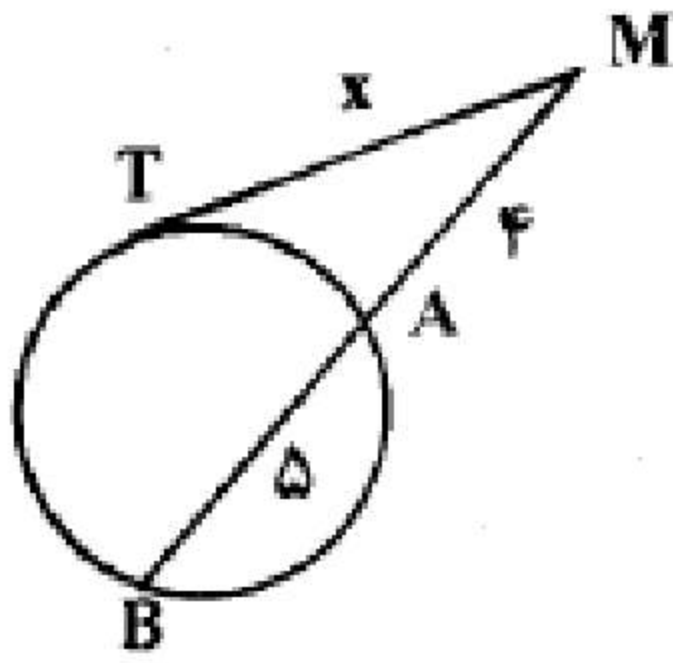




مجموعه تمرینات

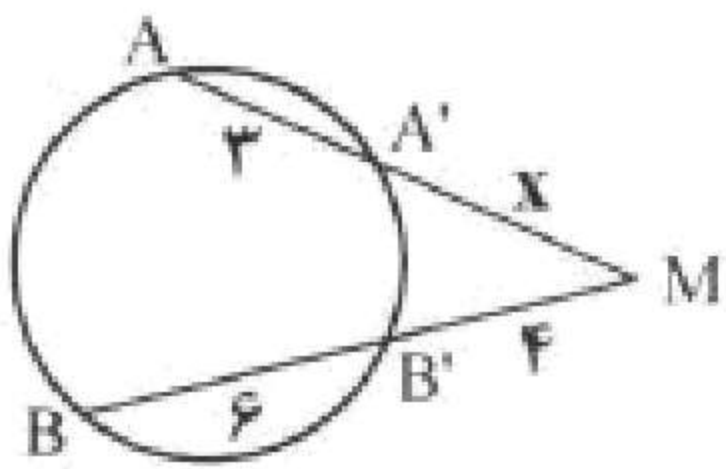
۱- در شکل زیر مقدار X را به دست آورید.



۲- قضیه: ثابت کنید طول مماس‌های رسم شده بر یک دایره از هر نقطه‌ی خارج آن با هم برابرند.

۳- ثابت کنید در یک دایره، کمان‌های نظیر دو وتر مساوی با هم برابرند.

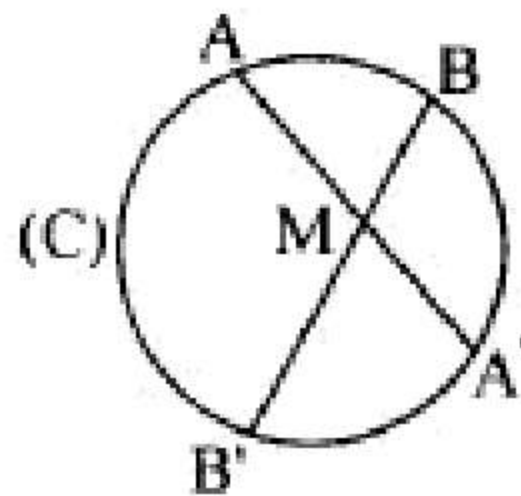
۴- قضیه: ثابت کنید اندازه زاویه‌ای که از برخورد دو وتر در یک دایره ایجاد می‌شود، برابر نصف مجموع اندازه دو کمانی از دایره است که به ضلع‌ها و امتداد ضلع‌های آن زاویه محدودند.



۵- در شکل زیر مقدار X را محاسبه کنید.

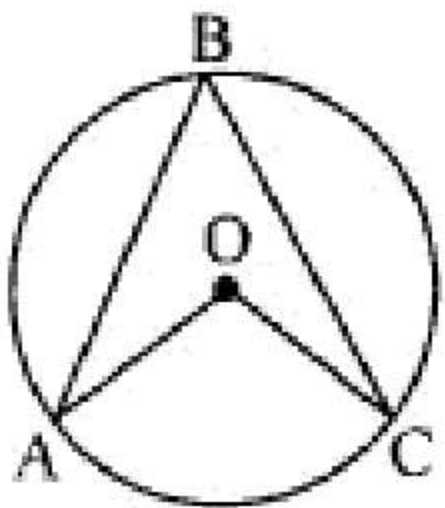
۶- قضیه: ثابت کنید در یک دایره، از دو وتر نابرابر، آن که بزرگ‌تر است، به مرکز دایره نزدیک‌تر است، و به عکس.

۷- قضیه: از نقطه M واقع در داخل دایره (C) دو وتر AA' و BB' رسم شده‌اند، ثابت کنید:



$$MA \times MA' = MB \times MB'$$

۸- در دایره به مرکز O ، اگر $\widehat{AOC} = (3\alpha + 12)^\circ$ و $\widehat{ABC} = (\alpha + 16)^\circ$ باشد، مقدار α و اندازه زاویه مرکزی

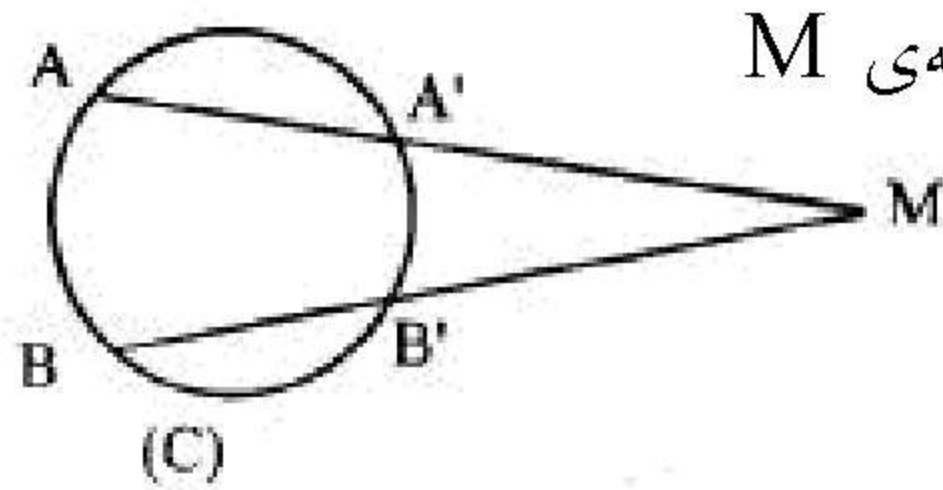


AOC و محاطی ABC را محاسبه کنید.

