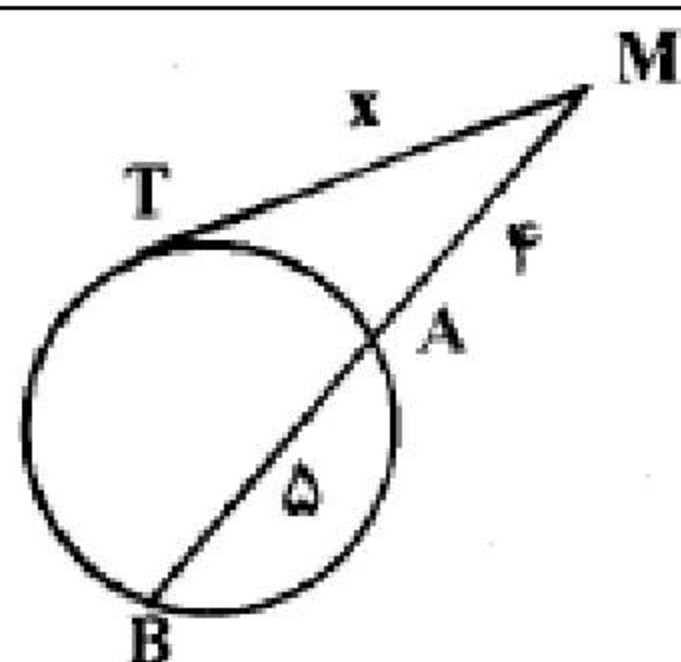




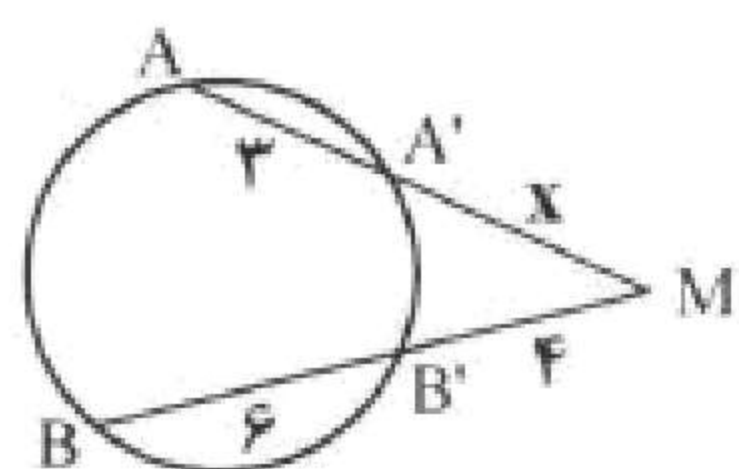
۱- در شکل زیر مقدار X را به دست آورید.



۲- قضیه: ثابت کنید طول مماس‌های رسم شده بر یک دایره از هر نقطه‌ی خارج آن با هم برابرند.

۳- ثابت کنید در یک دایره، کمان‌های نظیر دو وتر مساوی با هم برابرند.

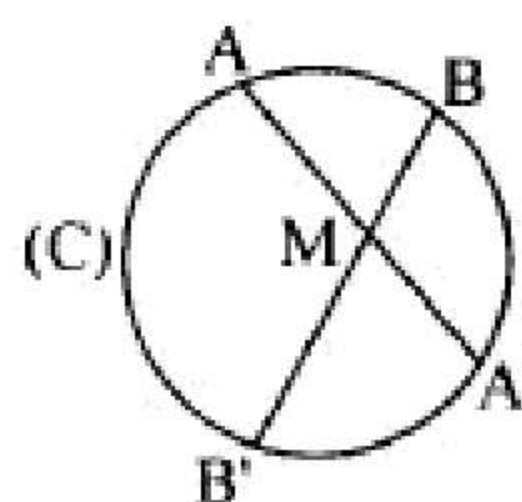
۴- قضیه: ثابت کنید اندازه زاویه‌ای که از برخورد دو وتر در یک دایره ایجاد می‌شود، برابر نصف مجموع اندازه دو کمانی از دایره است که به ضلع‌ها و امتداد ضلع‌های آن زاویه محدودند.



۵- در شکل زیر مقدار X را محاسبه کنید.

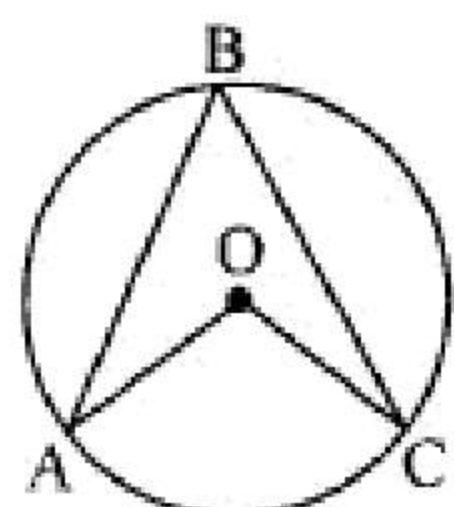
۶- قضیه: ثابت کنید در یک دایره، از دو وتر نابرابر، آن که بزرگ‌تر است، به مرکز دایره نزدیک‌تر است، و به عکس.

۷- قضیه: از نقطه M واقع در داخل دایره (C) دو وتر AA' و BB' رسم شده‌اند، ثابت کنید:



$$MA \times MA' = MB \times MB'$$

۸- در دایره به مرکز O ، اگر $\widehat{AOC} = (3\alpha + 12)^\circ$ و $\widehat{ABC} = (\alpha + 16)^\circ$ باشد، مقدار α و اندازه زاویه مرکزی



AOC و محاطی ABC را محاسبه کنید.

۹- در سوالات زیر گزینه درست را انتخاب کنید:

الف) مرکز دایره محاطی داخلی هر مثلث، محل برخورد آن مثلث است.

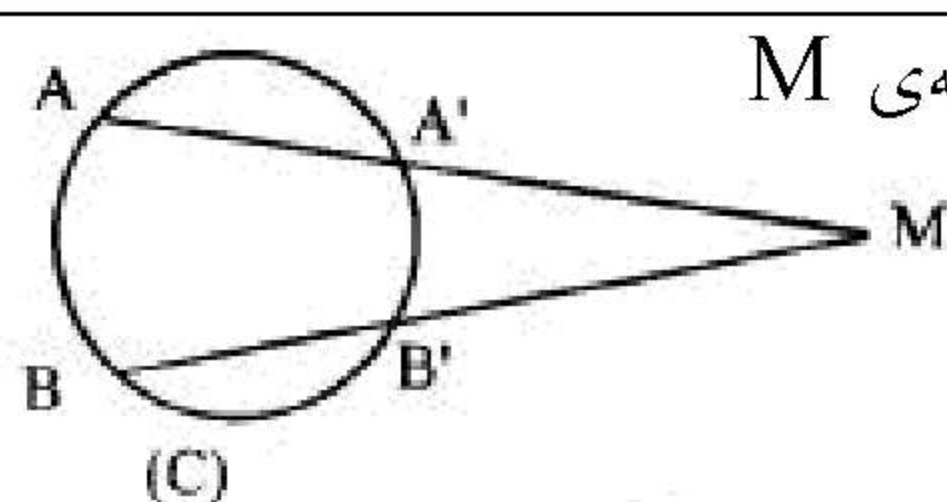
(۱) ارتفاع‌های اضلاع (۲) عمود منصف‌های اضلاع

(۳) نیم‌سازهای زاویه‌های درونی (۴) میانه‌های اضلاع

ب) مرکز دایره محیطی هر مثلث، محل برخورد آن مثلث است.

(۱) ارتفاع‌های اضلاع (۲) عمود منصف‌های اضلاع

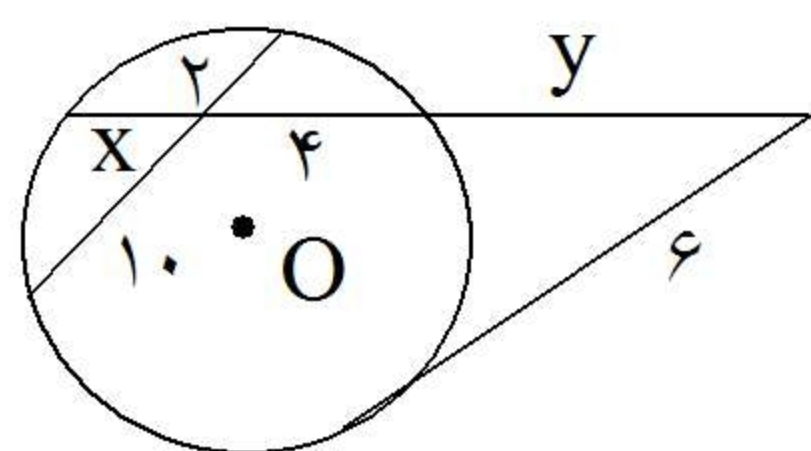
(۳) نیم‌سازهای زاویه‌های درونی (۴) میانه‌های اضلاع



۱۰- ثابت کنید اگر امتداد وترهای AA' و BB' از دایره (C) یکدیگر را در نقطه M قطع کنند. آن گاه:

$$MA \times MA' = MB \times MB'$$

۱۱- «چند ضلعی محاطی» را تعریف کنید:



۱۲- در شکل مقابل مقادیرهای X و Y را به دست آورید.

