



راهنمای پاسخ‌دهی
پرسش‌ها، تمرین‌ها، فعالیت‌ها و مسئله‌های

فصل دوم

فیزیک ۲
پایه یازدهم

فصل ۲

فعالیت ۱-۲ (صفحه ۴۷)

وقتی کلید را می‌زنیم، میدان الکتریکی با سرعتی نزدیک به سرعت نور برقرار می‌شود و الکترون‌های آزاد در سرتاسر سیم به طور هم‌زمان شروع به حرکت می‌کنند. توجه کنید که این ربطی به زمانی ندارد که طول می‌کشد تا یک الکترون از کلید به لامپ برسد، بلکه این زمان انتشار میدان الکتریکی است. برای آنکه به درکی از موضوع برسید، یک مثال خوب آن است که یک گروه سرباز (در تشابه با الکترون‌ها) را در نظر بگیرید که به حالت خبردار ایستاده‌اند. وقتی دستور قدمرو صادر می‌شود (در تشابه با زده شدن کلید) این دستور با سرعت صوت (در تشابه با سرعت نور در مسئله ما) به گوش سربازان (الکترون‌ها) می‌رسد و آن‌ها هم‌زمان گام برمی‌دارند؛ زیرا این سرعت بسیار سریع‌تر از سرعت حرکت سربازان (الکترون‌ها) است و به همین علت است که سربازان (الکترون‌ها) تقریباً هم‌زمان شروع به حرکت می‌کنند.

تمرین ۱-۲ (صفحه ۴۸)

از رابطه ۱-۲ به صورت $\Delta t = \Delta q / I$ استفاده می‌کنیم.

$$\Delta t = \frac{50 \text{ Ah}}{50 \text{ A}} = 1 \text{ h} \quad (\text{الف})$$

(ب) اکنون داریم

$$\Delta t = \frac{1000 \text{ mAh}}{100 \mu\text{A}} = \frac{1000 \text{ mAh}}{0.100 \text{ mA}} = 1/0.0 \times 10^4 \text{ h}$$

این مدت کمی بیشتر از یک سال است و مثلاً یک باتری قلمی تقریباً در چنین مدتی، انرژی مورد نیاز یک ساعت دیواری را تأمین می‌کند.

تمرین ۲-۲ (صفحه ۵۸)

با استفاده از جدول ۲-۲ و دستورالعمل متن درس داریم:

$$R = (\text{رقم سوم}) \times 10^2 (\text{رقم دوم}) (\text{رقم اول})$$

$$= (4)(7) \times 10^2 = 4700 \Omega$$

بنابراین، مقدار مقاومت نشان داده شده $47k\Omega$ و با تolerانس ۱۰ درصد است. یعنی مقدار مجاز انحراف 4700Ω $\pm 10\%$ می‌شود. به عبارتی، مقاومت می‌تواند $4700k\Omega \pm 47k\Omega$ باشد.

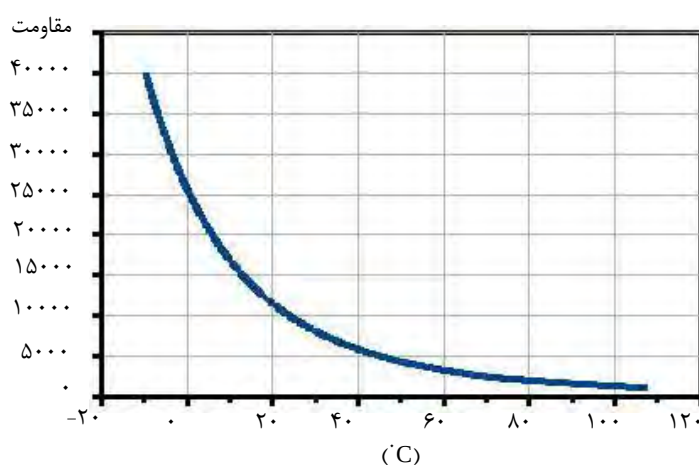
فعالیت ۳-۲ (صفحه ۵۹)

ترمیستورها بر دو نوع NTC و PTC^۱ هستند. NTC‌ها از نیم‌رساناهای خالص مانند سیلیسیم یا ژرمانیم ساخته شده‌اند که همان‌طور که در مبحث تغییر مقاومت ویژه با دما دیدیم، با افزایش دما بر تعداد حامل‌های بار آن‌ها افزوده می‌گردد و بدین ترتیب از مقاومت آن‌ها کاسته می‌شود. به عبارت دیگر، ضریب دمایی مقاومت ویژه α ی آن‌ها منفی است (شکل الف).

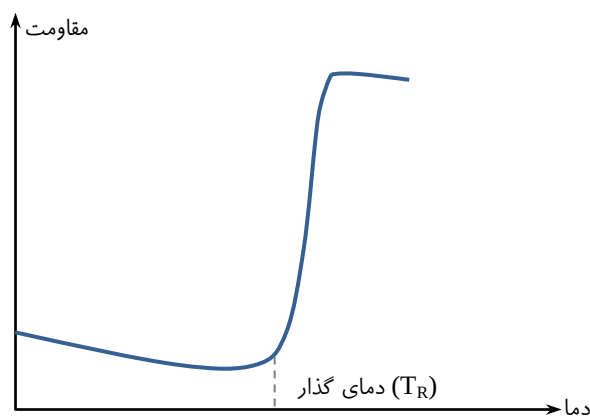
^۱ NTC برگرفته از Negative Temperature Coefficient به معنای ضریب دمایی منفی.

^۲ PTC برگرفته از Positive Temperature Coefficient به معنای ضریب دمایی مثبت.

PTC ها خود بر دو نوع اند. یک نوع که به نام سیلیستور^۱ شناخته شده‌اند در واقع از سیلیسیوم غیرخالص (آلاییده) ساخته شده است که با افزودن یک ناخالصی به سیلیسیوم، ویژگی رسانش الکتریکی پیدا کرده است. این نوع PTC ها مانند فلزات رفتار کرده و مقاومت آن‌ها با افزایش دما زیاد می‌شود. به عبارت دیگر، ضریب دمایی مقاومت ویژه آن‌ها مثبت است. نوع دیگر آن‌ها، رفتار ویژه‌ای دارد، به طوری که ضریب دمایی مقاومت ویژه آن‌ها تا پیش از دمایی خاص موسوم به دمای گذار (با نماد T_R که به آن نقطه کوری^۲ نیز می‌گویند) اندکی منفی است و پس از آن در یک محدوده دمایی تغییر چشمگیری می‌کند و به شدت مثبت می‌گردد. به این نوع PTC ها، نوع تعویضی^۳ گفته می‌شود؛ چرا که ضریب دمایی مقاومت ویژه آن‌ها پس از نقطه کوری تغییر چشمگیری پیدا می‌کند و از یک مقدار کم منفی به مقدار مثبت بالایی تعویض می‌شود (شکل ب). به عبارتی، یک تغییر دمایی چند درجه‌ای به تغییر مقاومتی با چندین مرتبه بزرگی می‌انجامد. این نوع PTC ها اغلب در یک گستره دمایی 60°C تا 120°C طراحی شده‌اند. از PTC ها برای تنظیم جریان و جلوگیری از افزایش آن در مدارهای الکتریکی استفاده می‌شود.



شکل الف- مقاومت برحسب اهم در یک گستره دمایی برای یک نمونه ترمیستور NTC.



شکل ب- نمودار مقاومت دما برای نوع تعویضی PTC ها (نمودار به مقیاس نیست).

^۱ . Silistor برگرفته از Silicon Thermistor

^۲ . Curie point

^۳ . Switching

پرسش ۱-۲ (صفحه ۶۱)

با بستن کلید، جریان در جهت نیروی محرکه الکتریکی (درون باتری، از قطب منفی به سمت قطب مثبت) به جریان می‌افتد که در شکل سمت چپ، دیود امکان عبور را نمی‌دهد. در واقع، دیود شبیه یک شیر یک‌طرفه یا خیابانی یک‌طرفه در برابر عبور جریان عمل می‌کند و در برابر عبور جریان از طرف مخالف، مقاومت بسیار زیادی نشان می‌دهد و مانع از عبور جریان می‌شود. بنابراین، با بستن کلید در شکل سمت راست، LED روشن می‌شود.

فعالیت ۲-۴ (صفحه ۶۲)



مقاومت داخلی باتری موجب این تفاوت می‌شود. وقتی از باتری یا هر منبع نیروی محرکه‌ای جریان می‌گیریم، جریان از خود منبع نیز که دارای مقاومت داخلی است می‌گذرد و این موجب کاهش انرژی الکتریکی و افت پتانسیل دو سر منبع می‌شود.

مقاومت داخلی باتری‌ها به مرور زمان افزایش می‌یابد. با آزمایشی مانند فعالیت ۲-۴ می‌توان مقاومت داخلی یک باتری را به دست آورد. نخست باید کلید قطع باشد و

ولتاژ دو سر باتری که ولتاژ بیشینه آن ($\mathcal{E}$) است اندازه‌گیری شود. سپس، با وصل کردن کلید، دوباره باید ولتاژ دو سر باتری را که مثلاً V می‌شود محاسبه کرد، که کمتر از $\mathcal{E}$ است. همان‌طور که گفتیم این به مقاومت داخلی باتری مربوط می‌شود. با توجه به اینکه دانش‌آموزان در ادامه درس با مقاومت داخلی و قاعده حلقه آشنا می‌شوند، می‌توان با قرار دادن آمپرسنج به طور متوالی، جریان الکتریکی I و از آنجا مقاومت داخلی r را محاسبه کرد که به این موضوع در فعالیت ۲-۶ پرداخته‌ایم.