۹- در سوالات زیر گزینه درست را انتخاب کنید:

- | | |
|---|--------------------------------|
| (الف) مرکز دایره محاطی داخلی هر مثلث، محل برخورد آن مثلث است. | (۱) ارتفاع‌های اضلاع |
| (ب) مرکز دایره محیطی هر مثلث، محل برخورد آن مثلث است. | (۲) عمود منصف‌های اضلاع |
| (۳) نیم‌سازهای زاویه‌های درونی | (۳) میان‌های اضلاع |
| (۴) عمود منصف‌های اضلاع | (۴) عمود منصف‌های اضلاع |
| (۱) ارتفاع‌های اضلاع | (۱) ارتفاع‌های اضلاع |
| (۳) نیم‌سازهای زاویه‌های درونی | (۳) نیم‌سازهای زاویه‌های درونی |

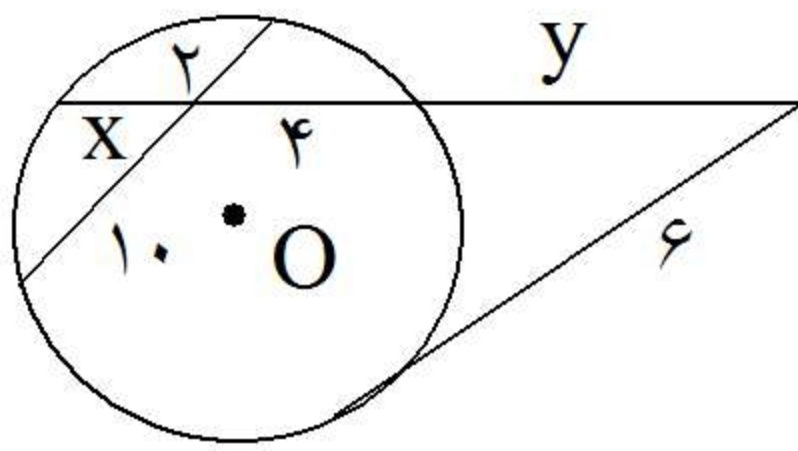
مجموعه تمرینات



۱۰- ثابت کنید اگر امتداد وترهای AA' و BB' از دایره (C) یکدیگر را در نقطه M قطع کنند. آن گاه:

$$MA \times MA' = MB \times MB'$$

۱۱- «چند ضلعی محاطی» را تعریف کنید:



۱۲- در شکل مقابل مقادیرهای X و Y را به دست آورید.

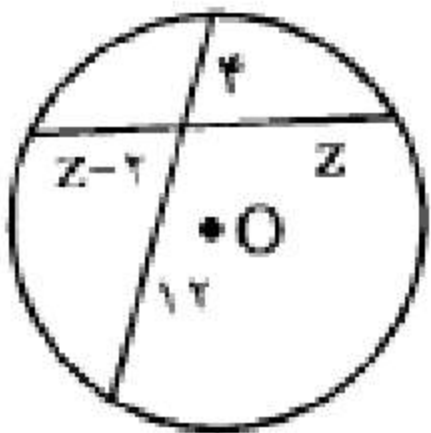
۱۳- مقدار X را چنان بیابید که اندازه مماس مشترک داخلی دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۳ و خط‌المركزین $d = 13$ برابر $5X - 8$ باشد.

۱۴- قضیه: ثابت کنید اندازه‌ی زاویه‌ای که از برخورد دو وتر در یک دایره ایجاد می‌شود، برابر نصف مجموع اندازه‌ی دو کمانی از دایره است که به ضلع‌ها و امتداد ضلع‌های آن زاویه محدودند.

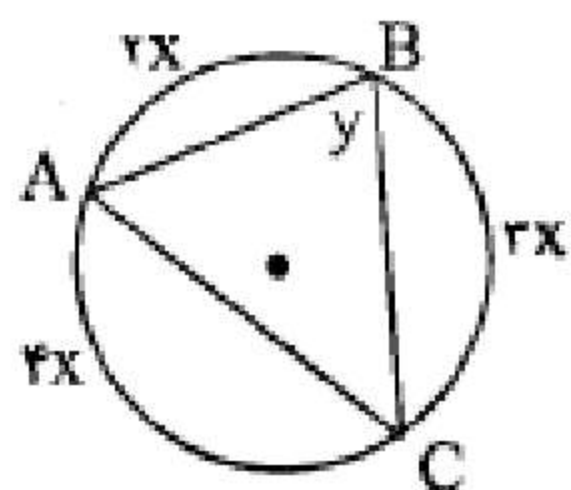
۱۵- قضیه: ثابت کنید طول مماس‌های رسم شده بر یک دایره از هر نقطه‌ی خارج آن باهم برابرند.

۱۶- مفهوم «چند ضلعی محیطی» را تعریف کنید.

۱۷- با توجه به شکل زیر اندازه‌ی Z را تعیین کنید.