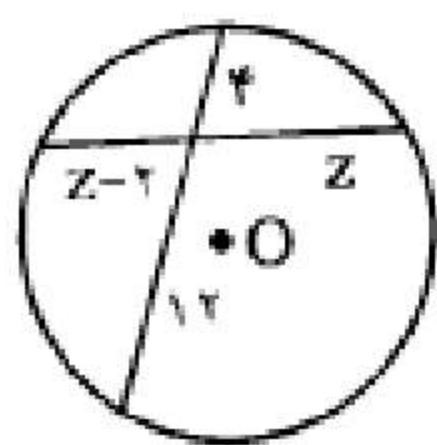
۱۳- مقدار X را چنان بیابید که اندازه مماس مشترک داخلی دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۳ و خط‌المركزین $d = ۱۳$ ، برابر $۵X - ۸$ باشد.

۱۴- قضیه: ثابت کنید اندازه‌ی زاویه‌ای که از برخورد دو وتر در یک دایره ایجاد می‌شود، برابر نصف مجموع اندازه‌ی دو کمانی از دایره است که به ضلع‌ها و امتداد ضلع‌های آن زاویه محدودند.

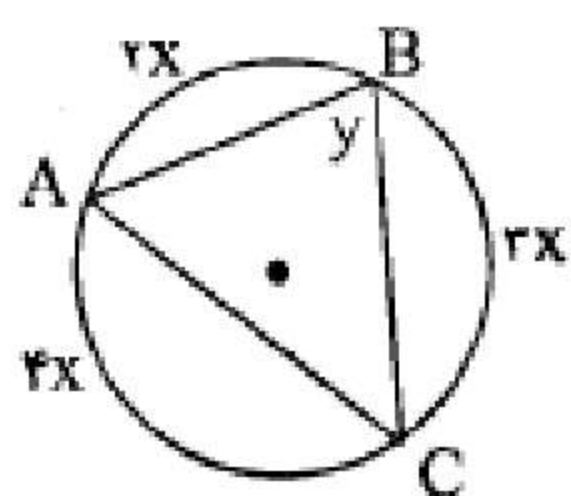
۱۵- قضیه: ثابت کنید طول مماس‌های رسم شده بر یک دایره از هر نقطه‌ی خارج آن باهم برابرند.

۱۶- مفهوم «چند ضلعی محیطی» را تعریف کنید.

۱۷- با توجه به شکل زیر اندازه‌ی Z را تعیین کنید.

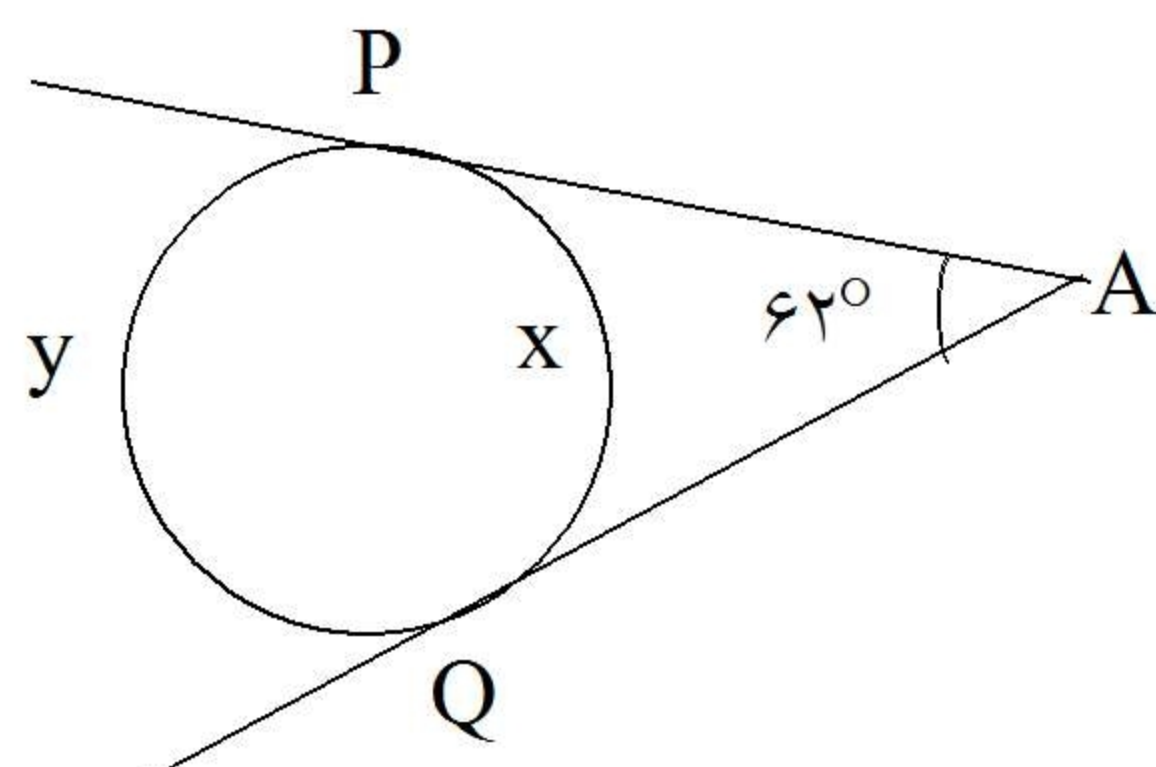


۱۸- با توجه به شکل زیر اندازه‌ی X و Y را تعیین کنید.



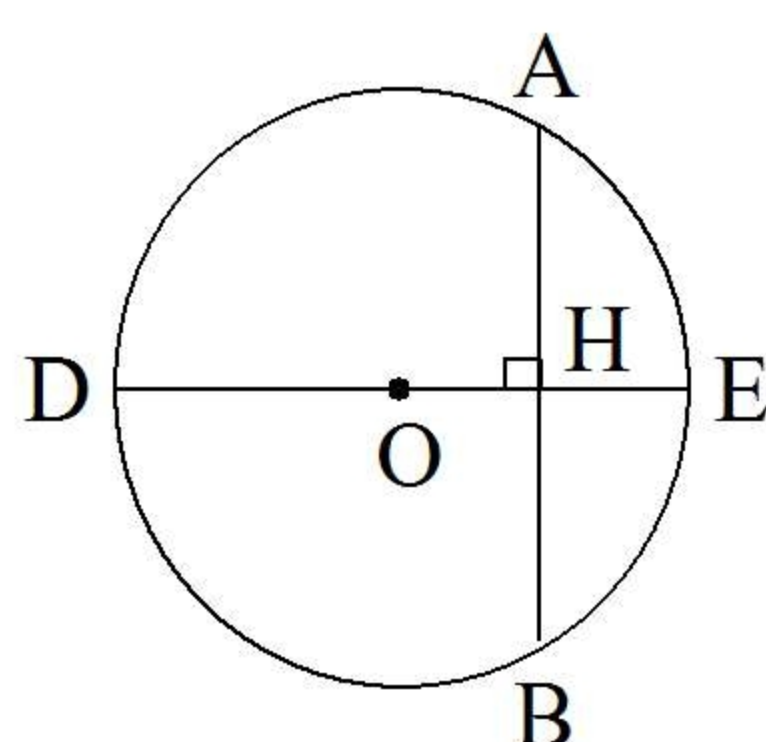
۱۹- قضیه: ثابت کنید اگر از یک نقطه، یک مماس و یک قاطع نسبت به یک دایره رسم کنیم، قطعه‌ای از خط مماس محصور بین آن نقطه و نقطه‌ی مماس، واسطه‌ی هندسی بین دو قطعه‌ی قاطع است.

۲۰- با توجه به شکل X و Y را بیابید.



۲۱- جای خالی را به طور مناسب پر کنید.

اگر در یک چهارضلعی، زاویه‌های روبه‌رو یکدیگر باشند، آن چهارضلعی محاطی است.