فعالیت ۲-۵ (صفحه ۶۲)

در فصل گذشته دیدیم که پتانسیل با جابه‌جایی در جهت میدان الکتریکی کاهش پیدا می‌کند. بنابراین، اگر از پایانه منفی باتری به سمت پایانه مثبت آن حرکت کنیم برخلاف جهت میدان الکتریکی حرکت کرده‌ایم و پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد و بالعکس وقتی از پایانه مثبت باتری به سمت پایانه منفی آن حرکت کنیم، در جهت میدان الکتریکی حرکت کرده‌ایم و پتانسیل کاهش می‌یابد.

تمرین ۲-۳ (صفحه ۶۵)

الف) اگر مدار را در خلاف جهت جریان نشان داده شده بپییم، با استفاده از قاعده حلقه داریم

$$-\mathcal{E} + IR + Ir = 0$$

و از آنجا

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} = \frac{12V}{\frac{4}{0.0\Omega} + \frac{2}{0.0\Omega}} = 2/0A$$

ب) اگر از نقطه b در خلاف جهت جریان I به سمت نقطه a حرکت کنیم، خواهیم داشت:

$$V_b + Ir - \mathcal{E} = V_a$$

و در نتیجه

$$\begin{aligned} V_b - V_a &= \mathcal{E} - Ir \\ &= 12V - (2/0A)(2/0\Omega) = 8V \end{aligned}$$

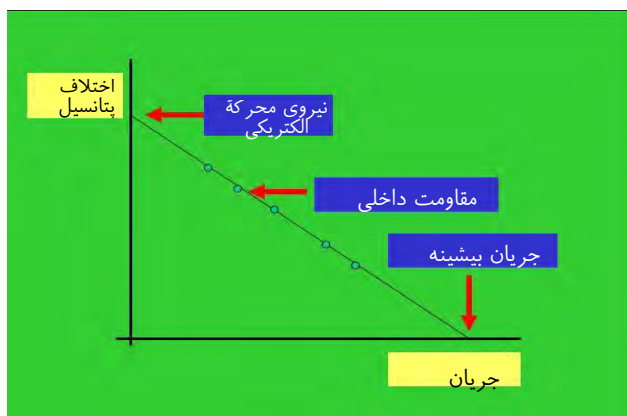
بنابراین می‌بینید چه مدار را در جهت جریان بپییم و چه در خلاف جهت جریان، به پاسخ یکسانی برای جریان مدار و یا اختلاف پتانسیل دو سر باتری می‌رسیم.

فعالیت ۲-۶ (صفحه ۶۶)

این فعالیت در امتداد فعالیت ۲-۴ است که این بار باید مقاومت داخلی دو باتری را پس از اندازه‌گیری با هم مقایسه کنیم که یکی نو و دیگری فرسوده است. در هر حال با استفاده از رابطه ۲-۷ می‌توان مقاومت داخلی r را به صورت زیر نوشت:

$$r = \frac{\mathcal{E} - V}{I}$$

که V و I به ترتیب اختلاف پتانسیل دو سر باتری و جریان آن، پس از بستن کلید و $\mathcal{E}$ اختلاف پتانسیل دو سر باتری پیش از بستن کلید است. مثلاً در یک مدار نوعی ممکن است $\mathcal{E} = 1/27V$ و $V = 1/13V$ به دست آید که تفاوت آن‌ها $0/14V$ است. حال اگر آمپرسنج مثلاً $0/06A$ را نشان دهد، مقاومت داخلی باتری $2/3\Omega$ خواهد شد. یک محاسبه ریاضی با حذف I در رابطه بالا، به رابطه $r = (\frac{\mathcal{E}}{V} - 1)R$ می‌انجامد. در یک باتری فرسوده، به‌ازای مقاومت خارجی R یکسان، V از مقدار به دست آمده برای



همان باتری نو خیلی کوچک‌تر است، در حالی که $\mathcal{E}$ کاهش چندانی پیدا نمی‌کند. بنابراین، کاهش V ، به بزرگ شدن r می‌انجامد. همچنین خوب است نمودار اختلاف پتانسیل باتری برحسب جریان عبوری I را نیز رسم کنیم که این در مسئله ۲۰ پایان فصل مطرح شده است. از آنجا در خواهیم یافت، مقاومت داخلی باتری برابر است با نسبت نیروی محرکه الکتریکی به جریان بیشینه. در هر نقطه‌ای از این نمودار، با اندازه‌گیری ولتاژ و جریان می‌توان مقاومت داخلی را از این

نسبت به‌دست آورد. همچنین در این مسئله می‌توانستیم با در نظر گرفتن حلقه‌ای که شامل مقاومت R باشد به رابطه مفید دیگری نیز برای محاسبه مقاومت داخلی r برسیم:

$$\mathcal{E} - Ir - IR = 0 \Rightarrow \mathcal{E} = I(r + R)$$

و از آنجا نیز می‌توان با دانستن R ، مقاومت داخلی r را محاسبه کرد.

فعالیت ۲-۷ (صفحه ۶۸)

روشی که در پی می‌آید از کتاب بسیار معتبر زیر اخذ شده است:

Physic Laboratoty Manual, ۳th edition, David H. Loyd, Thomson Brooks (۲۰۰۶).

توضیح نظری

وقتی از مقاومتی به مقاومت R جریان I تحت ولتاژ V بگذرد، توان جذب‌شده در مقاومت از $P = I^2 R = \frac{V^2}{R} = VI$ به‌دست می‌آید. از طرفی، توان، انرژی بر واحد زمان است و بنابراین انرژی U برابر Pt می‌شود. از طرفی با گرماسنجی در فیزیک دهم

آشنا شدیم. با گرم شدن مقاومت، دمای آن افزایش می‌یابد و این سبب انتقال گرمای Q از مقاومت به آب و ظرف گرماسنج می‌گردد. گرمای Q باعث افزایش دمای آن‌ها به اندازه ΔT می‌شود. می‌دانیم گرمای Q با ΔT طبق رابطه زیر مربوط می‌شوند:

$$Q = (m_c c_w + m_c c_c) \Delta T = (m_w c_w + C_c) \Delta T$$

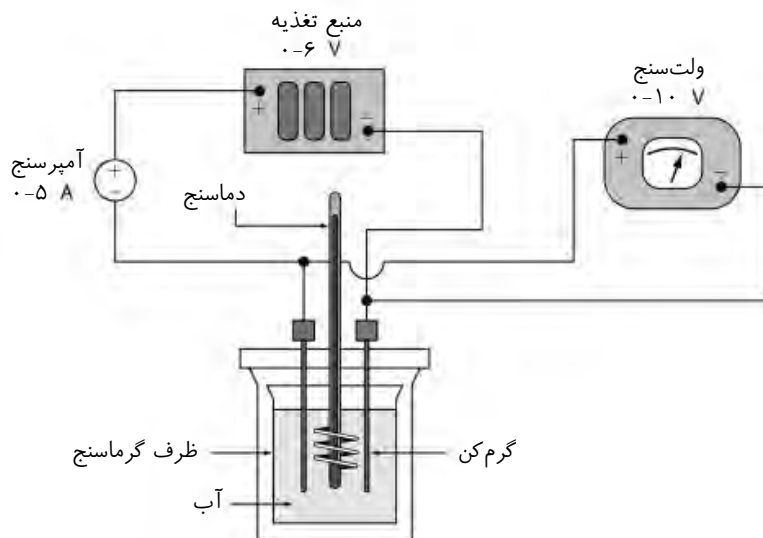
که در آن شاخص‌های پایین W و C به ترتیب مربوط به آب و ظرف گرماسنج هستند. C گرمای ویژه و C ظرفیت گرمایی است. پس از آن که سیم گرمکن گرماسنج به حد کافی گرم شد و به دمای تقریباً ثابتی رسید، انرژی الکتریکی مصرفی در این مقاومت کاملاً به گرما تبدیل می‌شود و داریم

$$VI t = (m_w c_w + C_c) \Delta T$$

اگر ولتاژ اعمال شده به مقاومت غوطه‌ور در آب درون گرماسنج در طی آزمایش ثابت باقی می‌ماند و در نتیجه جریان مقاومت نیز ثابت می‌ماند، در آن صورت نمودار $VI t$ بر حسب $(m_w c_w + C_c) \Delta T$ ، یک خط راست می‌شد و به ازای هریک از نقاط نمودار که حاصل اندازه‌گیری است، نسبت $\frac{VI t}{(m_w c_w + C_c) \Delta T}$ برابر یک می‌شد. اما هنگام انجام آزمایش درخواهید یافت که مقادیر I و V پیوسته کم و زیاد می‌شود و بنابراین باید با رویکردی ویژه این آزمایش را انجام داد، که در ادامه به آن خواهیم پرداخت.

روش آزمایش

یا ظرفیت گرمایی گرماسنج را می‌دانیم و یا آن را از حاصلضرب جرم در گرمای ویژه جنس آن محاسبه می‌کنیم. جرمی کافی و معلوم از آب را داخل گرماسنج می‌ریزیم. برای آنکه پاسخ بهتری از آزمایش بگیرید خوب است دمای آب چند درجه کمتر از دمای اتاق باشد. گرمکن را در داخل ظرف گرماسنج وارد می‌کنیم و مداری مانند شکل زیر می‌بندیم.



