times 0.98 \times 0.02} = 0.1024$	۱/۵
۸	<p>(آ) کمی گسسته و کیفی</p> <p>(ب) کمی گسسته و کیفی</p> <p>(پ) میانه</p> <p>(ت) داده‌ها، همه با هم برابرند.</p>	۱

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان درس: آمار و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک
سال یازدهم دوره دوم متوسطه	امتحان پایان سال

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۹	<p>در نمودار بافت‌نگاشت، داده‌ها را روی محور افقی و فراوانی را روی محور عمودی مشخص می‌کنیم:</p>  <p>در نمودار دایره‌ای ابتدا مجموع فراوانی‌ها را به دست می‌آوریم:</p> $\text{مجموع فراوانی} = ۶ + ۱۲ + ۹ + ۲ + ۷ = ۳۶$ <p>با توجه به زاویه مرکزی می‌توانیم هر قسمت را متناسب با فراوانی نسبی آن دسته طبق فرمول $\alpha = \text{نسبی} \times ۳۶^\circ$ فراوانی نسبی به دست آوریم:</p> <p>دسته اول: $\alpha = \frac{۶}{۳۶} \times ۳۶^\circ = ۶^\circ$ دسته دوم: $\alpha = \frac{۱۲}{۳۶} \times ۳۶^\circ = ۱۲^\circ$</p> <p>دسته سوم: $\alpha = \frac{۹}{۳۶} \times ۳۶^\circ = ۹^\circ$ دسته پنجم: $\alpha = \frac{۷}{۳۶} \times ۳۶^\circ = ۷^\circ$ دسته چهارم: $\alpha = \frac{۲}{۳۶} \times ۳۶^\circ = ۲^\circ$</p> 	۲
۱۰	<p>اگر میانگین داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n را \bar{x} بگیریم، آن‌گاه میانگین داده‌های $5x_1 - 3, 5x_2 - 3, \dots, 5x_n - 3$ برابر $5\bar{x} - 3$ است، پس داریم:</p> $5\bar{x} - 3 = ۲۷ \Rightarrow 5\bar{x} = ۳۰ \Rightarrow \bar{x} = ۶$ <p>در نتیجه میانگین داده‌های $\frac{1}{4}x_1 - 1, \frac{1}{4}x_2 - 1, \dots, \frac{1}{4}x_n - 1$ برابر است با:</p> $\frac{1}{4}\bar{x} - 1 = \frac{1}{4} \times ۶ - 1 = ۳ - 1 = ۲$	۱
۱۱	<p>(آ) $Q_3 = ۱۹$ چارک سوم $Q_1 = ۱۵$ چارک اول</p> <p>(ب) میانه نشانگر آن است که ۵۰٪ نمرات در این بازه قرار دارند و بیانگر آن است که فشردگی در سمت راست میانه ($Q_3 = ۱۸$) بیشتر است و پراکندگی نمرات در سمت چپ میانه بیشتر می‌باشد.</p> <p>(پ) چون $Q_1 = ۱۵$ چارک اول می‌باشد، در نتیجه ۷۵٪ دانش‌آموزان، دارای نمرات درس آمار و احتمال ۱۵ و بیشتر از ۱۵ می‌باشند.</p>	۱/۵
۱۲	<p>(آ) متغیر کیفی (ب) متغیر کمی (پ) متغیر کمی (ت) متغیر کیفی</p>	۱
۱۳	<p>بهترین روش، نمونه‌گیری خوشه‌ای است که می‌توانیم شهر تهران را به پنج ناحیه تقسیم کنیم، شمال، جنوب، شرق، غرب و مرکز یا می‌توانیم شهر تهران را همانند مناطق آموزش و پرورش آن، که ۱۹ منطقه دارد به ۱۹ منطقه تقسیم کنیم و از هر منطقه‌ای یک مدرسه به صورت تصادفی انتخاب کرده و نمرات درس آمار و احتمال دانش‌آموزان را جمع‌آوری کنیم.</p>	۱
۱۴	<p>ابتدا میانگین را به دست می‌آوریم:</p> $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \Rightarrow \bar{x} = \frac{۳ \times ۱۳ + ۲ \times ۱۴ + ۳ \times ۱۶ + ۱۷ + ۱۸}{۱۰} = \frac{۱۵۰}{۱۰} = ۱۵$ <p>سپس انحراف معیار را حساب می‌کنیم:</p> $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n w_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n w_i}} = \sqrt{\frac{۳(۱۳-۱۵)^2 + ۲(۱۴-۱۵)^2 + ۳(۱۶-۱۵)^2 + (۱۷-۱۵)^2 + (۱۸-۱۵)^2}{۱۰}}$ $= \sqrt{\frac{۳ \times ۴ + ۲ \times ۱ + ۳ \times ۱ + ۴ + ۹}{۱۰}} = \sqrt{\frac{۳۰}{۱۰}} = \sqrt{۳} \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{۳}}{۱۵}$	۱/۵
۱۵	<p>با توجه به فرض‌های مسئله که $n = ۱۰۰$، $\bar{x} = ۶۸$ و $\sigma = ۵$، داریم:</p> $\bar{x} - \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow ۶۸ - \frac{۲ \times ۵}{\sqrt{۱۰۰}} < \mu < ۶۸ + \frac{۲ \times ۵}{\sqrt{۱۰۰}} \Rightarrow ۶۸ - \frac{۱}{۱۰} < \mu < ۶۸ + \frac{۱}{۱۰} \Rightarrow ۶۷ < \mu < ۶۹$ <p>بنابراین میانگین با اطمینان ۹۵ درصد جامعه در بازه (۶۷، ۶۹) قرار می‌گیرد.</p>	۱/۵
	جمع نمره	۲۰