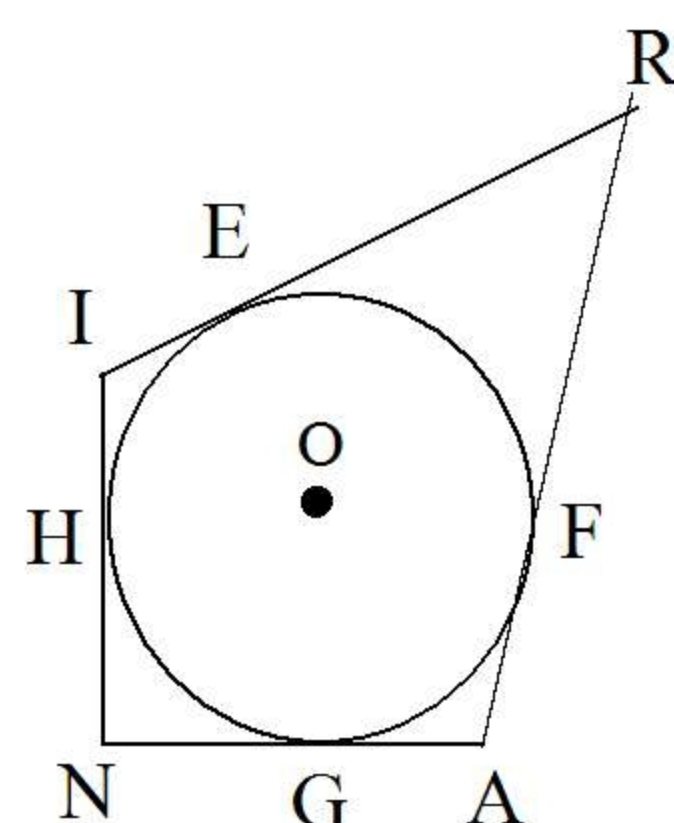
۲۲- قضیه: ثابت کنید در هر دایره، قطر عمود بر هر وتر، آن وتر و کمان‌های نظیر آن وتر را نصف می‌کند.

۲۳- قضیه: ثابت کنید اگر در یک چهارضلعی، زاویه‌های روبه‌رو مکمل یکدیگر باشند، آن چهارضلعی محاطی است.

۲۴- ضلع‌های چهارضلعی محیطی IRAN بر دایره مماس‌اند. (شکل روبه‌رو)

ثابت کنید:

$$IR + AN = RA + NI$$



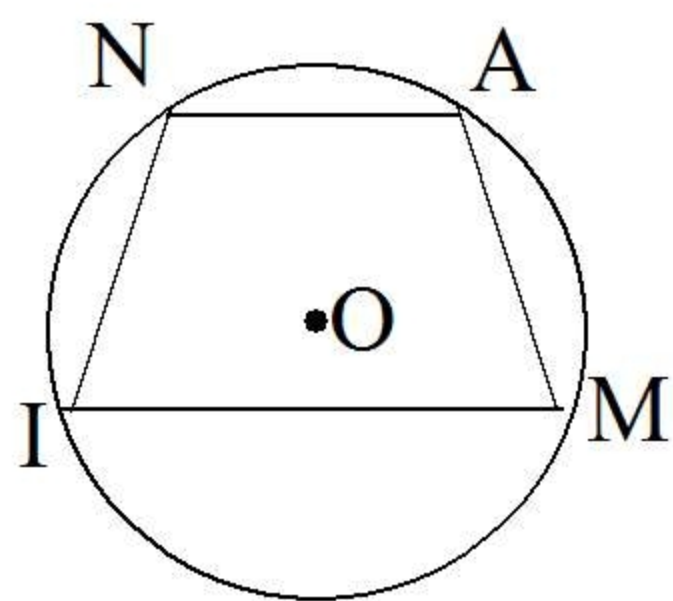
۲۵- دایره‌ی $C(O, 5)$ و نقطه‌ی M به فاصله‌ی $5\sqrt{2}$ از مرکز دایره‌ی C داده شده است. MT و MT' در نقاط T و T' بر این دایره مماسند.

الف) طول مماس‌های MT و MT' را به دست آورید.

ب) نوع چهارضلعی OTMT' را با ذکر دلیل مشخص کنید.

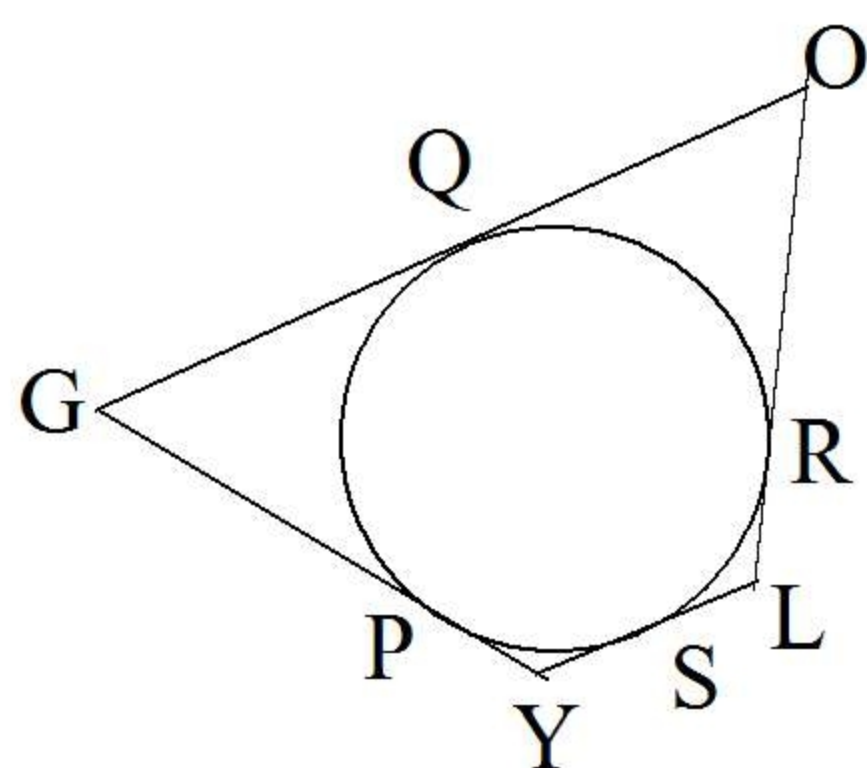
۲۶- در دایره‌ی (O) چهار ضلعی AMIN محاط شده است و داریم $NI = AM$

نشان دهید: $AN \parallel MI$

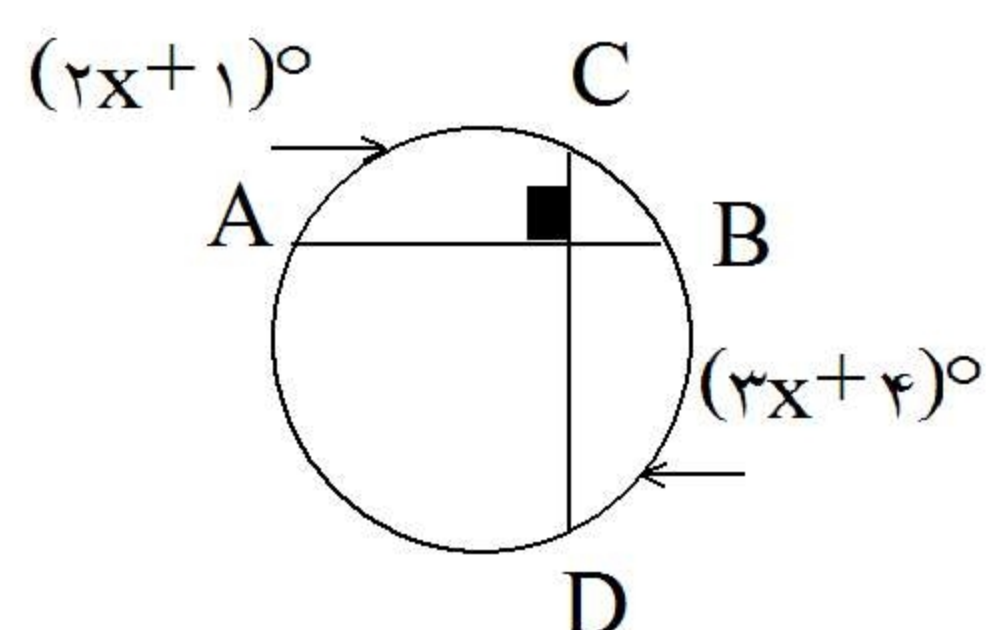


۲۷- ضلع‌های چهارضلعی محیطی GOLY بر دایره مماسند، ثابت کنید:

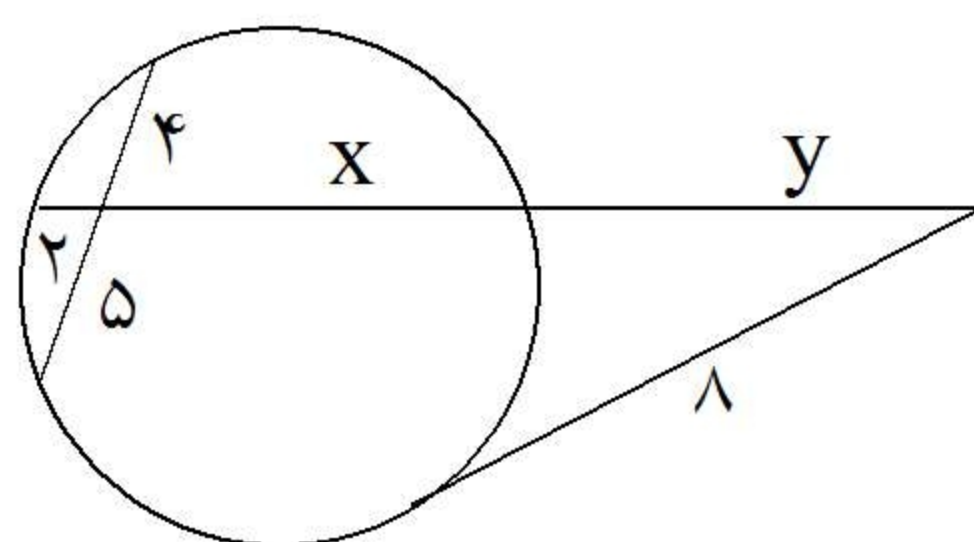
$$GO + LY = OL + GY$$



۲۸- مقدار x را در شکل زیر به دست آورید.

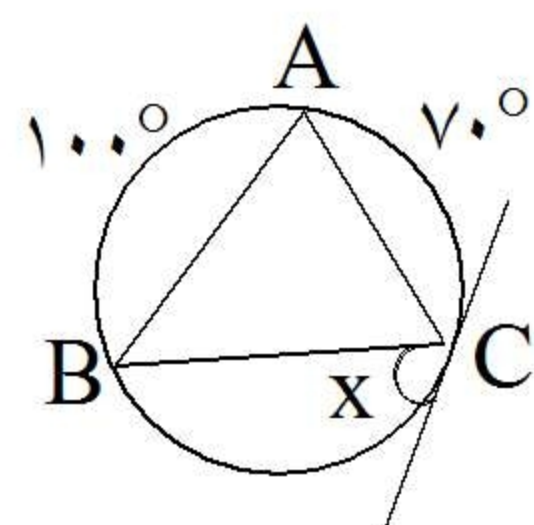


۲۹- با توجه به شکل مقدار x و y را بیابید.



۳۰- مقدار a را چنان بیابید که اندازه‌ی مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۸ و خط‌المركزین $d=10$ برابر $a-1$ باشد. سپس تعیین کنید این دو دایره چند مماس مشترک داخلی دارد؟

۳۱- مقدار x را به دست آورید.

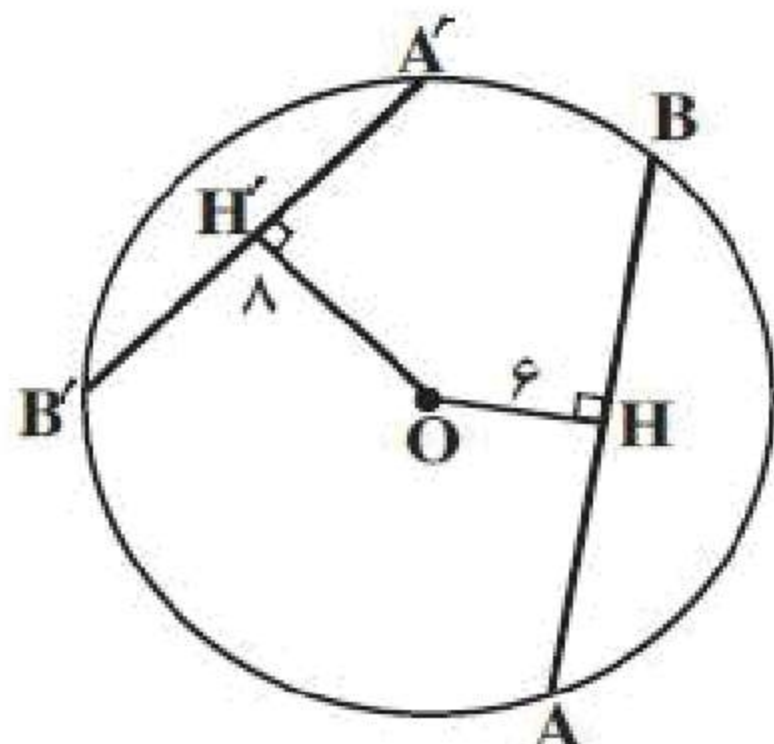


۳۲- طول خط‌المركزین در دو دایره‌ی متقاطع به شعاع‌های ۴ و ۳ سانتی‌متر برابر ۶ سانتی‌متر است. طول مماس مشترک خارجی دو دایره را به دست آورید.

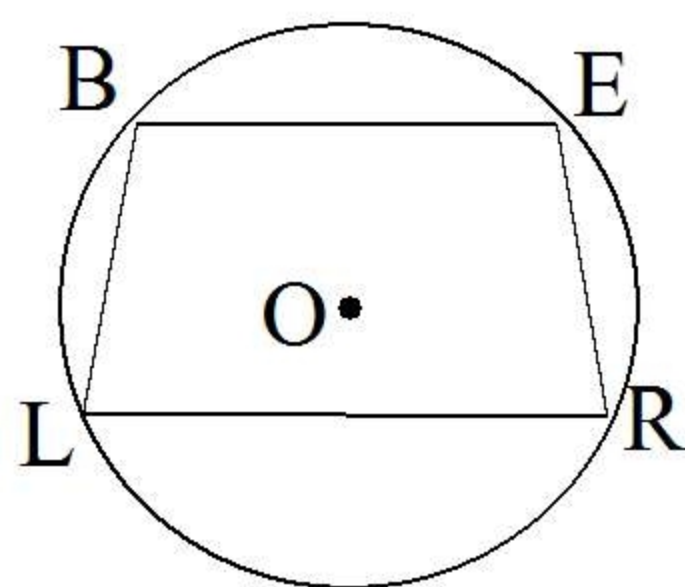
۳۳- ثابت کنید در هر چهارضلعی محاطی، زاویه‌های روبه‌رو مکمل یکدیگرند.

۳۴- الف) در دایره‌ی $C(O, 10)$ فاصله وتر AB از مرکز دایره برابر ۶ و فاصله‌ی وتر $A'B'$ از مرکز دایره مساوی ۸ است. طول وترهای AB و $A'B'$ را به دست آورید.

ب) چه رابطه‌ای بین فاصله‌ی وترها از مرکز دایره و طول آنها می‌یابید؟
پ) آیا این رابطه همیشه برقرار است؟