آن‌گاه منبع تغذیه را روشن می‌کنیم و جریان را بین $4/0 A$ تا $5/0 A$ تنظیم می‌کنیم. بلافاصله پس از اینکه به جریان مورد نظر رسیدیم، منبع تغذیه را خاموش می‌کنیم و نمی‌گذاریم آب به میزان زیادی گرم شود. اکنون آب را به هم می‌زنیم تا به تعادل گرمایی برسد. پس از چند دقیقه هم زدن، دمای اولیه T_i را یادداشت می‌کنیم و سپس دوباره منبع تغذیه را در حالی که همان جریان خروجی قبلی را به دست می‌دهد، روشن می‌کنیم و هم‌زمان زمان سنج را به کار می‌اندازیم. مقادیر اولیه جریان و ولتاژ (I_1 و V_1) را در جدول یادداشت می‌کنیم. دمای T ، جریان I و ولتاژ V را هر 60 ثانیه یک بار، برای مدت زمان 8 دقیقه اندازه می‌گیریم، در حالی که آب را همچنان به هم می‌زنیم. داده‌ها را در جدولی یادداشت می‌کنیم. $\Delta T = T - T_i$ (افزایش دما)

نسبت به دمای اولیه (T_i) را برای هر مقدار اندازه‌گیری شده T محاسبه و یادداشت می‌کنیم. همچنین به ازای هر مقدار اندازه‌گیری شده T ، مقدار Q را از رابطه $Q = (m_w c_w + C_c)(T - T_i)$ محاسبه می‌کنیم. برای هر بار، ولتاژ V و جریان I و حاصلضرب VI را یادداشت می‌کنیم. سپس VI متوسط را از رابطه زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{VI} = \frac{V_1 I_1 + V_2 I_2 + \dots + V_n I_n}{n}$$

برای هر مقدار اندازه‌گیری شده t ، $\bar{VI}t$ را محاسبه و یادداشت می‌کنیم.

اکنون برای رسم نمودار $\bar{VI}t$ بر حسب $(m_w c_w + C_c)\Delta T$ مقادیر به دست آمده از $(m_w c_w + C_c)(T - T_i)$ را روی محور افقی و مقادیر به دست آمده برای $\bar{VI}t$ را روی محور عمودی نشانه‌گذاری می‌کنیم و از تلاقی امتداد آن‌ها به نقاطی در صفحه نمودار می‌رسیم. اینک خط راستی رسم می‌کنیم که از مبدأ مختصات بگذرد و به بهترین شکل از بین این نقاط عبور کند (اصطلاحاً به این عمل *عمل برازش خطی* گفته می‌شود). می‌توانیم در یک روش دقیق‌تر با استفاده از ماشین حساب‌های مهندسی با قابلیت انجام برازش، این خط را رسم کنیم. انتظار داریم برای هریک از نقاط این خط، نسبت $\frac{\bar{VI}t}{(m_w c_w + C_c)\Delta T}$ با دقت مناسب برابر واحد باشد.

فعالیت ۲-۸ (صفحه ۶۸)

الف) همان‌طور که در صورت فعالیت آمده است، باید از رابطه ۲-۱۰ استفاده کنیم. از این رابطه $R = V^2 / P$ دست می‌آید که این مقاومت الکتریکی در دمایی است که دستگاه (لامپ) به ولتاژ اسمی خود متصل شده است. در استفاده از اهم‌سنج به دانش‌آموزان گوشزد کنید که هنگام استفاده از آن ابتدا سنج را روی حداکثر مقاومت قابل اندازه‌گیری تنظیم کنند و دوم اینکه همان‌طور که در صورت فعالیت نیز آمده، وسیله (اینجا لامپ) باید خاموش (در دمای اتاق) باشد و هیچ جریانی از آن نگذرد.

این آزمایش، آزمایش مهمی است و دانش‌آموزان پس از انجام آن به تفاوت زیادی بین مقاومت اندازه‌گیری شده و مقاومت حاصل از رابطه ۲-۱۰ می‌رسند. مقاومت اندازه‌گیری شده حدود $40\Omega - 20\Omega$ می‌شود، در حالی که همان‌طور که خواهید دید رابطه ۲-۱۰ برای اندازه مقاومت به عددی حدود 500Ω می‌انجامد.

دانش‌آموزان باید با بحث گروهی و البته راهنمایی معلم به نقش دمای رشته (فیلامان) ملتهب لامپ پی ببرند که این موضوع قسمت ب فعالیت است.

ب) مقاومت لامپ ۱۰۰ واتی روشن با استفاده از معادله ۲-۱۰ برابر است با

$$R = \frac{(220V)^2}{100W} = 484\Omega$$

اکنون از رابطه ۲-۴، دمای رشته لامپ را به دست می‌آوریم. در مثال ۲-۴ دیدیم که این معادله به رابطه زیر می‌انجامد:

$$R = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

از اینجا دمای T را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} T &= T_0 + \frac{R - R_0}{\alpha R_0} \\ &= 20^\circ\text{C} + \frac{(484\Omega - 40\Omega)}{(\frac{4}{5} \times 10^{-3} \text{C}^{-1})(40\Omega)} \\ &= 2/5 \times 10^3 \text{C} \end{aligned}$$

توجه کنید عدد 250°C صرفاً برآوردی برای دمای رشته لامپ است. همچنین توجه کنید که در محاسبه دما فرض کردیم که اهم سنج، مقاومت لامپ خاموش را حدود 40Ω به دست می دهد، دمای اتاق را $T_a = 20^{\circ}\text{C}$ گرفته ایم، و ضریب دمایی مقاومت α را نیز از جدول ۱-۲ قرار دادیم.

پرسش ۲-۲ (صفحه ۶۸)

پاسخ این است که همه لامپ های رشته ای (از جمله لامپ هالوژن) با اتلاف انرژی الکتریکی به صورت گرما، رشته (فیلامان) لامپ را گرم می کنند. بخشی از این انرژی به نور مرئی تبدیل می شود، اما بیشتر آن به صورت گرما تلف می گردد. اما در LED ها، بخش بزرگی از انرژی الکتریکی داده شده به حامل های بار، با حرکت دادن حامل های بار و عبور جریان از LED موجب گسیل نور توسط آن ها می شود. به عبارتی، بخش عمده انرژی الکتریکی داده شده موجب گسیل نور می شود و تنها مقدار ناچیزی از آن به صورت گرما تلف می گردد.

تمرین ۲-۴ (صفحه ۷۰)

در یک مدار ساده شامل یک باتری آرمانی و مقاومت، قاعده حلقه به صورت $\mathcal{E} - IR = 0$ و یا $\mathcal{E} = IR$ درمی آید. حال اگر دو طرف این رابطه را در $I\Delta t$ ضرب کنیم به رابطه $\mathcal{E}I\Delta t = I^2R\Delta t$ می رسیم. با توجه به اینکه $I\Delta t = \Delta q$ است و با استفاده از تعریف نیروی محرکه الکتریکی $\mathcal{E} = \Delta W / \Delta q$ ، طرف چپ این معادله برابر با ΔW یا همان کاری است که باتری روی بار انجام داده است. از طرفی می دانیم که توان الکتریکی مصرفی در رسانایی با مقاومت R برابر RI^2 است. بنابراین طرف راست معادله بالا در واقع مقدار انرژی است که در مقاومت به انرژی گرمایی تبدیل شده است. پس رابطه بالا چیزی جز پایستگی انرژی نیست و انرژی تأمین شده توسط باتری آرمانی به صورت انرژی گرمایی در مقاومت ظاهر شده است.

تمرین ۲-۵ (صفحه ۷۱)

الف) مقاومت ها به طور متوالی بسته شده اند. بنابراین برای مقاومت معادل مقاومت های R_1 ، R_2 و R_3 داریم:

$$\begin{aligned} R_{123} &= R_1 + R_2 + R_3 \\ &= 3/0\Omega + 6/0\Omega + R_3 = 13/0\Omega \end{aligned}$$

در نتیجه $R_3 = 4/0\Omega$ می شود.

ب) برای جریان I (که همان جریانی است که آمپرسنج نشان می دهد) داریم:

$$\begin{aligned} I &= \frac{\mathcal{E}}{R_{123} + r} = \frac{7/0V}{13/0\Omega + 1/0\Omega} \\ &= 0/50A \end{aligned}$$

پ) گرچه در متن درس نشان دادیم، دوباره می خواهیم رابطه ۱۱-۲ را به دست آوریم. از رابطه $P = I\Delta V$ استفاده کنیم. از طرفی اختلاف پتانسیل دو سر یک باتری واقعی از رابطه $\Delta V = \mathcal{E} - Ir$ به دست می آید. بنابراین برای توان خروجی باتری داریم:

$$P_{\text{خروجی}} = I(\mathcal{E} - Ir) = \mathcal{E}I - rI^2$$

که در اینجا چنین می شود:

$$\begin{aligned} P_{\text{خروجی}} &= (7/0V)(0/50A) - (1/0\Omega)(0/50A)^2 \\ &= 3/25W \end{aligned}$$

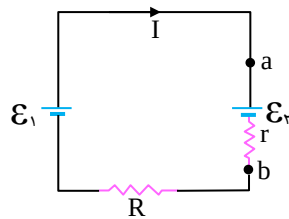
از طرفی برای توان‌های مصرفی در مقاومت‌های R_1 ، R_2 و R_3 داریم

$$P_{\text{مصرفی}} = I^2(R_1 + R_2 + R_3) = I^2 R_{123}$$

$$= (0.5 \text{ A})^2 (13/0 \Omega) = 3/25 \text{ W}$$

توجه کنید که در حل چنین مسائلی از گرد کردن و به‌کارگیری محاسبات رقم‌های بامعنا در نتیجه نهایی می‌پرهیزیم تا بتوان پاسخ‌های نهایی را به‌دقت مقایسه کرد.