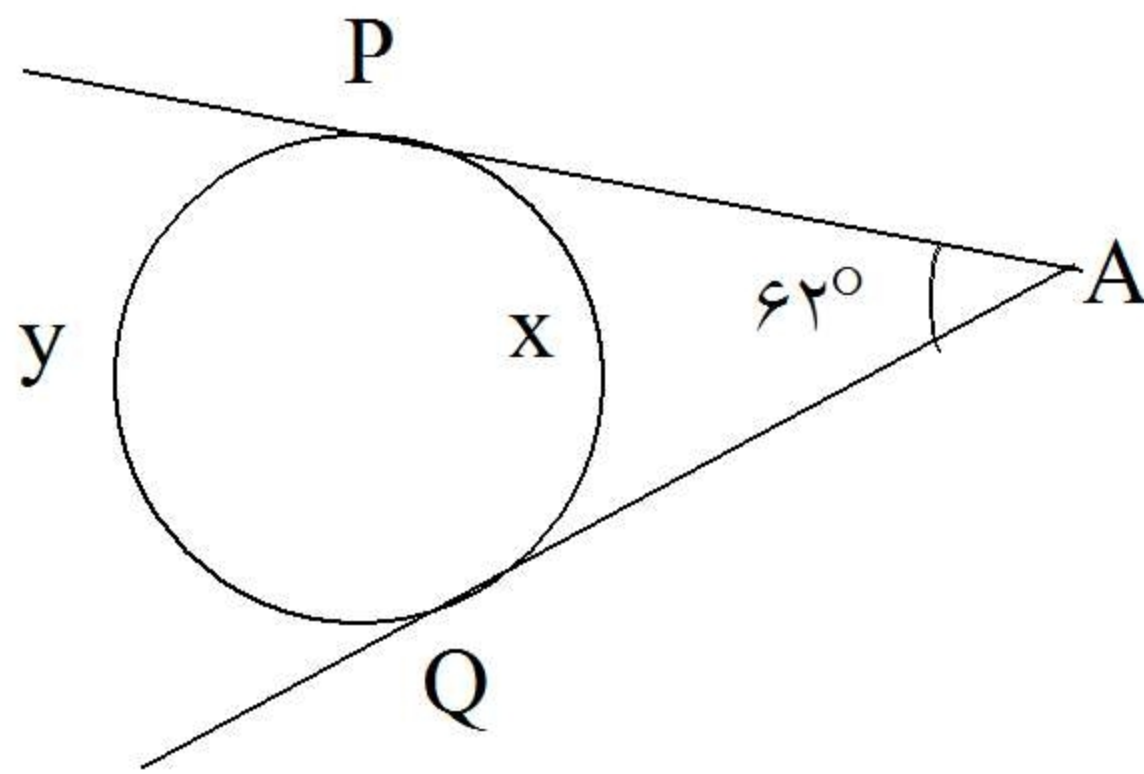
۱۸- با توجه به شکل زیر اندازه‌ی X و Y را تعیین کنید.



۱۹- قضیه: ثابت کنید اگر از یک نقطه، یک مماس و یک قاطع نسبت به یک دایره رسم کنیم، قطعه‌ای از خط مماس محصور بین آن نقطه و نقطه‌ی مماس، واسطه‌ی هندسی بین دو قطعه‌ی قاطع است.

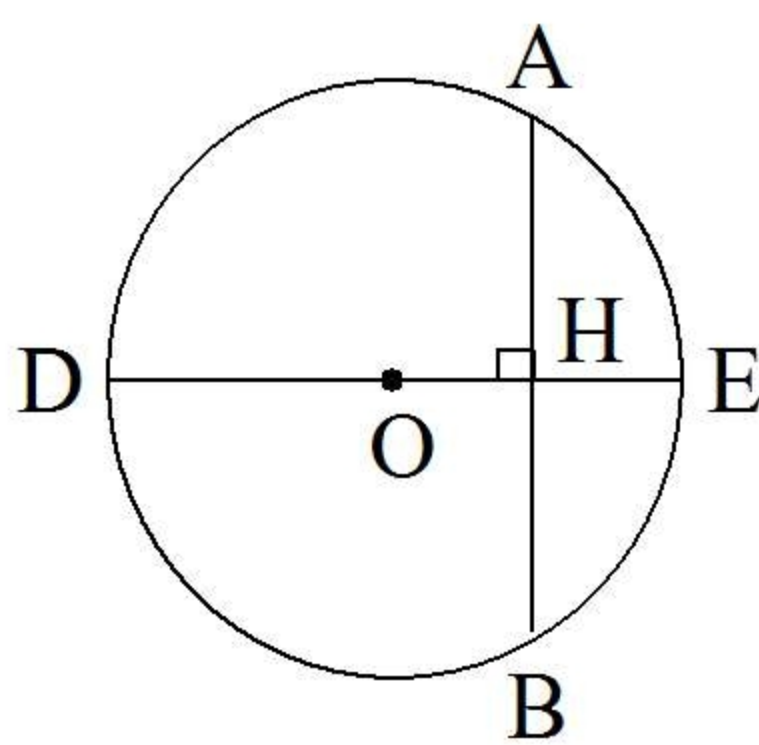
مجموعه تمرینات

۲۰- با توجه به شکل X و Y را بیابید.



۲۱- جای خالی را به طور مناسب پر کنید.

اگر در یک چهارضلعی، زاویه‌های روبه‌رو یکدیگر باشند، آن چهارضلعی محاطی است.



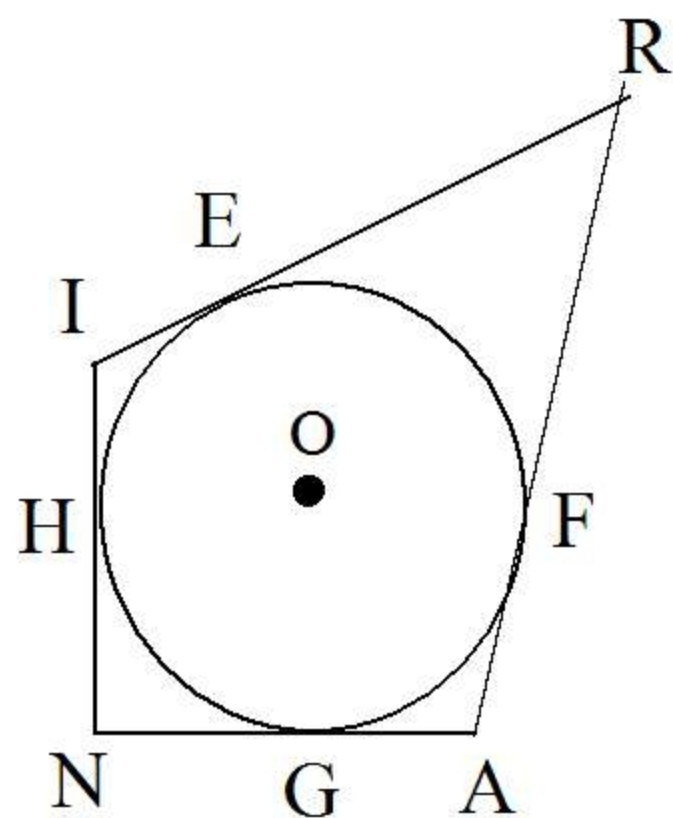
۲۲- قضیه: ثابت کنید در هر دایره، قطر عمود بر هر وتر، آن وتر و کمان‌های نظیر آن وتر را نصف می‌کند.

۲۳- قضیه: ثابت کنید اگر در یک چهارضلعی، زاویه‌های روبه‌رو مکمل یکدیگر باشند، آن چهارضلعی محاطی است.