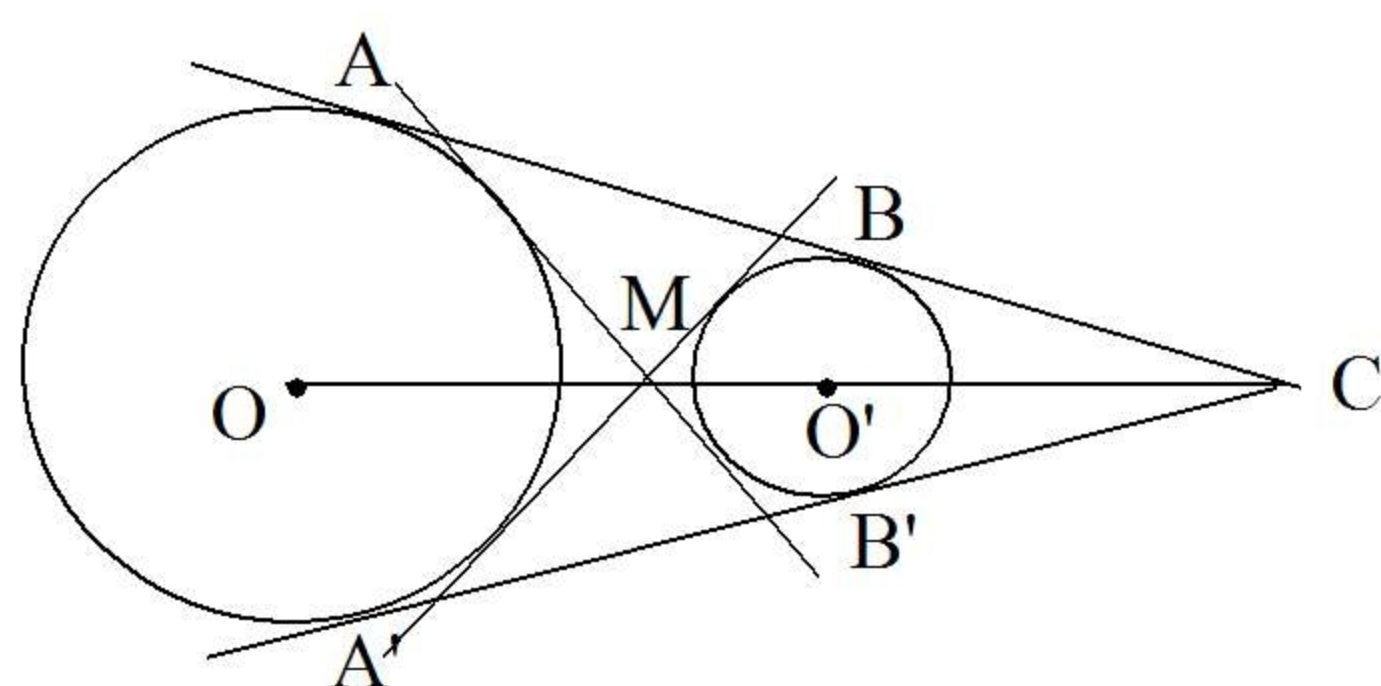


۳۵- در دایره‌ی $C(O, R)$ ، $BL = ER$ نشان دهید که $BE \parallel LR$

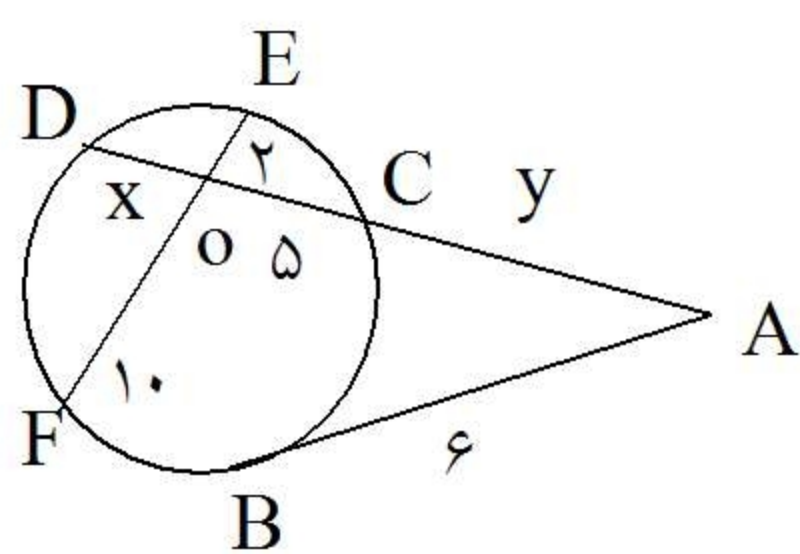


۳۶- مقدار m را چنان تعیین کنید که اندازه‌ی مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع‌های ۱۷ و ۱۲ و خط‌المركزین $d = 13$ برابر با $3 - \sqrt{m}$ باشد.

۳۷- دو دایره به شعاع‌های ۹ سانتی‌متر و ۴ سانتی‌متر مفروضند. اگر اندازه‌ی مماس مشترک خارجی آنها ۱۲ سانتی‌متر باشد، طول خط‌المركزین دو دایره را بدست آورید. این دو دایره نسبت به هم چه وضعی دارند؟



۳۸- ثابت کنید مماسهای مشترک خارجی دو دایره یکدیگر را روی خط‌المركزین قطع می‌کنند همچنین مماسهای مشترک داخلی.

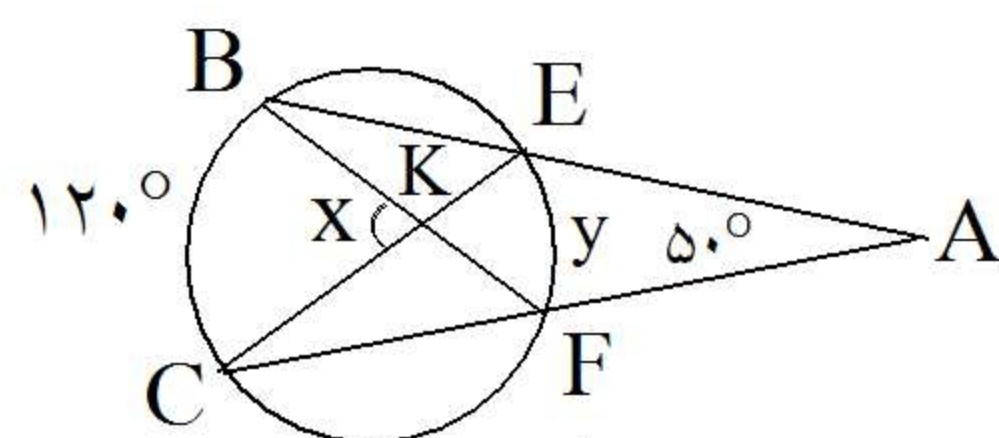


۳۹- در شکل مقابل با توجه به اندازه‌های داده شده مقادیر x و y را بدست آورید.

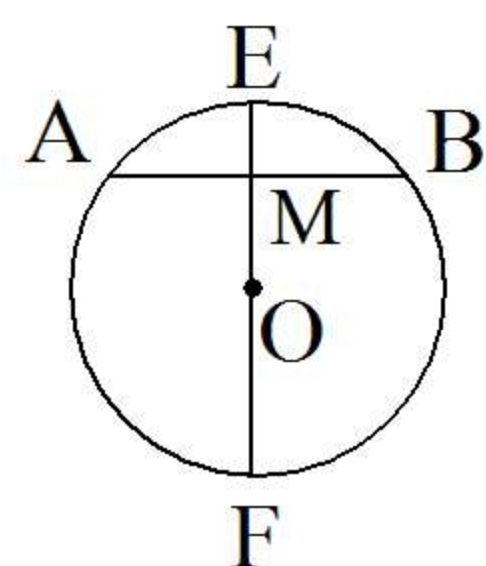
۴۰- اگر $d = 8$ خط‌المركزین و $R = a + 3$ و $R' = 2a - 5$ شعاع‌های دو دایره باشند مقدار a را طوری تعیین کنید که این دو دایره مماس درون باشند.

۴۱- اگر دو دایره $C(O, 5)$ و $C'(O', 8)$ مماس خارج باشند اندازه خط‌المركزین آنها چقدر است؟

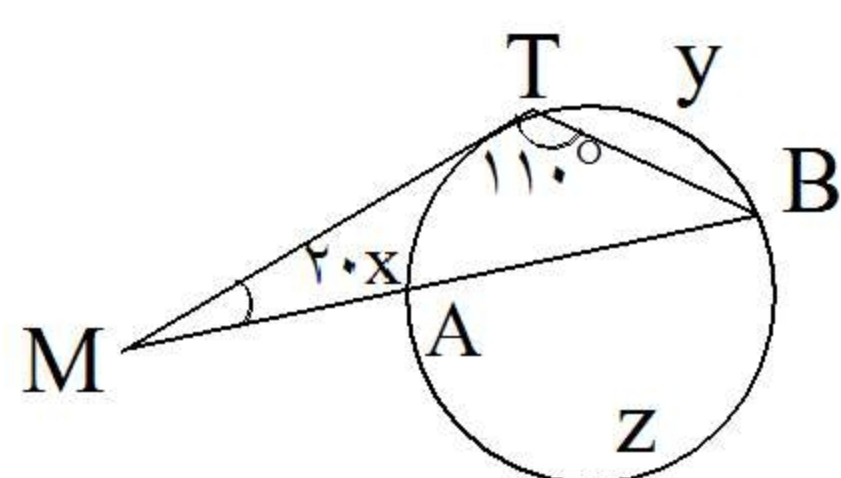
۴۲- در شکل روبرو x و y را حساب کنید. $x = \widehat{BKC}$ و $y = \widehat{EF}$