تبصره. توجه کنید رابطه‌ای که برای توان مصرفی باتری به‌دست آوردیم، برای تمام باتری‌ها در هر مدار برقرار نیست. مثلاً مدار شکل زیر را در نظر بگیرید که در آن $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$ است و بنابراین جریان در جهت نشان داده شده است:



در این صورت توان باتری ۲ از رابطه‌ای که در حل مسئله به دست آوردیم، به‌دست نمی‌آید؛ زیرا اختلاف پتانسیل دو سر باتری ۲ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta V = \mathcal{E}_2 + Ir$$

البته برای محاسبه توان باتری ۲ باید $V_b - V_a$ را در نظر گرفت و بنابراین رابطه $P = I\Delta V$ به $-I(\mathcal{E}_2 + Ir)$ تبدیل می‌شود و قدر مطلق آن همان توان ورودی به باتری ۲ است:

$$P_{\text{ورودی}} = |P| = \mathcal{E}_2 I + rI^2$$

پرسش ۲-۳ (صفحه ۷۲)

در نقطه انشعاب نشان داده شده، جریان‌های I_1 ، I_3 و I_4 وارد می‌شوند، در حالی که جریان I_2 خارج می‌گردد. بنابراین

$$I_1 + I_3 + I_4 = I_2$$

که آن را می‌توان (آن‌طور که در بسیاری از کتاب‌ها مرسوم است) به صورت زیر نیز نوشت:

$$I_1 - I_2 + I_3 + I_4 = 0$$

فعالیت ۲-۹ (صفحه ۷۳)

این فعالیتی است که برای آزمودن قاعده انشعاب در مدارها مطرح شده است.

تمرین ۲-۶ (صفحه ۷۴)

الف) توجه کنید $1/6 \Omega$ مقاومت معادل مقاومت‌های R_1 ، R_2 و R_3 است. این سه مقاومت به طور موازی بسته شده‌اند و برای مقاومت معادل آن‌ها داریم

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{1/6 \Omega} = \frac{1}{3/0 \Omega} + \frac{1}{6/0 \Omega} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{2/0 \Omega} + \frac{1}{R_3}$$

از آنجا داریم

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{1/6\Omega} - \frac{1}{2/0\Omega} = \frac{2/0\Omega - 1/6\Omega}{(1/6\Omega)(2/0\Omega)}$$

$$= \frac{0/40\Omega}{3/2\Omega^2} = 0/125\Omega^{-1}$$

و در نتیجه $R_3 = 8/0\Omega$ می‌شود.

(ب) مقاومت معادل مقاومت‌های R_1 , R_2 و R_3 با مقاومت r متوالی هستند و بنابراین مقاومت معادل کل مقاومت‌های مدار (که شامل مقاومت باتری نیز می‌شود) برابر است با

$$R_{eq} = R_{123} + r = 1/6\Omega + 1/0\Omega = 2/6\Omega$$

بنابراین جریانی که آمپرسنج نشان می‌دهد برابر است با

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}} = \frac{2/0V}{2/6\Omega} \approx 1/2A$$

ولی توجه کنید در حل قسمت پ به جای I از کسر $\frac{2/0V}{2/6\Omega}$ استفاده خواهیم کرد، زیرا در چنین محاسباتی مجاز به گرد کردن داده‌ها نیستیم.

(پ) با استفاده از رابطه (۲-۱۱) توان خروجی باتری واقعی را به دست می‌آوریم (و نیز نگاه کنید به حل تمرین ۲-۵):

$$P_{\text{خروجی}} = \mathcal{E}I - rI^2$$

$$= (3/0V)\left(\frac{2/0V}{2/6\Omega}\right) - (1/0\Omega)\left(\frac{2/0V}{2/6\Omega}\right)^2$$

$$= 2/130W$$

از طرفی، مجموع مقاومت‌های مصرفی در مقاومت‌ها برابر است با

$$P_{\text{مصرفی}} = \frac{V_1^2}{R_1} + \frac{V_2^2}{R_2} + \frac{V_3^2}{R_3}$$

اما می‌دانیم ولتاژ مقاومت‌های موازی با هم برابر است. این ولتاژ برابر با حاصلضرب جریان عبوری از مدار در مقاومت معادل R_{123} است:

$$V_1 = V_2 = V_3 = IR_{123}$$

در نتیجه برای توان مصرفی داریم

$$P_{\text{مصرفی}} = (IR_{123})^2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) = (IR_{123})^2\left(\frac{1}{R_{123}}\right)$$

$$= I^2 R_{123} = \left(\frac{2/0V}{2/6\Omega}\right)^2 (1/6\Omega) = 2/130W$$

تمرین ۲-۷ (صفحه ۷۶)

(الف) مقاومت‌های R_1 و R_2 متوالی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها را R_{12} می‌نامیم. همین‌طور مقاومت‌های R_4 و R_5 متوالی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها را R_{45} می‌نامیم. پس اکنون مقاومت‌های R_{12} , R_3 و R_{45} موازی‌اند. بنابراین برای مقاومت کل مدار بین نقطه‌های F و H داریم:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{45}}$$

$$= \frac{1}{8/0\Omega + 8/0\Omega} + \frac{1}{8/0\Omega} + \frac{1}{8/0\Omega + 8/0\Omega}$$

$$= \frac{2}{8/0\Omega} = 0/250\Omega^{-1}$$

و در نتیجه

$$R_{eq} = \frac{1}{. / 250 \cdot \Omega^{-1}} = 4 / 00 \cdot \Omega$$

تبصره. با توجه به این که در این تمرین مقاومت‌ها با هم برابرند، ساده‌تر آن بود که مسئله را به شکل پارامتری حل کنیم.

$$R_{12} = R + R = 2R \quad \text{و} \quad R_3 = R \quad \text{و} \quad R_{45} = R + R = 2R$$

و از آنجا

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} = \frac{4}{2R} = \frac{2}{R}$$

بنابراین $R_{eq} = R/2 = 4/00 \cdot \Omega$ می‌شود.

(ب) اکنون مانند قسمت الف، R_1 و R_2 متوالی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها نیز با R_4 موازی است. ولی در اینجا مقاومت معادل این سه مقاومت با مقاومت R_5 متوالی و مقاومت معادل کل آن‌ها با مقاومت R_4 موازی است. بنابراین برای مقاومت معادل کل داریم:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_{1235}} \quad (1)$$

که در آن R_{1235} خود برابر است با

$$R_{1235} = R_{123} + R_5 \quad (2)$$

و R_{123} خود از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{8/00 \cdot \Omega + 8/00 \cdot \Omega} + \frac{1}{8/00 \cdot \Omega} = \frac{3}{16/00 \cdot \Omega}$$

در نتیجه

$$R_{123} = \frac{16/00 \cdot \Omega}{3} = 5/33 \cdot \Omega$$

اکنون با استفاده از رابطه (۲) داریم:

$$R_{1235} = 5/33 \cdot \Omega + 8/00 \cdot \Omega = 13/33 \cdot \Omega$$

که قرار دادن آن در رابطه (۱)، چنین به دست می‌دهد:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{8/00 \cdot \Omega} + \frac{1}{13/33 \cdot \Omega} = 0/200 \cdot \Omega^{-1}$$

و در نتیجه R_{eq} چنین می‌شود:

$$R_{eq} = \frac{1}{. / 200 \cdot \Omega^{-1}} = 5/00 \cdot \Omega$$

تبصره. با توجه به این که در این تمرین مقاومت‌ها با هم برابرند، می‌توانستیم به طور ساده‌تری، به روش پارامتری نیز مسئله را حل کنیم:

$$R_{12} = R + R = 2R \quad \text{و} \quad \frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{2R} \Rightarrow R_{123} = \frac{2R}{3}$$

$$R_{1235} = \frac{2R}{3} + R = \frac{5R}{3}$$

در نتیجه

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{(5R/3)} + \frac{1}{R} = \frac{8}{5R}$$

در نتیجه $R_{eq} = \frac{5}{8} (8/00 \cdot \Omega) = 5/00 \cdot \Omega$ یا به عبارتی $R_{eq} = 5R/8$ می‌شود.

پرسش و تمرین‌های فصل ۲

۱. پاسخ درست، شکل (پ) است. فقط شکل (پ) است که مسیری را برای جریان ایجاد می‌کند. یک باتری منبع انرژی‌ای نیست که مثلاً یک محل مورد نیاز انرژی را پر کند.

۲. با استفاده از رابطه $R = V/I$ ، جریان عبوری از لامپ را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{4/0 \cdot V}{5/0 \cdot \Omega} = 0/8 \cdot A$$

در مدت ۵ دقیقه، باری که از مدار می‌گذرد برابر است با

$$\Delta q = I(\Delta t) = (0/8 \cdot A)(5 \times 60 \cdot s) \\ = 240 \cdot C = 2/4 \times 10^2 C$$

از آنجایی که $q = ne$ و $e = 1/60 \times 10^{-19} C$ است، تعداد الکترون عبوری از لامپ چنین می‌شود:

$$n = \frac{\Delta q}{e} = \frac{2/4 \times 10^2 C}{1/60 \times 10^{-19} C/\text{الکترون}} = 1/5 \times 10^{21} \text{ الکترون}$$

۳. همان‌طور که در شکل مشخص است، در وضعیت شکل (الف) جریان از طریق بدن عبور می‌کند و در صورتی که شخص به طریقی به زمین متصل باشد دچار شوک و احتمالاً برق‌گرفتگی می‌شود. ، در حالی که در وضعیت شکل (ب)، جریان از طریق سیم اتصال زمین (که معمولاً به لوله آب سرد متصل است) ، به زمین می‌رود. به عبارتی، علاوه بر سیمهای موسوم به فاز و نول، سیم متصل به زمینی نیز وجود دارد. بنابراین در وضعیت شکل (ب) برخلاف شکل (الف) دچار شوک و احتمالاً برق‌گرفتگی نمی‌شویم، زیرا سیم اتصال به زمین یک مسیر کم‌مقاومت بین سطح خارجی وسیله و زمین را ایجاد می‌کند.