۲۴- ضلع‌های چهارضلعی محیطی IRAN بر دایره مماس‌اند. (شکل روبه‌رو)

ثابت کنید:

$$IR + AN = RA + NI$$

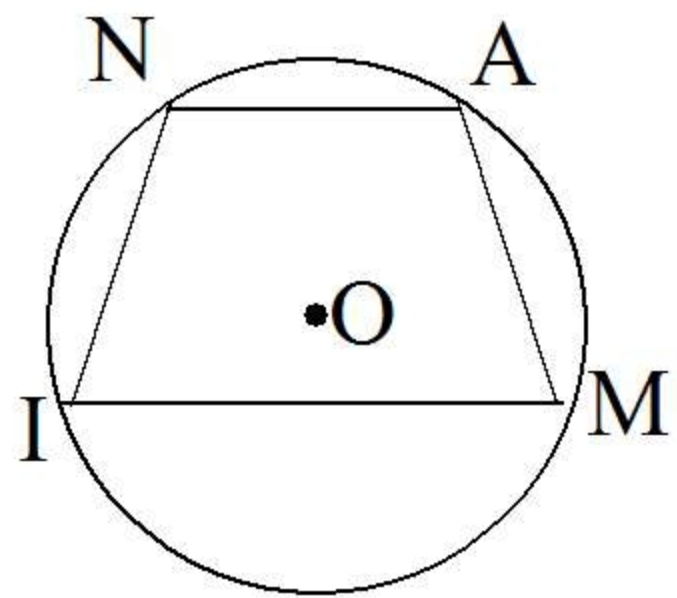


۲۵- دایره‌ی $C(O, 5)$ و نقطه‌ی M به فاصله‌ی $5\sqrt{2}$ از مرکز دایره‌ی C داده شده است. MT و MT' در نقاط T و T' بر این دایره مماسند.

الف) طول مماس‌های MT و MT' را به دست آورید.

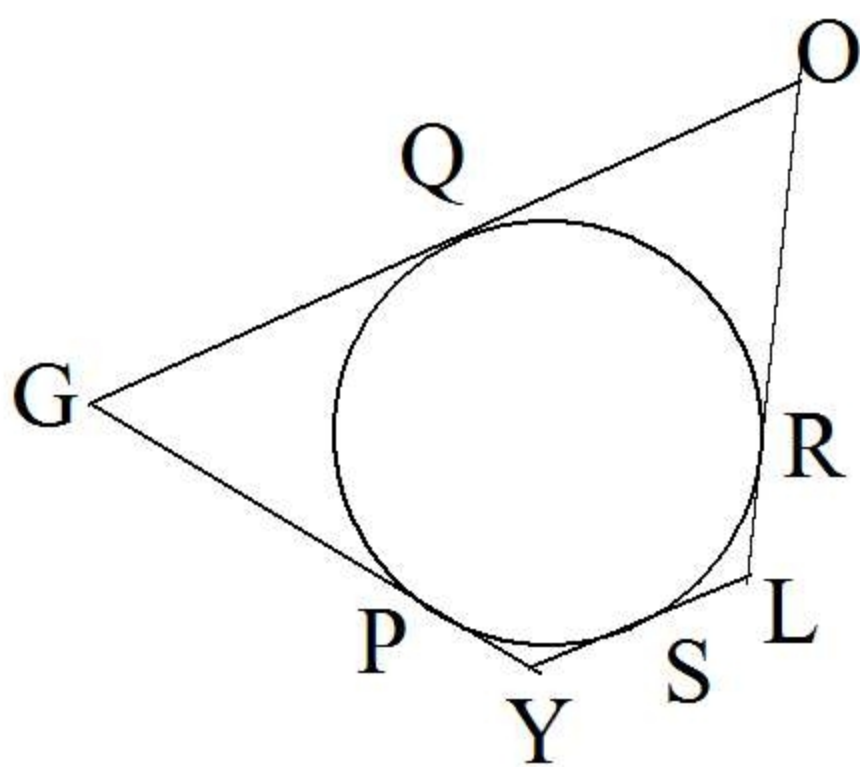
ب) نوع چهارضلعی OTMT' را با ذکر دلیل مشخص کنید.