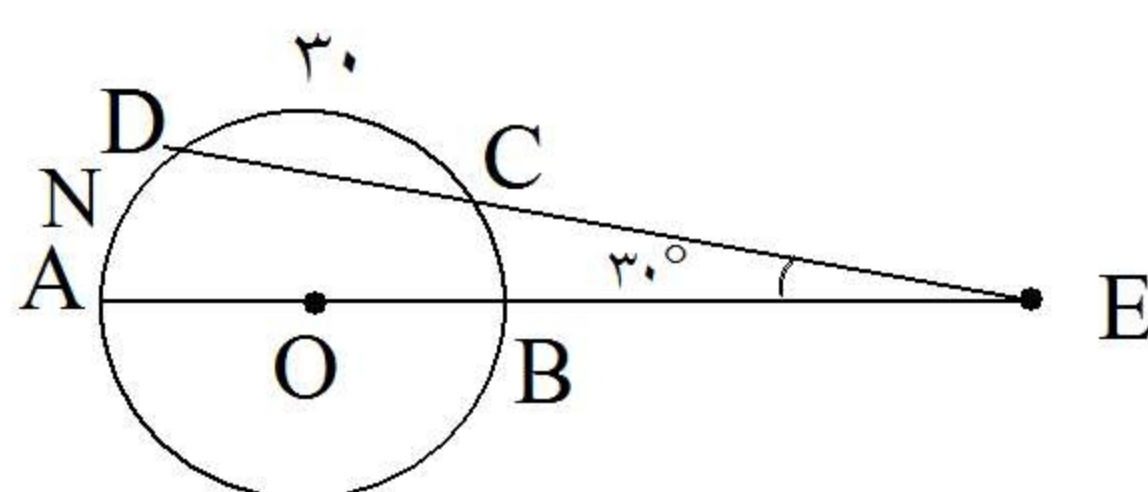
۴۳- در دایره $C(O, R)$ اندازه x و از روی آن اندازه R شعاع دایره را تعیین کنید.
 $MF = x + 5$ و $BM = x + 1$ و $ME = x - 1$



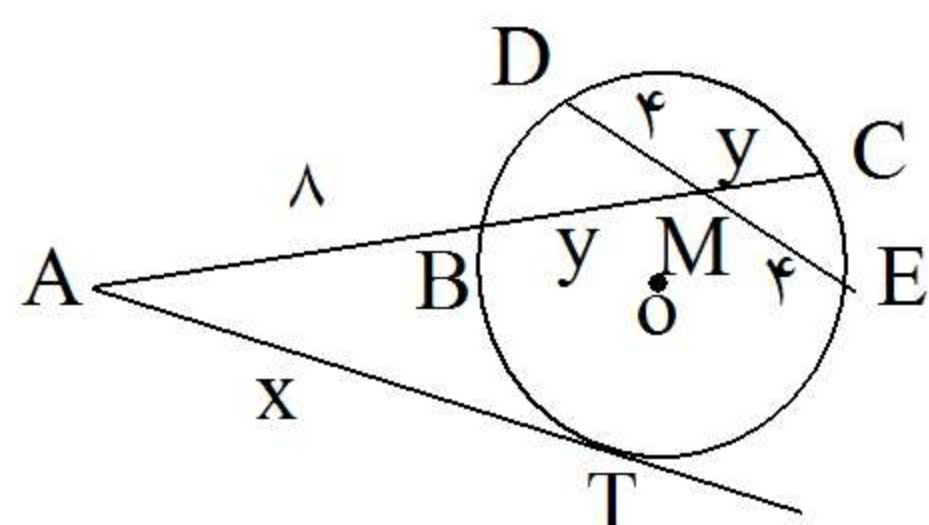
۴۴- با استفاده از شکل داده شده اندازه x و y و z را مشخص کنید. (خط MT در نقطه T بر دایره مماس است).
 $\widehat{T} = 110^\circ$, $\widehat{M} = 20^\circ$



۴۵- امتداد دو وتر در خارج از دایره $C(O, R)$ یکدیگر را در نقطه E قطع می کنند. با توجه به اندازه های شکل طول کمان AND را به دست آورید.



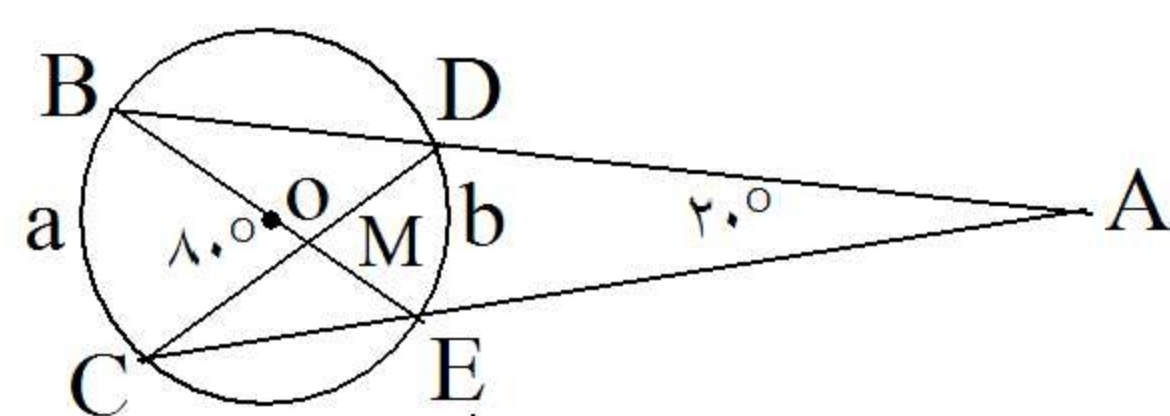
۴۶- در دایره $C(O, R)$ با توجه به اندازه های شکل پاره خط های مجهول x و y را بدست آورید.



$$AB = 8 \text{ و } BM = CM = y$$

$$DM = EM = 4 \text{ و } AT = x$$

۴۷- با توجه به اندازه های داده شده در شکل زیر اندازه کمان های a و b را بدست آورید.

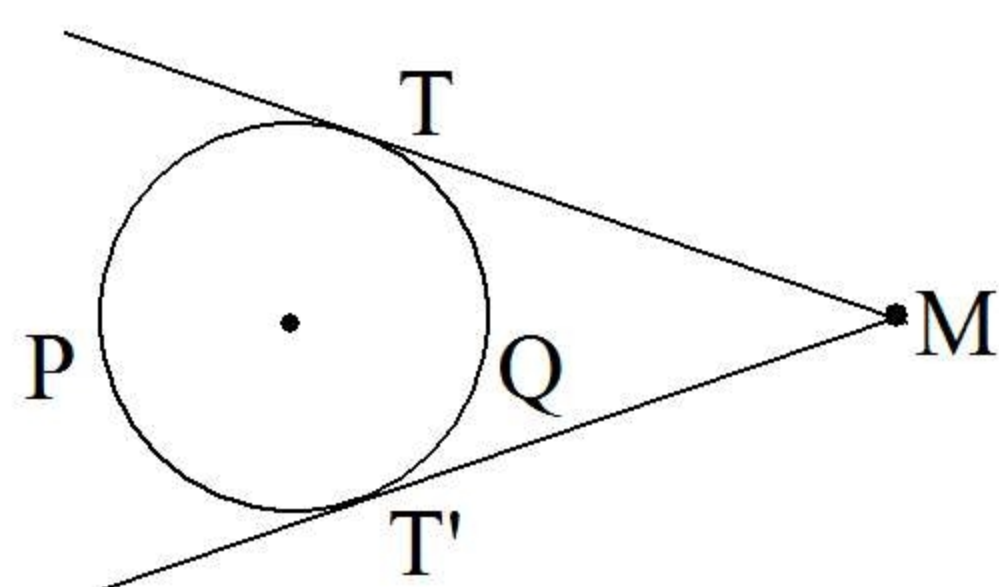


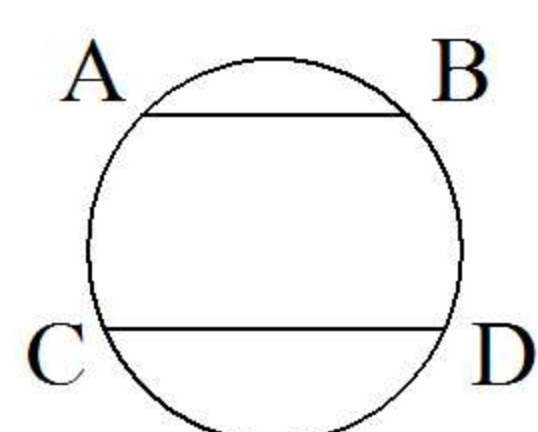
$$\widehat{A} = 20^\circ$$

$$\widehat{M} = 80^\circ$$

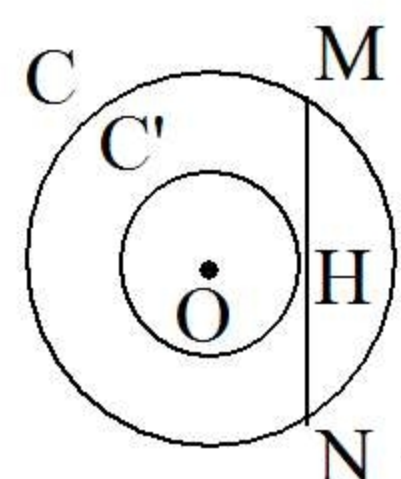
۴۸- دو مماس MT و MT' بر دایره $C(O, R)$ رسم شده اند. ثابت کنید:

$$\widehat{M} = \frac{\widehat{TPT'} - \widehat{TQT'}}{2}$$

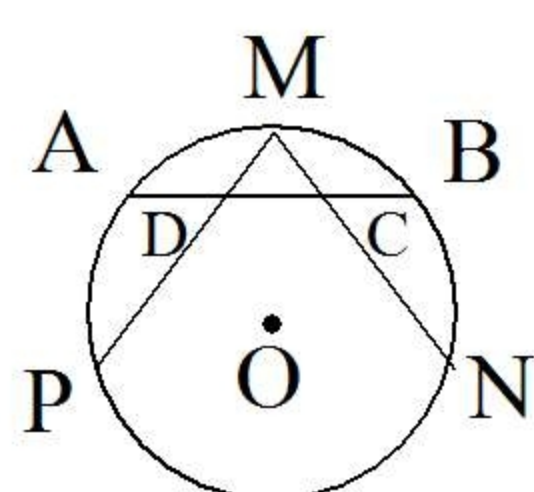




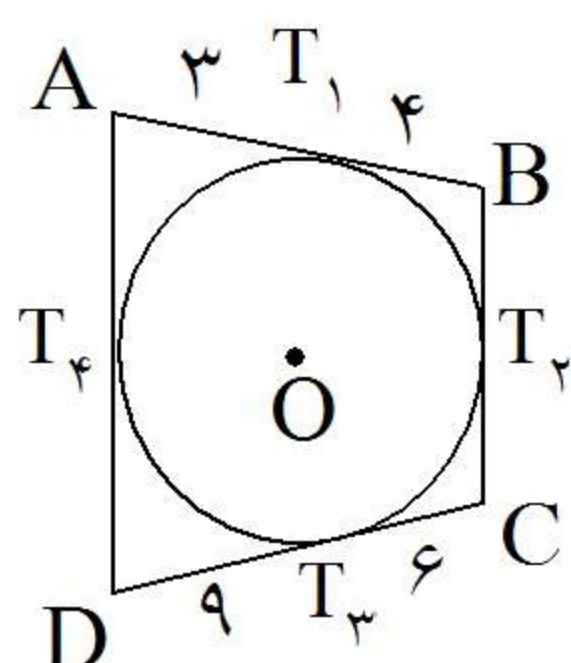
۴۹- دو وتر AB و CD در دایره $C(O, R)$ موازی هستند. ثابت کنید دو کمان AC و BD مساویند.



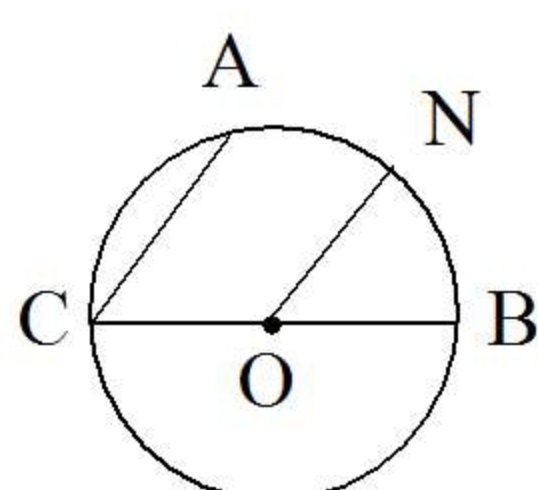
۵۰- دو دایره هم‌مرکز $C'(O, 3)$ و $C(O, 5)$ مفروض‌اند. وتری از دایره بزرگتر طوری رسم می‌کنیم که بر دایره کوچکتر مماس باشد. طول این وتر را به دست آورید.
 $R = 5\text{ cm}$ $R' = 3\text{ cm} \Rightarrow MN = ?$



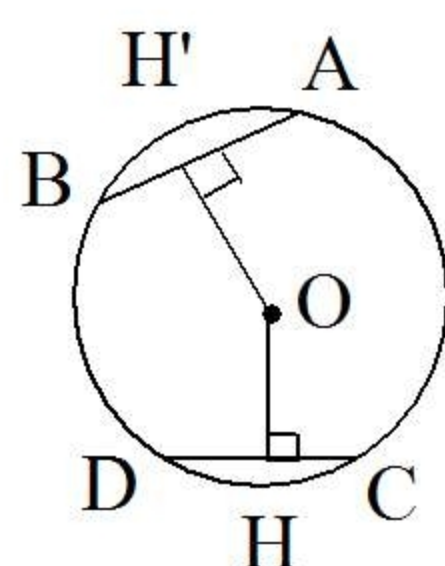
۵۱- از نقطه M وسط کمان AB دو وتر دلخواه MN و MP را رسم می‌کنیم تا وتر AB را در نقاط C و D قطع کند. ثابت کنید چهارضلعی $CDPN$ محاطی است.



۵۲- با توجه به اندازه‌های شکل زیر محیط چهارضلعی را به دست آورید.



۵۳- در دایره $C(O, R)$ دو پاره خط CA و ON موازی هستند. ثابت کنید: $AN = NB$.



۵۴- اگر فاصله‌ی مرکز دایره $C(O, R)$ تا دو وتر AB و CD برابر باشند ثابت کنید طول آن دو وتر با هم برابر است.

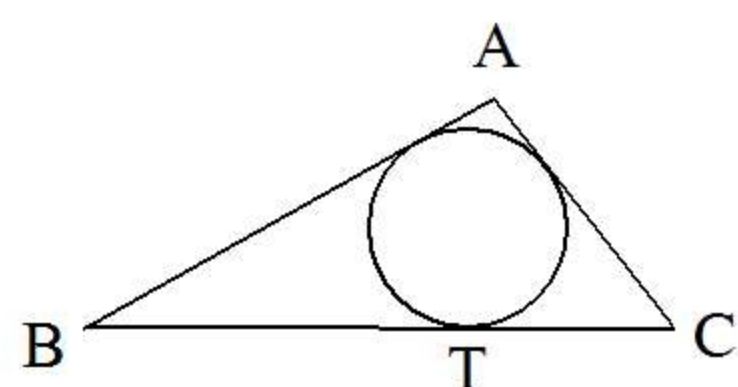
۵۵- ثابت کنید شعاع دایره محاطی داخلی هر مثلث از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید. که در آن S مساحت مثلث و P نصف محیط مثلث می‌باشد.

$$R = \frac{S}{P}$$

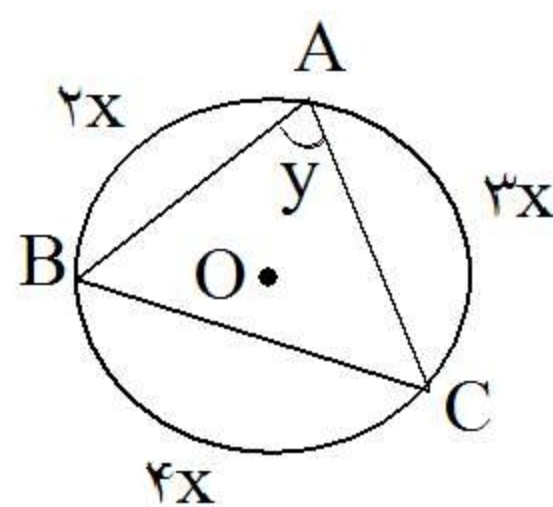
۵۶- ثابت کنید: در مثلث قائم‌الزاویه شعاع دایره محیطی نصف وتر است.

۵۷- اگر b و c دو ضلع زاویه‌ی قائمه A از مثلث قائم‌الزاویه ABC و T نقطه‌ی تماس دایره‌ی محاطی با وتر باشد ثابت کنید:

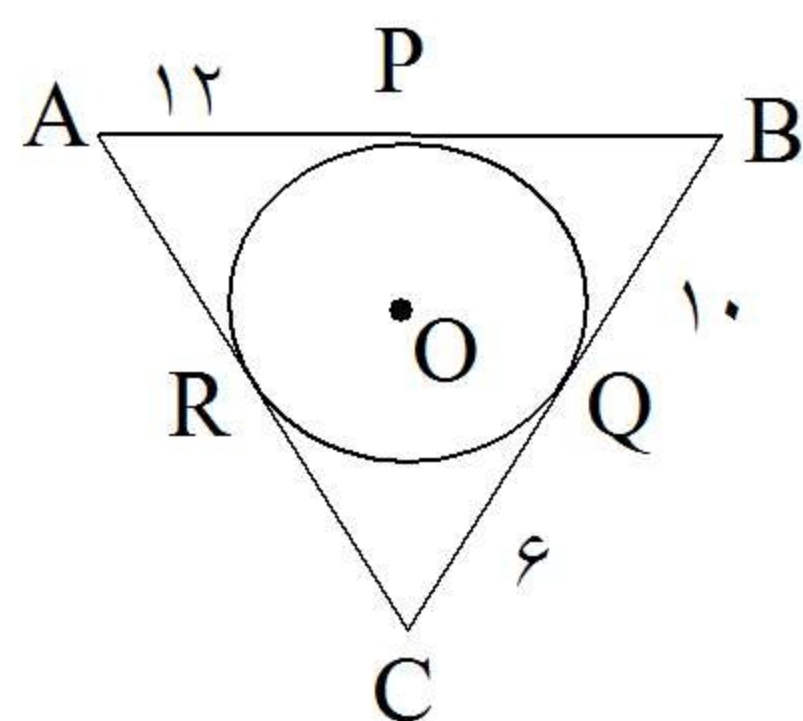
$$TB \times TC = \frac{bc}{2}$$



۵۸- در شکل زیر، اندازه‌های x و y را به دست آورید.