۴. (الف) از رابطه $\Delta U = q\Delta V$ داریم

$$q = \frac{\Delta U}{\Delta V} = \frac{1/0 \times 10^4 J}{5/0 \times 10^7 V} = 2 \cdot C$$

(ب) اکنون با استفاده از رابطه $I = \Delta q / \Delta t$ ، جریان را می‌یابیم

$$I = \frac{2 \cdot C}{0/2 \cdot s} = 10 \cdot A = 1/0 \times 10^2 A$$

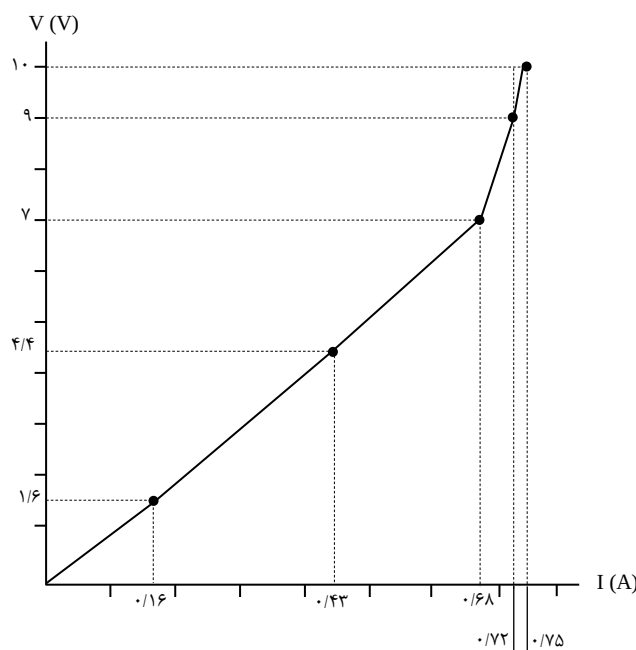
(پ) با توجه به اینکه $P = U/t$ است، برای توان الکتریکی آزاد شده داریم

$$P = \frac{1/0 \times 10^4 J}{0/2 \cdot s} = 5/0 \times 10^4 W = 5/0 \cdot GW$$

همچنین می‌توانستیم از رابطه $P = I\Delta V$ استفاده کنیم:

$$P = I\Delta V = (10 \cdot A)(5/0 \times 10^7 V) = 5/0 \cdot GW$$

۵. در رسم نمودارها، به دانش‌آموزان گوشزد کنید که نباید لزوماً محورهای افقی و قائم، به یک مقیاس باشند و بسته به داده‌های هر محور، بازه‌های مورد نظر را برای آن محور رسم کنید. در هر حال، به نموداری مشابه نمودار زیر می‌رسیم:



همان طور که می بینیم تا انتهای بازه سوم تقریباً از قانون اهم پیروی می کند و از آن به بعد خیر.

۶. به نسبت I/V ، رسانندگی الکتریکی می گویند که وارون مقاومت الکتریکی است. اگر در ولتاژ یکسان (با رسم خطی عمودی) به جریان رساناهای A و B نگاه کنیم، درمی یابیم که جریان رسانای B بیشتر است. بنابراین نسبت I/V برای رسانای B بزرگ تر است. به عبارتی، رسانندگی B بیشتر از A و مقاومت الکتریکی آن کمتر از A است.

۷. مقاومت رسانا با استفاده از رابطه $R = \rho L/A$ به دست می آید. اگر شعاع مقطع را با r (و قطر را با d) مشخص کنیم، داریم:

$$R_A = \rho \frac{L}{\pi r_A^2} = \rho \frac{L}{\pi d_A^2/4} = \rho \frac{4\rho L}{\pi d_A^2}$$

$$= \frac{4\rho L}{\pi (1/0.001)^2}$$

و

$$R_B = \rho \frac{L}{\pi r_B^2} = \frac{\rho L}{\pi [(2/0.001)^2 - (1/0.001)^2]}$$

$$= \frac{\rho L}{\pi (3/0.001)^2}$$

و از آنجا

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{4\rho L}{\rho L/3} = 12$$

۸. با استفاده از رابطه $R = \rho L/A$ مسئله را حل می کنیم. همچنین برای مساحت مقطع A داریم $A = \pi d^2/4$ که d قطر سیم است.

الف) نخست مساحت مقطع A را محاسبه می کنیم:

$$A = \pi d^2/4 = \pi (8 \times 10^{-4} \text{ m})^2/4 = 5.0 \times 10^{-7} \text{ m}^2$$

و در نتیجه

$$R = \rho \frac{L}{A} = (1/7 \times 10^{-8} \Omega \cdot m) \frac{2 \cdot m}{5/0.3 \times 10^{-6} m^2}$$

$$= 1/0 \Omega$$

که با توجه به اینکه قطر با یک رقم بامعنا داده شده است باید پاسخ به صورت 1Ω بیان شود.

(ب) اکنون مساحت مقطع A چنین می‌شود:

$$A = \pi d^2/4 = \pi (13 \times 10^{-4} m)^2/4 = 1/327 \times 10^{-6} m^2$$

و در نتیجه

$$R = \rho L/A = (1/69 \times 10^{-8} \Omega \cdot m) \frac{(7 \cdot m)}{1/327 \times 10^{-6} m^2}$$

$$= 0/90 \Omega$$

۹. نخست رابطه $R = R_0 (1 + \alpha \Delta T)$ را اثبات می‌کنیم. این رابطه در متن درس بدون اثبات آمده است. از رابطه $R = \rho L/A$ داریم:

$$\frac{R}{R_0} = \frac{\rho L/A}{\rho_0 L/A} = \frac{\rho}{\rho_0} = 1 + \alpha \Delta T$$

از آنجا برای R_0 داریم:

$$R_0 = \frac{R}{1 + \alpha \Delta T} = \frac{44 \Omega}{1 + (4/0 \times 10^{-4} \cdot C^{-1})(1180 \cdot C)}$$

$$= 29/89 \Omega \approx 30 \Omega$$

که در آن برای ضریب دمایی مقاومت ویژه نیکروم از جدول ۲-۲ استفاده کردیم.

۱۰. گلوله‌ها از ارتفاع مثلاً h بالای کف شروع به حرکت می‌کنند و آن‌ها تحت تأثیر نیروی گرانشی، در فاصله بین برخورد با میخ‌ها شتاب می‌گیرند. میخ‌ها مشابه یون‌های شبکه اتمی هستند. در حین برخوردها، گلوله‌ها انرژی جنبشی به دست آمده در بین برخوردها را به میخ‌ها منتقل می‌کنند. چون برخوردها خیلی زیادند، گلوله‌ها یک سرعت سوق کوچک و نسبتاً ثابتی خواهند داشت. وقتی گلوله‌ها به پایین می‌رسند، یکی مانند شکل سمت راست، آن‌ها را تا ارتفاع اولیه بالا می‌آورد. بالا آوردن هر گلوله، مشابه همان کاری است که یک منبع emf در مدار الکتریکی انجام می‌دهد.

۱۱. آنچه برای روشن شدن خودرو و استارت خوردن آن لازم است، جریان است که البته باید مقدار زیادی هم باشد. باتری‌های قلمی، مقاومت داخلی زیادی دارند و بنابراین این مانع از برقراری جریان لازم می‌شود. به عبارت دیگر، با اینکه نیروی محرکه مجموعه باتری‌ها همان ۱۲V است، ولی به دلیل افزایش مقاومت داخلی، جریان عبوری کاهش می‌یابد و نمی‌تواند جریان بزرگ لازم برای استارت خوردن خودرو را تأمین کند.

۱۲. در هنگام اتصال مقاومت به باتری داریم:

$$\mathcal{E} - Ir - IR = 0$$

بنا به فرض، $\mathcal{E} - Ir = 10/9 V$ است. از اینجا، با توجه به اینکه R را داریم، جریان عبوری I را به دست می‌آوریم:

$$10/9 V - I (10/0 \Omega) = 0$$

و در نتیجه

$$I = 1/09 A$$

حال با توجه به اینکه $\mathcal{E} = 12/0V$ است، داریم:

$$(12/0V) - (1/0A)r - (1/0A)(1/0\Omega) = 0$$

از اینجا r چنین می‌شود:

$$r = \frac{12/0V}{1/0A} - 1/0\Omega = 1/0\Omega$$

۱۳. حلقه را به طور پادساعتگرد از نقطه A می‌پیماییم و جریان را نیز به طور پادساعتگرد در نظر می‌گیریم (اگر این فرض نادرست باشد، علامت I منفی به دست می‌آید):

$$V_A - IR_1 + \mathcal{E}_1 - Ir_1 - IR_f - IR_r - Ir_r - \mathcal{E}_r - IR_r - \mathcal{E}_r = V_A$$

$$\Rightarrow -I(R_1 + r_1 + R_f + R_r + r_r + R_r) + \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_r - \mathcal{E}_r = 0$$

و در نتیجه

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_r - \mathcal{E}_r}{R_1 + r_1 + R_f + R_r + r_r + R_r}$$

$$= \frac{14V - 2/0V - 4/0V}{4/0\Omega + 1/0\Omega + 2/0\Omega + 1/5\Omega + 0/50\Omega + 3/0\Omega}$$

$$\approx 0/67A$$

اکنون برای محاسبه اختلاف پتانسیل $V_B - V_A$ از A به سمت B حرکت می‌کنیم. اگر از شاخه بالایی حرکت کنیم، داریم:

$$V_A + \mathcal{E}_r + IR_r + \mathcal{E}_r + Ir_r = V_B$$

و از آنجا

$$V_B - V_A = \mathcal{E}_r + \mathcal{E}_r + I(R_r + r_r)$$

$$= 2/0V + 4/0V + (0/67A)(3/0\Omega + 0/50\Omega)$$

$$\approx 8/3V$$

خوب است همین نتیجه را با پیمودن مسیر شاخه پایینی نیز واری کنیم:

$$V_A - IR_1 + \mathcal{E}_1 - Ir_1 - IR_f - IR_r = V_B$$

و از آنجا

$$V_B - V_A = -I(R_1 + r_1 + R_f + R_r) + \mathcal{E}_1$$

$$= -(0/67A)(4/0\Omega + 1/0\Omega + 2/0\Omega + 1/5\Omega) + 14V$$

$$= 8/3V$$

۱۴. به این منظور، نخست جریان را در مدار به دست می‌آوریم. با حرکت ساعتگرد از نقطه A و بازگشت به آن (با در نظر گرفتن جریان به طور ساعتگرد) خواهیم داشت:

$$V_A + \mathcal{E}_1 - Ir_1 - IR - Ir_r - \mathcal{E}_r = V_A$$

در نتیجه جریان I چنین می‌شود:

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_r}{r_1 + r_r + R} = \frac{6/0V - 3/0V}{0/50\Omega + 1/0\Omega + 1/5\Omega} = 1/0A$$

بنابراین، جهت جریان، واقعاً ساعتگرد است.