مجموعه تمرینات



۲۶- در دایره‌ی (O) چهار ضلعی AMIN محاط شده است و داریم $NI = AM$

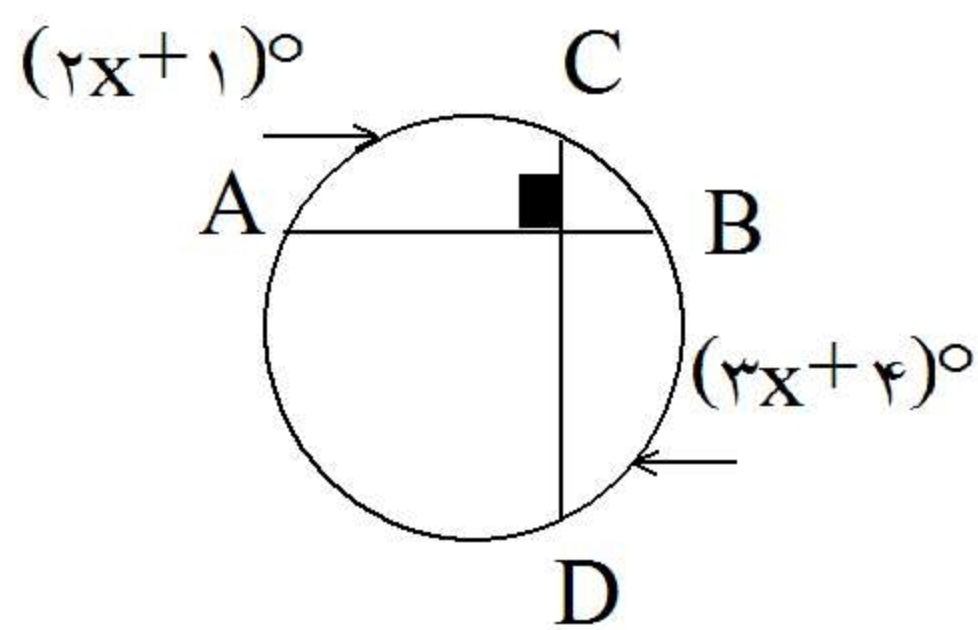
نشان دهید: $AN \parallel MI$



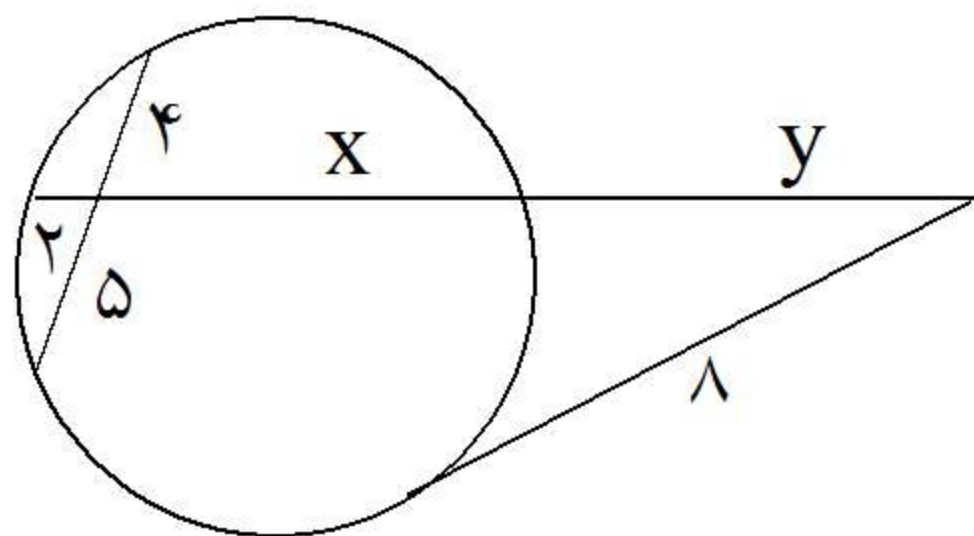
۲۷- ضلع‌های چهارضلعی محیطی GPLY بر دایره مماسند، ثابت کنید:

$$GO + LY = OL + GY$$

۲۸- مقدار x را در شکل زیر به دست آورید.

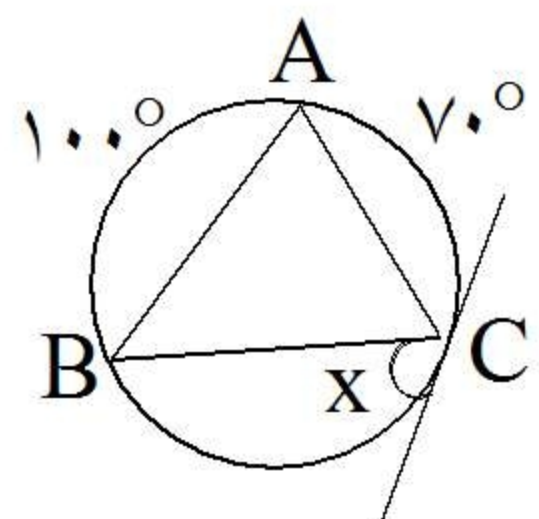


۲۹- با توجه به شکل مقدار x و y را بیابید.



۳۰- مقدار a را چنان بیابید که اندازه‌ی مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۸ و خط‌المرکزین $d=10$ برابر $a-1$ باشد. سپس تعیین کنید این دو دایره چند مماس مشترک داخلی دارد؟

۳۱- مقدار x را به دست آورید.

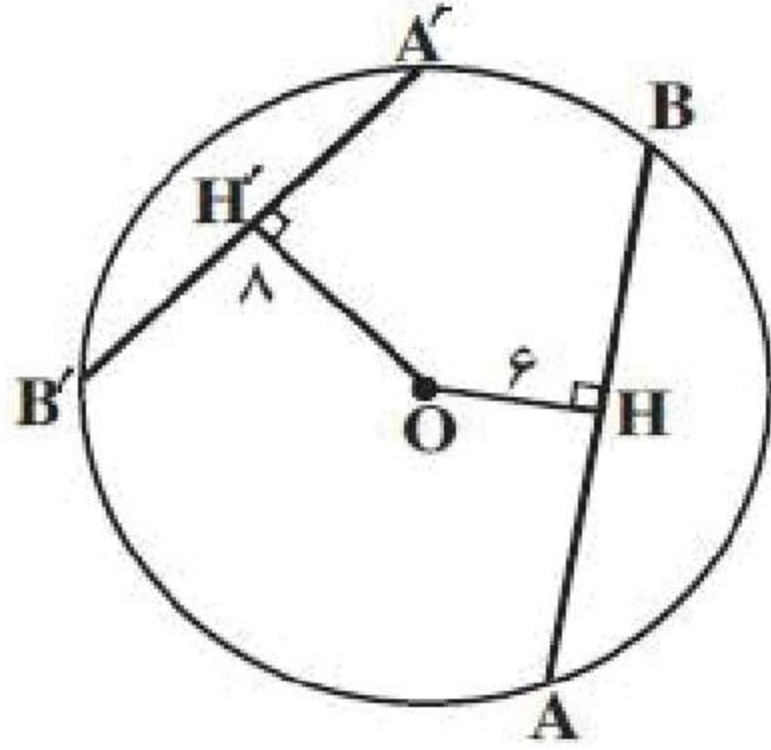


۳۲- طول خط‌المرکزین در دو دایره‌ی متقاطع به شعاع‌های ۴ و ۳ سانتی‌متر برابر ۶ سانتی‌متر است. طول مماس مشترک خارجی دو دایره را به دست آورید.

۳۳- ثابت کنید در هر چهارضلعی محاطی، زاویه‌های روبه‌رو مکمل یکدیگرند.

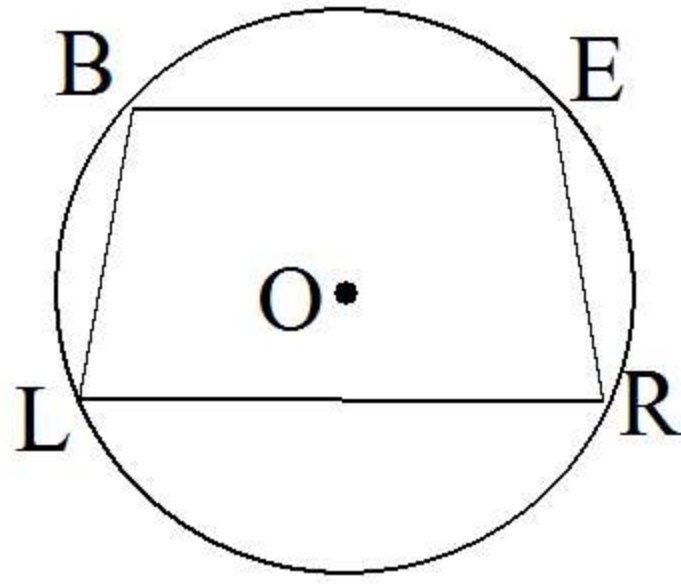
مجموعه تمرینات

۳۴- الف) در دایره $C(O, 10)$ فاصله وتر AB از مرکز دایره برابر ۶ و فاصله وتر $A'B'$ از مرکز دایره مساوی ۸ است. طول وترهای AB و $A'B'$ را به دست آورید.