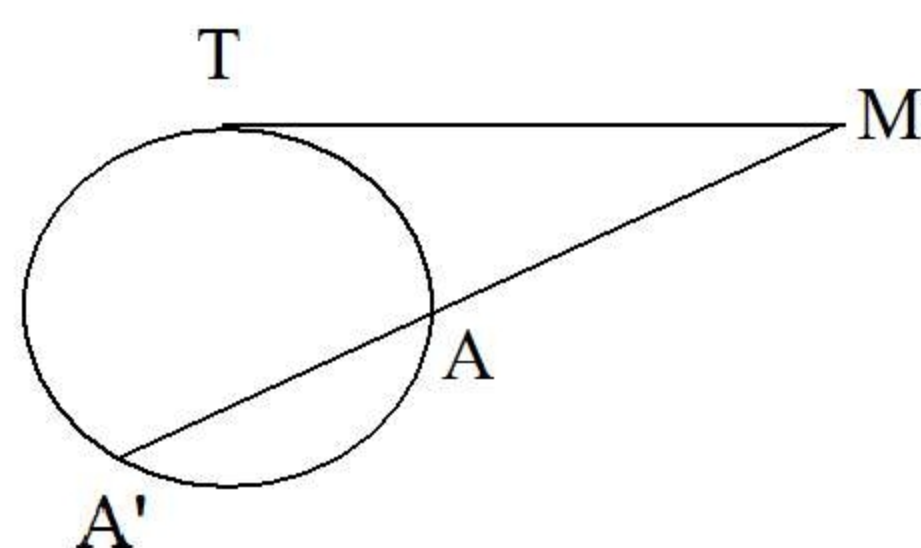
۵۹- محیط مثلث ABC در شکل زیر را بیابید.



۶۰- در شکل زیر خط MT مماس بر دایره در نقطه‌ی T و MA قاطع دایره است.

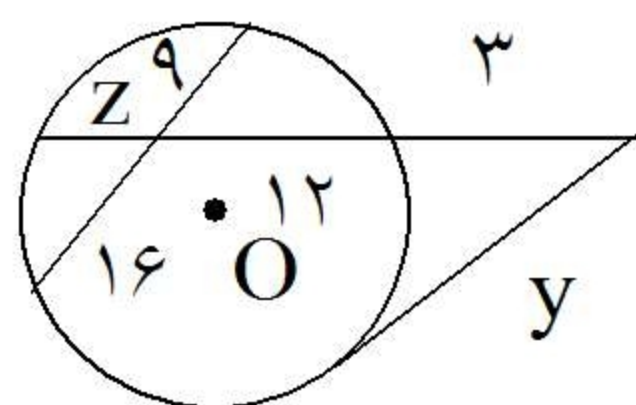
الف) اگر $MA = 4$ و $AA' = 5$ باشد، اندازه‌ی MT را تعیین کنید.

ب) اگر $\widehat{AT} = 100^\circ$ و $\widehat{M} = 80^\circ$ مطلوب است محاسبه‌ی $\widehat{A'T}$



۶۱- دو دایره به شعاع‌های $R_1 = 3$ و $R_2 = 4$ و طول خط‌المركزین $d = \sqrt{2} - 1$ است. این دو دایره نسبت به هم چه وضعی دارند؟

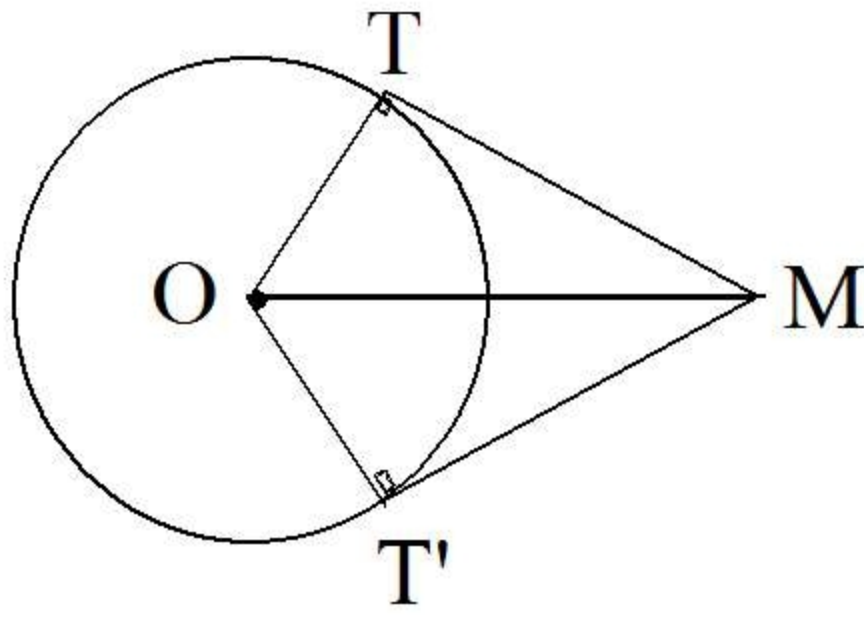
۶۲- در شکل زیر z و y را به دست آورید.



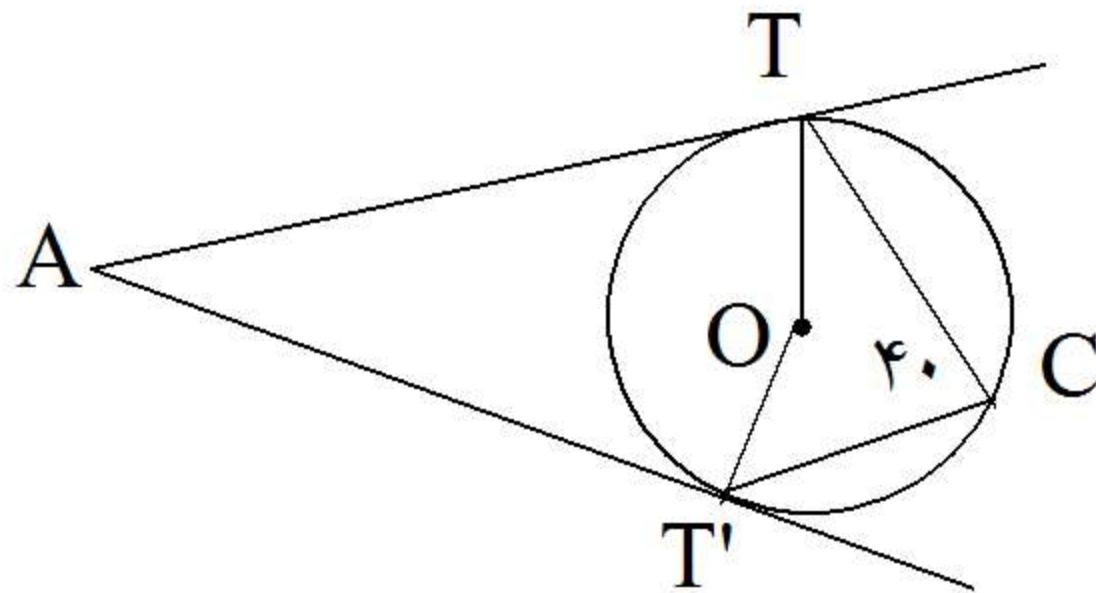
۶۳- شعاع‌های دو دایره‌ی هم‌مرکز ۵ و ۳ سانتی‌متر است. اندازه‌ی وتری از دایره‌ی بزرگ‌تر را که بر دایره‌ی کوچک‌تر مماس است، پیدا کنید.

مجموعه تمرینات

۶۴- از نقطه‌ی M دو مماس بر دایره $C(O, R)$ طوری رسم می‌کنیم که بر هم عمود باشند. طول پاره‌خط OM را به دست آورید.



۶۵- بر دایره $C(O, R)$ دو مماس AT و AT' رسم شده است. اگر $\hat{C} = 40^\circ$ باشد، زاویه بین دو مماس را به دست آورید.



۶۶- مقدار a را چنان بیابید که اندازه‌ی مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاعهای ۸ و ۳ و خط‌المركزین $d = 13$ ،