اکنون اگر سمت راست منبع ۱ را B و سمت راست منبع ۲ را E (نقطه زمین) بنامیم، برای منبع ۱ داریم:

$$V_A + \mathcal{E}_1 - Ir_1 = V_B \Rightarrow V_B - V_A = \mathcal{E}_1 - Ir_1$$

و در نتیجه

$$V_B - V_A = \mathcal{E}/\cdot V - (1/\cdot A)(\cdot/\mathcal{A}\cdot\Omega) = \mathcal{A}/\mathcal{A}V$$

و برای منبع ۲

$$V_A + \mathcal{E}_r + r_r I = V_E \Rightarrow V_E - V_A = \mathcal{E}_r + Ir_r$$

و در نتیجه

$$V_E - V_A = \mathcal{E}/\cdot V + (1/\cdot A)(1/\cdot\Omega) = \mathcal{A}/\cdot V$$

(ب) برای محاسبه V_A ، معادله اختلاف پتانسیلها را بین نقطه‌های A و E (زمین) می‌نویسیم:

$$V_A + \mathcal{E}_1 - Ir_1 - IR = V_E = \cdot$$

در نتیجه

$$V_A = -I(r_1 + R) - \mathcal{E}_1 = (1/\cdot A)(\cdot/\mathcal{A}\cdot\Omega + 1/\mathcal{A}\Omega) - \mathcal{E}/\cdot V = -\mathcal{A}/\cdot V$$

خوب است از مسیر شاخه پایین هم، همین موضوع را بررسی کنیم:

$$V_A + \mathcal{E}_r + Ir_r = V_E = \cdot$$

و در نتیجه

$$V_A = -\mathcal{E}_r - Ir_r = -\mathcal{E}/\cdot V - (1/\cdot A)(1/\cdot\Omega) = -\mathcal{A}/\cdot V$$

۱۵. لامپ B پرنورتر خواهد بود. با توجه به اینکه ولتاژ هر دو لامپ یکسان است، توان مصرفی در هر لامپ با توجه به رابطه $|VI| = P_{\text{مصرفی}}$ فقط به جریان عبوری از آن بستگی دارد. رشته (فیلامان) ضخیم‌تر، با توجه به رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ ، مقاومت کمتری در برابر عبور جریان از خود نشان می‌دهد. بنابراین، لامپ B که رشته آن ضخیم‌تر است، دارای رشته‌ای با مقاومت کمتر است و جریان بیشتری از آن می‌گذرد و در نتیجه انرژی مصرفی آن در واحد زمان بیشتر و روشن‌تر خواهد بود.

۱۶. الف) از رابطه $|VI| = P_{\text{مصرفی}}$ برای توان مصرفی استفاده می‌کنیم. برای اتو داریم $P = 850\text{ W}$ و $V = 220\text{ V}$ ، و در نتیجه

$$|I| = \frac{P}{|V|} = \frac{850\text{ W}}{220\text{ V}} = 3/86\text{ A}$$

و برای کتری $P = 2400\text{ W}$ و $V = 220\text{ V}$ داده شده است و در نتیجه

$$|I| = \frac{P}{|V|} = \frac{2400\text{ W}}{220\text{ V}} = 10/9\text{ A}$$

(ب) می‌توانیم از رابطه‌های $P = I^2 R$ و $P = V^2/R$ استفاده کنیم. چون مقادیر جریان را گرد کرده‌ایم، بهتر است از رابطه $P = V^2/R$ استفاده کنیم. به ترتیب برای اتو و کتری داریم:

$$R_{\text{اتو}} = \frac{V^2}{P} = \frac{(220\text{ V})^2}{850\text{ W}} = 56/9\Omega$$

$$R_{\text{کتری}} = \frac{V^2}{P} = \frac{(220\text{ V})^2}{2400\text{ W}} = 20/2\Omega$$

۱۷. با استفاده از رابطه $R = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$ ، دمای T را محاسبه می‌کنیم:

$$T = T_0 + \frac{R - R_0}{\alpha R_0}$$

در این رابطه به جای R از رابطه $R = V/I$ ، قرار می‌دهیم:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{2/9V}{.3A} = 9/67\Omega \approx 9/7\Omega$$

حال با توجه به اینکه $R_1 = 1/1\Omega$ ، $T_1 = 20^\circ C$ و ضریب دمایی مقاومت ویژه تنگستن برابر $4/5 \times 10^{-3} C^{-1}$ است، برای دمای رشته لامپ خواهیم داشت:

$$T = 20^\circ C + \frac{9/67\Omega - 1/1\Omega}{(4/5 \times 10^{-3} C^{-1})(1/1\Omega)}$$

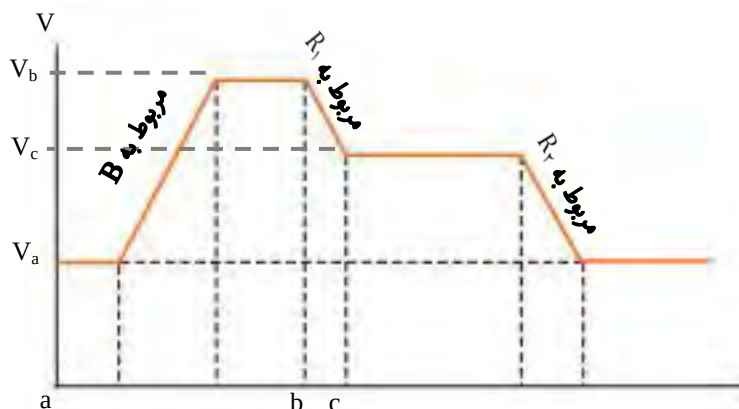
$$= 1/75 \times 10^3 C \approx 1/8 \times 10^3 C$$

که معادل مقدار قابل توجه $1800^\circ C$ است.

۱۸. الف) چون جریان به طور پادساعتگرد حرکت می کند، قطب منفی، پایانه سمت چپ و قطب مثبت، پایانه سمت راست جعبه B است. به عبارتی، نیروی محرکه الکتریکی که آن را در بسیاری از کتاب ها با پیکانه ای مشخص می کنند، از سمت چپ به سمت راست خواهد بود.

(ب) بدیهی است جریان در نقطه های a، b و c یکسان است.

(پ) می دانیم اگر از مقاومت R هم سو با جریان I عبور کنیم، پتانسیل به اندازه IR کم می شود. در عبور از مقاومت R_1 درمی یابیم $V_c < V_b$ و در عبور از مقاومت R_2 درمی یابیم $V_a < V_c$ است و بنابراین $V_a < V_c < V_b$. به عبارتی اگر این مدار را باز کنیم و آن را بر روی خط راستی نشان دهیم، نمودار پتانسیل الکتریکی چنین خواهد شد:



(ت) با توجه به رابطه $U = qV$ و مثبت بودن بار q، انرژی پتانسیل الکتریکی متناسب با پتانسیل الکتریکی است. بنابراین داریم:

$$U_b > U_c > U_a$$

۱۹. الف) از رابطه $U = Pt$ استفاده می کنیم. توان های مصرفی، بستگی به نوع لامپ یا تلویزیون دارد. لامپ های رشته ای قدیمی معمولاً $100W$ هستند، در حالی که لامپ های کم مصرف توان مصرفی کمتری دارند. همچنین تلویزیون های لامپی قدیمی توان مصرفی بیشتری از تلویزیون های جدید دارند. برای همین، در اینجا صرفاً برای یک لامپ $100W$ مسئله را حل می کنیم تا روش حل چنین مسائلی را دریابید. (در این حل فرض کرده ایم ۸ ساعت که در صورت مسئله آمده، دقیق و بدون خطاست.)

$$U = Pt = (100W) \left(8 \frac{\text{ساعت}}{\text{روز}} \right) (30 \text{ روز}) = 24000Wh$$

$$= 24kWh$$

(ب) بهای برق مصرفی چنین می شود:

$$\text{بها} = (24kWh) \left(50 \frac{\text{تومان}}{kWh} \right) = 1200 \text{ تومان}$$

پ) در اینجا باید تعداد خانه‌های شهر خود را تخمین بزنید. مثلاً در سرشماری سال ۱۳۹۵، جمعیت تهران حدود ۱۲ میلیون و پانصد هزار نفر به دست آمد. حال اگر فرض کنیم هر خانوار تهرانی به طور متوسط جمعیتی برابر ۵ نفر داشته باشد، می‌توانیم تعداد خانه‌های شهر تهران را حدود ۲ میلیون و پانصد هزار به دست آوریم. بنابراین خواهیم داشت:

$$U = (100W) \left(3 \frac{\text{ساعت}}{\text{روز}} \right) \left(2/5 \times 10^6 \right) \\ = 2/25 \times 10^{10} Wh = 2/25 \times 10^9 kWh$$