ب) چه رابطه‌ای بین فاصله‌ی وترها از مرکز دایره و طول آنها می‌یابید؟
پ) آیا این رابطه همیشه برقرار است؟

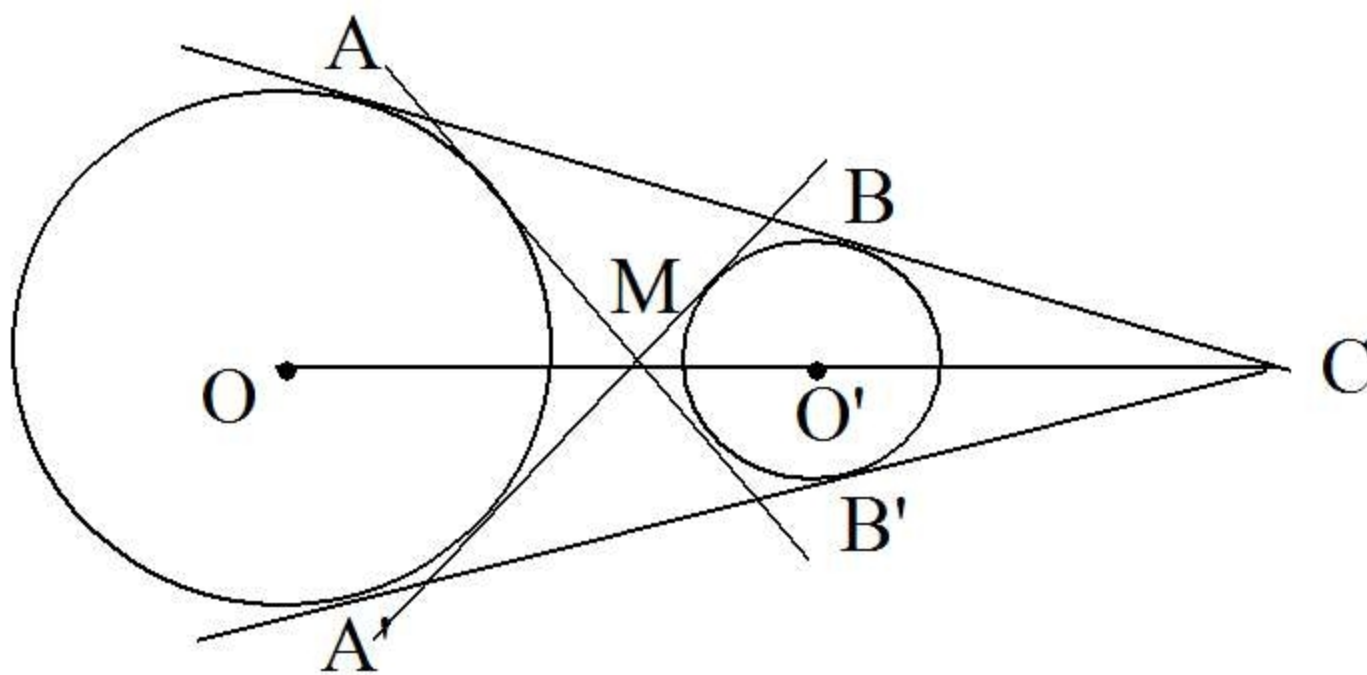
۳۵- در دایره $C(O, R)$ ، $BL = ER$ نشان دهید که $BE \parallel LR$



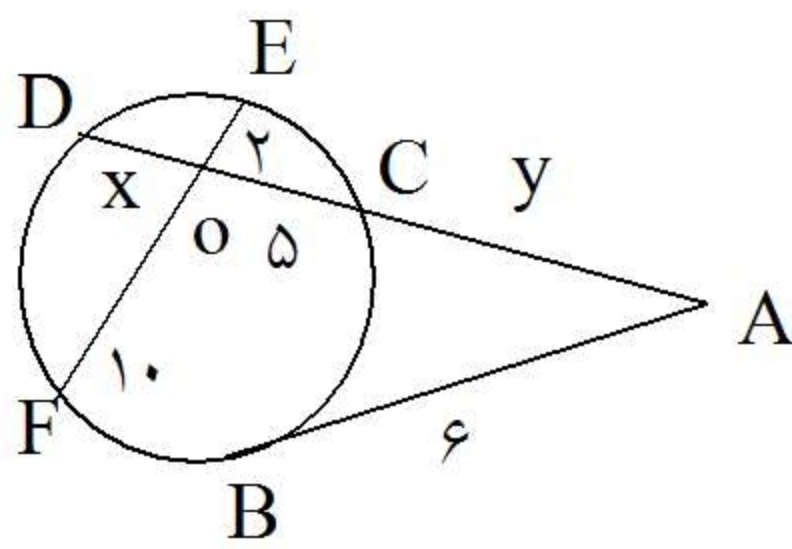
۳۶- مقدار m را چنان تعیین کنید که اندازه‌ی مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع‌های ۱۷ و ۱۲ و خط‌المركزین $d = 13$ برابر با $3 - \sqrt{m}$ باشد.

۳۷- دو دایره به شعاع‌های ۹ سانتی‌متر و ۴ سانتی‌متر مفروضند. اگر اندازه‌ی مماس مشترک خارجی آنها ۱۲ سانتی‌متر باشد، طول خط‌المركزین دو دایره را بدست آورید. این دو دایره نسبت به هم چه وضعی دارند؟

۳۸- ثابت کنید مماسهای مشترک خارجی دو دایره یکدیگر را روی خط‌المركزین قطع می‌کنند همچنین مماسهای مشترک داخلی.



۳۹- در شکل مقابل با توجه به اندازه‌های داده شده مقادیر x و y را بدست آورید.

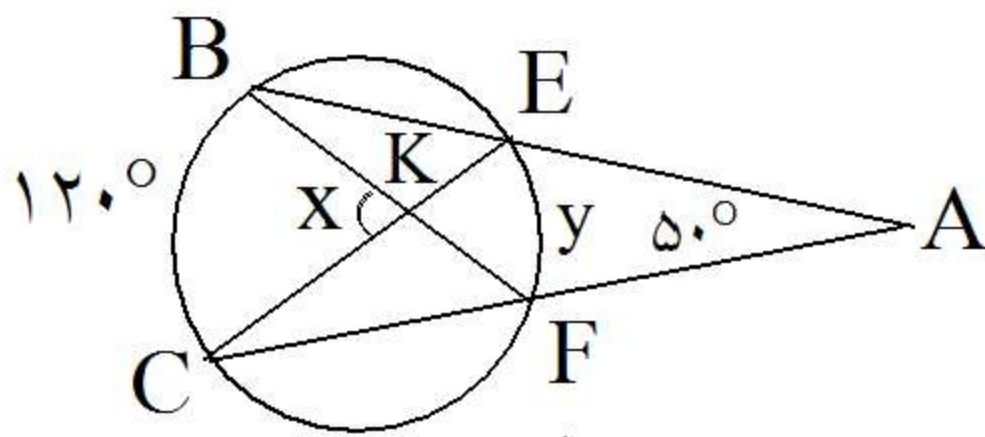


۴۰- اگر $d = 8$ خط‌المركزین و $R = a + 3$ و $R' = 2a - 5$ شعاع‌های دو دایره باشند مقدار a را طوری تعیین کنید که این دو دایره مماس درون باشند.