۲۰. الف) ولتاژ دو سر منبع نیروی محرکه الکتریکی از رابطه $\Delta V = \mathcal{E} - Ir$ به دست می‌آید و از طرفی $\Delta V = P/I$ است. با برابر قرار دادن طرف‌های راست این دو معادله خواهیم داشت:

$$\mathcal{E} - Ir = P/I$$

در نتیجه می‌توانیم دستگاه معادلات زیر را تشکیل دهیم:

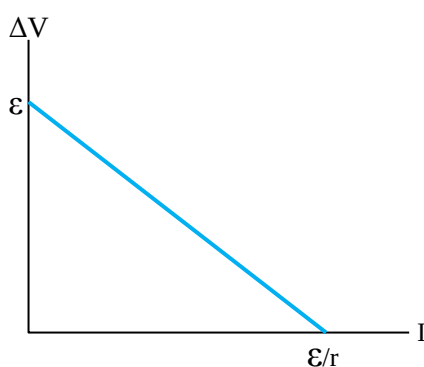
$$\begin{cases} \mathcal{E} - I_1 r = P_1 / I_1 \\ \mathcal{E} - I_2 r = P_2 / I_2 \end{cases}$$

از آنجا مقاومت داخلی r را به دست می‌آوریم:

$$r = \frac{P_1/I_1 - P_2/I_2}{I_2 - I_1} = \frac{\frac{9/50W}{5/00A} - \frac{12/6W}{7/00A}}{7/00A - 5/00A} \\ = 5/00 \times 10^{-2} \Omega$$

و اکنون با دانستن r ، نیروی محرکه الکتریکی منبع، چنین می‌شود:

$$\mathcal{E} = I_1 r + \frac{P_1}{I_1} \\ = (5/00A) (5/00 \times 10^{-2} \Omega) + \frac{9/50W}{5/00A} \\ = 2/15V$$



ب) به این پرسش، بیشتر در فعالیت ۲-۶ نیز پرداختیم. اختلاف پتانسیل دو سر منبع نیروی محرکه الکتریکی از رابطه $\Delta V = \mathcal{E} - Ir$ به دست می‌آید. تا وقتی که جریانی از مدار عبور نکند، ولتاژ دو سر منبع برابر با نیروی محرکه است و هرچه جریان عبوری بیشتر شود، افت پتانسیل Ir نیز بیشتر و اختلاف پتانسیل دو سر منبع کوچک‌تر می‌شود. در هر حال، شکلی شبیه شکل روبه‌رو برای نمودار ΔV بر حسب I خواهیم داشت. همان‌طور که در فعالیت ۲-۶ اشاره کردیم مقاومت داخلی منبع نیروی محرکه برابر با نسبت نیروی محرکه به جریان بیشینه می‌شود.

۲۱. وقتی لامپی می‌سوزد، به معنی آن است که اتصال در آن قسمت از مدار قطع می‌شود. اگر لامپ‌ها به طور متوالی بسته شده باشند، قطع مدار در هر قسمت از مدار موجب قطع جریان در کل مدار و خاموش شدن همه لامپ‌ها می‌شود. به همین دلیل است که چراغ‌های خودرو به طور موازی بسته می‌شود تا با سوختن یک لامپ، همه لامپ‌ها خاموش نشوند. البته این تنها دلیل

نیست. اتصال موازی باعث می‌شود که بیشترین روشنایی حاصل شود. زیرا در اتصال موازی، اختلاف پتانسیل دو سر همه لامپ‌ها یکسان است، در حالی که در اتصال متوالی، این اختلاف پتانسیل به نسبت مقاومت هر لامپ تقسیم می‌شود.

۲۲. آمپرسنج جریان عبوری از خود را اندازه می‌گیرد. به همین دلیل، آن را با بخشی از مدار که می‌خواهیم جریان عبوری از آن را اندازه بگیریم به طور متوالی می‌بندیم. بنابراین، برای آن که با اضافه شدن آمپرسنج به مدار، مقاومت مدار تغییر قابل ملاحظه‌ای پیدا نکند تا بر جریان عبوری تأثیر بگذارد، مقاومت آمپرسنج باید کوچک باشد.

۲۳. مجموع جریان‌های ورودی برابر $11A = 4A + 3A + 2A + 2A$ و مجموع جریان‌های خروجی برابر $3A = 1A + 2A$ است. بنابراین، بزرگی جریان I در سیم پایین برابر با $11A - 3A = 8A$ و جهت آن به سمت راست است.

۲۴. هر چه کلیدهای بیشتری بسته شود، مقاومت‌های موازی بیشتری وارد مدار می‌شود. با افزایش تعداد شاخه‌های موازی، مقاومت مدار کم و در نتیجه جریان عبوری طبق رابطه $I = \mathcal{E}/(R + r)$ زیاد می‌شود. از طرفی، طبق رابطه $V = \mathcal{E} - Ir$ این امر موجب کاهش اختلاف پتانسیل می‌شود. پس نتیجه می‌گیریم با بسته شدن کلیدهای بیشتر، آمپرسنج عددی بزرگ‌تر و ولت‌سنج عددی کوچک‌تر را نشان می‌دهد.

۲۵. توان مصرفی را با استفاده از رابطه $P_{\text{مصرفی}} = V^2/R$ به دست می‌آوریم. اکنون کافی است مقاومت معادل را در دو حالت متوالی و موازی مقایسه کنیم. در حالت متوالی $R'_{eq} = 2R$ و در حالت موازی $R_{eq} = R/2$ می‌شود. بنابراین داریم:

$$\frac{P_{\text{موازی}}}{P_{\text{متوالی}}} = \frac{V^2/R_{eq}}{V^2/R'_{eq}} = \frac{R'_{eq}}{R_{eq}} = \frac{2R}{R/2} = 4$$

۲۶. همان‌طور که در متن درس اشاره شده است، بستن متوالی به معنای بسته شدن مقاومت‌ها یکی پس از دیگری است، به طوری که هیچ انشعابی بین آن‌ها وجود نداشته باشد، و بستن موازی به معنای آن است که یک سر مقاومت‌ها مستقیماً به یکدیگر و سر دیگر آن‌ها نیز مستقیماً به هم وصل شده باشد و اختلاف پتانسیل یکسانی به دو سر این مقاومت‌ها اعمال شده است. با این تعاریف واضح است که در شکل الف مقاومت‌ها به طور متوالی بسته شده‌اند، در حالی که در شکل‌های ب و پ مقاومت‌ها به طور موازی بسته شده‌اند. همچنین اگر بررسی کنید هیچ کدام از این تعاریف برای شکل (ت) برقرار نیست و در این مدار، مقاومت‌ها نه متوالی هستند و نه موازی.

۲۷. الف) اگر حلقه را از نقطه A به طور ساعتگرد دور بزنیم، خواهیم داشت:

$$V_A - IR_1 + \mathcal{E}_2 - Ir_2 - IR_2 - Ir_1 - \mathcal{E}_1 = V_A$$

از اینجا $\mathcal{E}_2$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_2 &= IR_1 + Ir_2 + IR_2 + Ir_1 + \mathcal{E}_1 \\ &= I(R_1 + r_2 + R_2 + r_1) + \mathcal{E}_1 \\ &= (1/2A)(2/0\Omega + 0/50\Omega + 1/50\Omega + 1/0\Omega) + 12V = 18V\end{aligned}$$

برای محاسبه $V_A - V_B$ ، مسیر $A \rightarrow B$ را در شاخه بالا در جهت جریان طی می‌کنیم:

$$V_A - IR_1 + \mathcal{E}_2 - Ir_2 - IR_2 = V_B$$

در نتیجه

$$\begin{aligned} V_A - V_B &= I(R_1 + r_r + R_r) - \mathcal{E}_r \\ &= (1/2A) (2/0\Omega + 0/50\Omega + 1/50\Omega) - 18V \\ &= -13/2V \end{aligned}$$

خوب است همین نتیجه را با پیمودن شاخه پایین نیز واریسی کنیم. در این صورت خواهیم داشت:

$$V_A + \mathcal{E}_1 + Ir_1 = V_B$$

و در نتیجه

$$V_A - V_B = -\mathcal{E}_1 - Ir_1 = -12V - (1/2A)(1/0\Omega) = -13/2V$$

(ب) انرژی مصرف شده در هریک از مقاومت های R_1 و R_2 را می توانیم با استفاده از معادله ۲-۹ به دست آوریم. با توجه به اینکه $U = Pt$ است، داریم:

$$U = Pt = (RI^2)t$$

بنابراین

$$U_1 = (R_1)(I)^2(t) = (2/0\Omega)(1/2A)^2(5/0s) = 14/4J \approx 14J$$

$$U_2 = (R_2)(I)^2(t) = (1/50\Omega)(1/2A)^2(5/0s) = 10/8J \approx 11J$$

و مجموع این دو انرژی $U = U_1 + U_2 = 25/2J \approx 25J$ می شود.

۲۸. در حالت متوالی می دانیم جریان عبوری از همه مقاومت ها یکسان است. از طرفی، مقاومت معادل برابر است با

$$R_{eq} = 3R_1 = 3(12\Omega) = 36\Omega$$

و در نتیجه جریان عبوری از همه مقاومت ها چنین می شود:

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{12V}{36\Omega} = 0/33A$$

در حالت موازی، چون مقاومت ها یکسان اند، مقاومت معادل برابر است با

$$R_{eq} = \frac{R_1}{3} = \frac{12\Omega}{3} = 4/0\Omega$$

اکنون می توانیم جریان کل را به دست آوریم:

$$I_t = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{12V}{4/0\Omega} = 3/0A$$

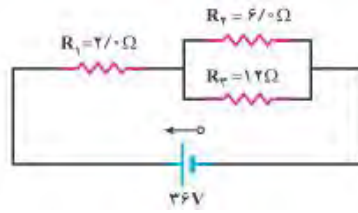
این جریان، در هر سه شاخه موازی به طور مساوی تقسیم می شود. بنابراین جریان عبوری از هر مقاومت $1/0A$ می شود.

تبصره. راه دیگر آن بود که جریان را برای هر مقاومت از رابطه $I = V/R$ به دست آوریم و توجه کنیم که با توجه به موازی بودن مقاومت ها، ولتاژ آن ها برابر است:

$$I_t = I_1 = I_2 = I_3 = \frac{V}{R} = \frac{12V}{12\Omega} = 1/0A$$

۲۹. توان مصرفی را از رابطه $P = V^2/R$ مصرفی به دست می آوریم که در آن V اختلاف پتانسیل است. پس کافی است اختلاف

پتانسیل دو سر مقاومت $6/0\Omega$ را محاسبه کنیم. به این منظور، شکل مسئله را چنین رسم می کنیم:



برای محاسبهٔ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $6/0 \Omega$ باید نخست جریان کل را محاسبه کنیم. برای محاسبهٔ جریان کل، به مقاومت معادل نیاز داریم:

$$\begin{aligned} R_{eq} &= R_1 + R_{23} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \\ &= 2/0 \Omega + \frac{(6/0 \Omega)(12 \Omega)}{(6/0 \Omega + 12 \Omega)} = 2/0 \Omega + 4/0 \Omega \\ &= 6/0 \Omega \end{aligned}$$

و در نتیجه

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{36V}{6/0 \Omega} = 6/0 A$$

اکنون می‌توانیم اختلاف پتانسیل دو سر R_{23} را، که همان اختلاف پتانسیل دو سر R_2 است، به دست آوریم:

$$\begin{aligned} V_2 &= V_{23} = I_t R_{23} = (6/0 A)(4/0 \Omega) \\ &= 24V \end{aligned}$$

حال می‌توانیم توان مصرفی در مقاومت $6/0 \Omega$ را به دست آوریم:

$$P_{\text{مصرفی}} = \frac{V_{23}^2}{R_2} = \frac{(24V)^2}{6/0 \Omega} = 96W$$

۳۰. مقاومت $4/0 \Omega$ را با R_1 ، مقاومت $3/0 \Omega$ را با R_2 و مقاومت $6/0 \Omega$ را با R_3 نمایش می‌دهیم. نخست، مقاومت معادل این مجموعه را به دست می‌آوریم. توجه کنید که مقاومت‌های R_2 و R_3 با هم موازی و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت R_1 متوالی است. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} R_{eq} &= \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_1 \\ &= \frac{(3/0 \Omega)(6/0 \Omega)}{3/0 \Omega + 6/0 \Omega} + 4/0 \Omega \\ &= 2/0 \Omega + 4/0 \Omega = 6/0 \Omega \end{aligned}$$

از اینجا می‌توان جریان کل را به دست آورد که همان جریان I_1 نیز هست:

$$I_1 = \frac{18V}{6/0 \Omega} = 3/0 A$$

و از طرفی، از قاعدهٔ انشعاب جریان‌ها داریم:

$$I_1 = I_2 + I_3 = 3/0 A \quad (1)$$

همچنین دیدیم که مقاومت‌های R_2 و R_3 موازی‌اند و بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است:

$$I_2 R_2 = I_3 R_3$$

و یا

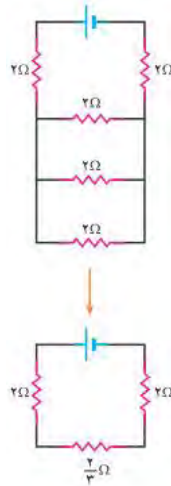
$$I_2 = I_3 \left(\frac{R_3}{R_2} \right) = 2I_3 \quad (2)$$

از حل هم‌زمان معادله‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$2I_3 + I_3 = 3I_3 = 3/0A$$

بنابراین $I_3 = 1/0A$ و در نتیجه $I_2 = 2/0A$ است.

۳۱. اگر توجه کنید درمی‌یابید تمام مقاومت‌های $4/0\Omega$ با هم موازی‌اند. بنابراین، عملاً چنین مداری داریم:



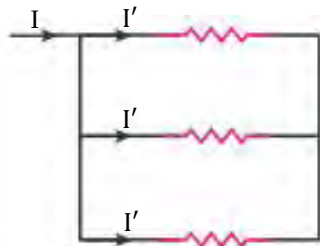
پس مقاومت معادل مدار چنین می‌شود:

$$R_{eq} = \frac{2}{3}\Omega + 2\Omega + 2\Omega = \frac{14}{3}\Omega$$

و در نتیجه جریان عبوری از مدار معادل (و در نتیجه منبع نیروی محرکه) برابر است با

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}} = \frac{14V}{\frac{14}{3}\Omega} = 3/0A$$

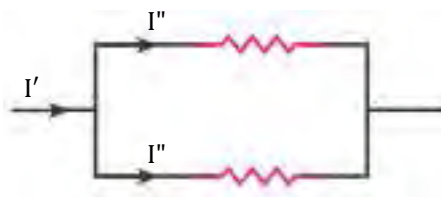
اکنون برای محاسبهٔ جریان مقاومت‌های $4/0\Omega$ ، گام به گام عقب می‌رویم. توجه کنید که این جریان $3/0A$ از سه مقاومت موازی $4/0\Omega$ می‌گذرد و مثلاً شکلی مانند شکل زیر داریم:



توجه کنید چون مقاومت‌ها یکسان است، جریان عبوری از آن‌ها نیز یکسان شده است (I') و بنابراین داریم:

$$I = 3I' \Rightarrow I' = \frac{I}{3}$$

خود این $I' = \frac{1}{3}I$ از مقاومت‌های موازی $4/0\Omega$ می‌گذرد؛ مثلاً شکلی مثل شکل زیر داریم:



توجه کنید چون مقاومت‌ها یکسان است، جریان عبوری از آن‌ها نیز یکسان شده است (I'') و بنابراین داریم:

$$I'' = \frac{I'}{2} = \frac{I}{6} = \frac{3/5 A}{6} = 0.5/5 A$$

۳۲. چون همه لامپ‌ها از هر لحاظ یکسان هستند، پیش از بستن کلید، اختلاف پتانسیل دو سر همه یکسان و برابر با $\mathcal{E}/3$ است، که $\mathcal{E}$ نیروی محرکه باتری است:

$$V_{1A} = V_{1B} = V_{1C} = \frac{\mathcal{E}}{3}$$

پس از بستن کلید، اختلاف پتانسیل دو سر لامپ C برابر صفر می‌شود و بنابراین لامپ C از مدار خارج می‌شود و بدین ترتیب خواهیم داشت:

$$V_{2A} = V_{2B} = \frac{\mathcal{E}}{2}$$

بنابراین، نسبت اختلاف پتانسیل‌های لامپ‌های A و B چنین می‌شود:

$$\frac{V_{2A}}{V_{1A}} = \frac{V_{2B}}{V_{1B}} = \frac{\mathcal{E}/2}{\mathcal{E}/3} = 1/5$$

اکنون اگر به گزینه‌های مسئله نگاه کنیم درمی‌یابیم گزینه‌های پ و ت درست هستند. گزینه پ از آن رو درست است که در بالا نشان دادیم $V_{2A} = 1/5 V_{1A}$ و $V_{2B} = 1/5 V_{1B}$ می‌شود که این به معنی افزایش ۵۰٪ اختلاف پتانسیل دو سرشان است. گزینه ت نیز درست است و ما پیشتر از آن استفاده کردیم.

تبصره. در وضعیت شکل مسئله، وقتی کلید را می‌بندیم، اصطلاحاً می‌گویند دو سر لامپ اتصال کوتاه (short circuit) شده است.

۳۳. با توجه به اینکه اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه و توان هریک از مصرف‌کننده‌ها را داریم، مقاومت هر مصرف‌کننده را می‌توان به راحتی با استفاده از رابطه $P = V^2/R$ به دست آورد:

$$R_{\text{اتو}} = \frac{V^2}{P_{\text{اتو}}} = \frac{(220V)^2}{1100W} = 44/0 \Omega$$

$$R_{\text{توستر}} = \frac{V^2}{P_{\text{توستر}}} = \frac{(220V)^2}{1800W} = 26/9 \Omega$$

$$R_{\text{لامپ‌ها}} = \frac{V^2}{P_{\text{لامپ‌ها}}} = \frac{(220V)^2}{5(100W)} = 96/8 \Omega$$

$$R_{\text{بخاری}} = \frac{V^2}{P_{\text{بخاری}}} = \frac{(220V)^2}{1100W} = 44/0 \Omega$$

از طرفی داریم $I = V/R_{\text{eq}}$ که $1/R_{\text{eq}}$ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{\text{eq}}} &= \frac{1}{R_{\text{اتو}}} + \frac{1}{R_{\text{توستر}}} + \frac{1}{R_{\text{لامپ}}} + \frac{1}{R_{\text{بخاری}}} \\ &= \frac{1}{44/0 \Omega} + \frac{1}{26/9 \Omega} + \frac{1}{96/8 \Omega} + \frac{1}{44/0 \Omega} \\ &= 9/30 \times 10^{-2} \Omega^{-1} \end{aligned}$$

بنابراین جریان عبوری از مقاومت چنین می‌شود:

$$\begin{aligned} I &= \frac{V}{R_{eq}} = V\left(\frac{1}{R_{eq}}\right) \\ &= (220V)(9/30 \times 10^{-2} \Omega^{-1}) \\ &= 20/46A = 20/5A \end{aligned}$$

که این بیشتر از جریان ۱۵A است که فیوز می‌تواند تحمل کند و بنابراین فیوز می‌پرد.