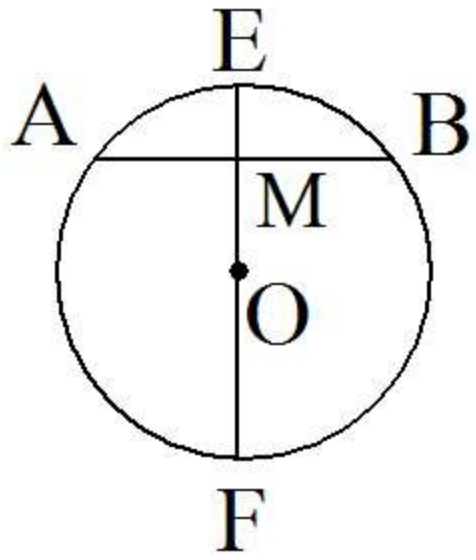
۴۱- اگر دو دایره $C(O, 5)$ و $C'(O', 8)$ مماس خارج باشند اندازه خط‌المركزین آنها چقدر است؟

مجموعه تمرینات

۴۲- در شکل روبرو x و y را حساب کنید. $x = \widehat{BKC}$ و $y = \widehat{EF}$

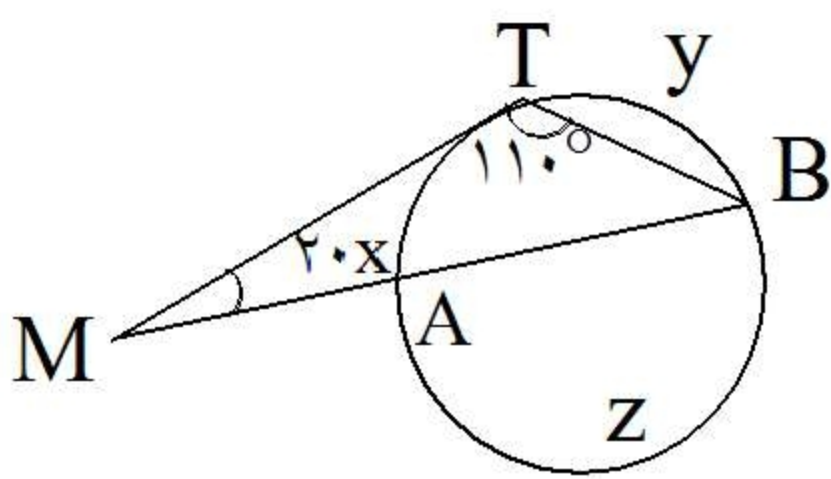


۴۳- در دایره $C(O, R)$ اندازه x و از روی آن اندازه شعاع دایره را تعیین کنید.

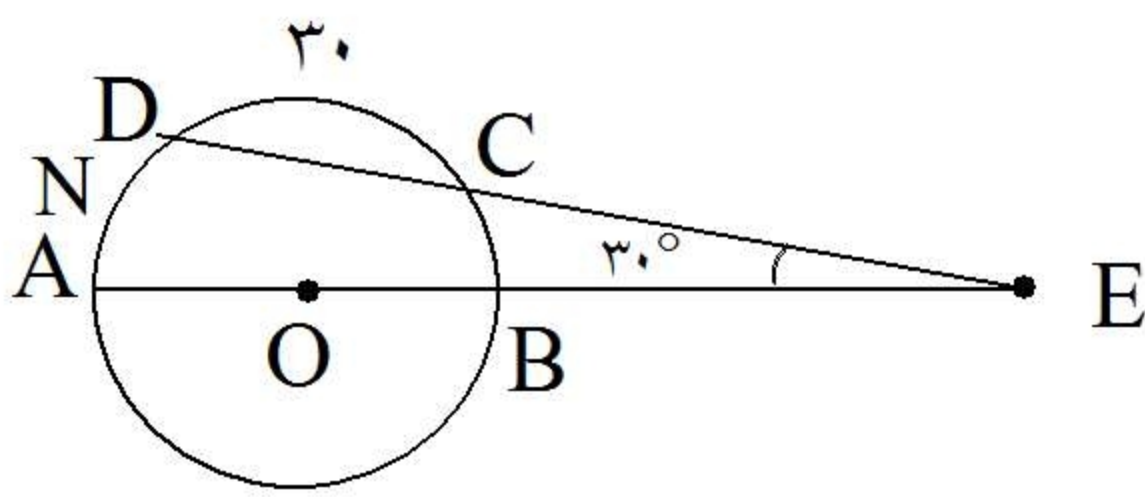


$MF = x + 5$ و $BM = x + 1$ و $ME = x - 1$

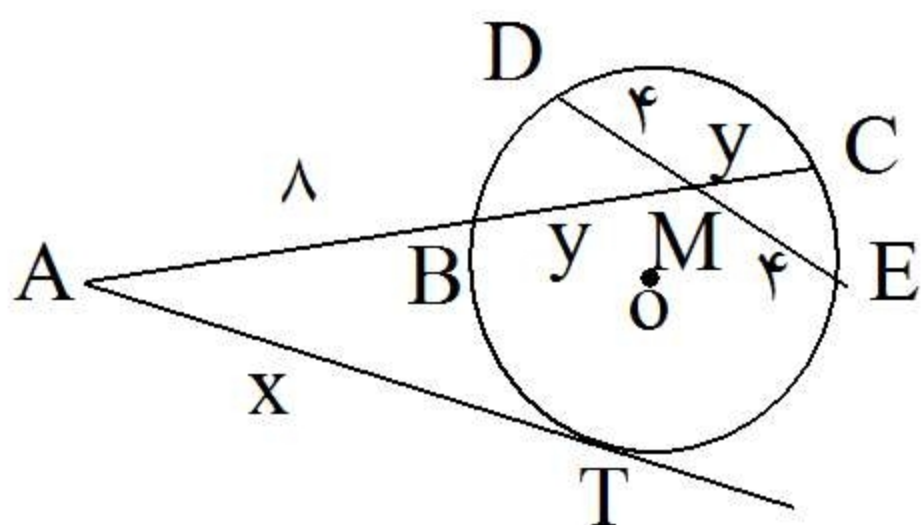
۴۴- با استفاده از شکل داده شده اندازه x و y و z را مشخص کنید. (خط MT در نقطه T بر دایره مماس است). $\widehat{T} = 110^\circ$, $\widehat{M} = 20^\circ$



۴۵- امتداد دو وتر در خارج از دایره $C(O, R)$ یکدیگر را در نقطه E قطع می کنند. با توجه به اندازه های شکل طول کمان AND را به دست آورید.

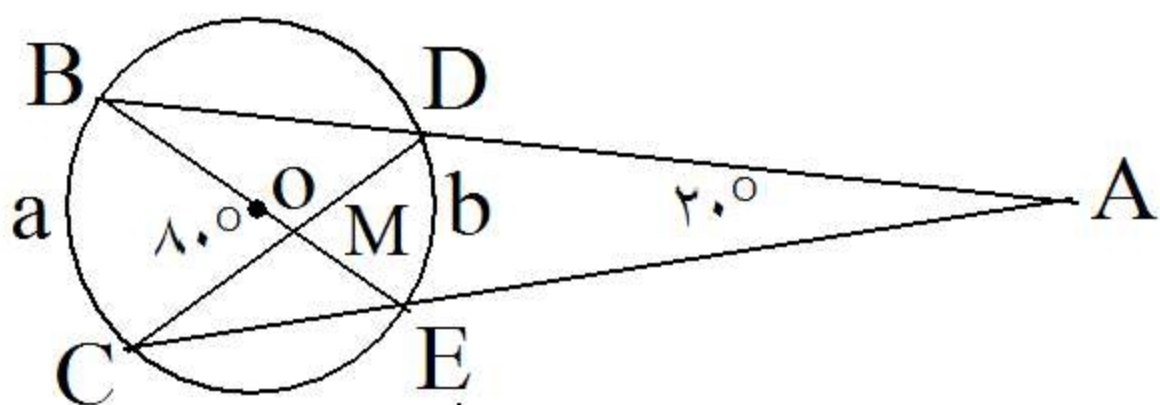


۴۶- در دایره $C(O, R)$ با توجه به اندازه های شکل پاره خط های مجهول x و y را بدست آورید.



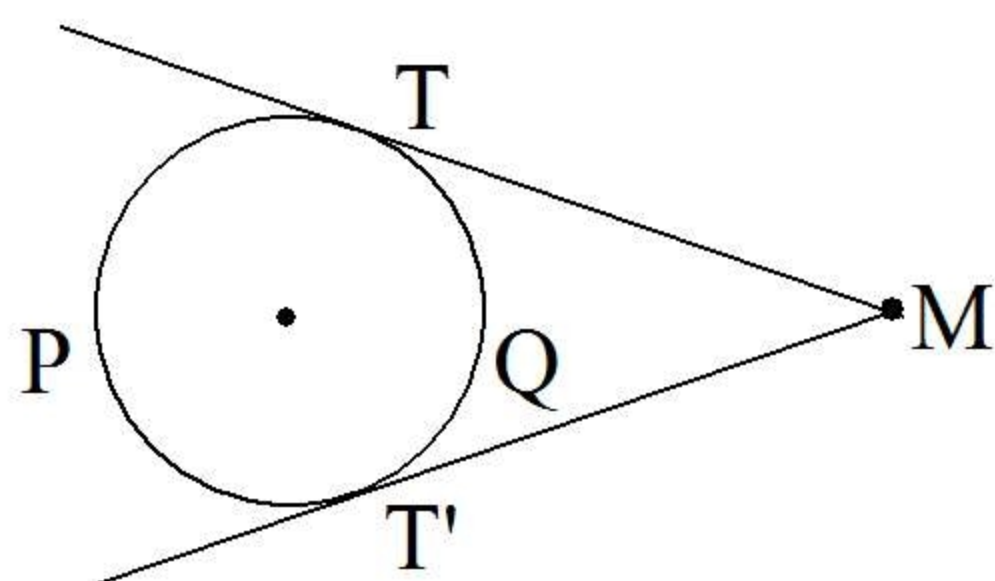
$AB = 8$ و $BM = CM = y$
 $DM = EM = 4$ و $AT = x$

۴۷- با توجه به اندازه های داده شده در شکل زیر اندازه کمان های a و b را بدست آورید.



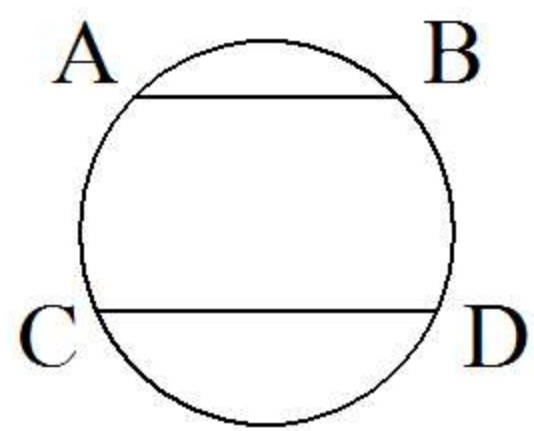
$\widehat{A} = 20^\circ$
 $\widehat{M} = 80^\circ$

۴۸- دو مماس MT و MT' بر دایره $C(O, R)$ رسم شده اند. ثابت کنید:

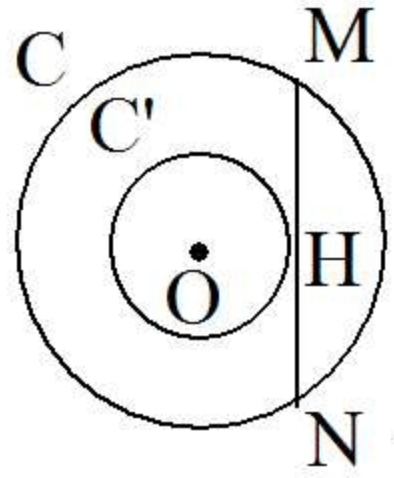


$\widehat{M} = \frac{\widehat{TPT'} - \widehat{TQT'}}{2}$

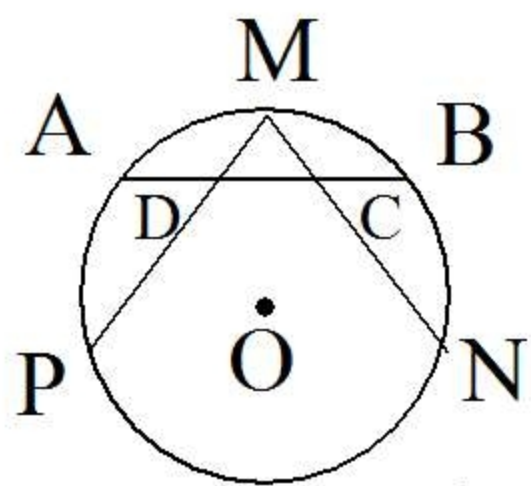
مجموعه تمرینات



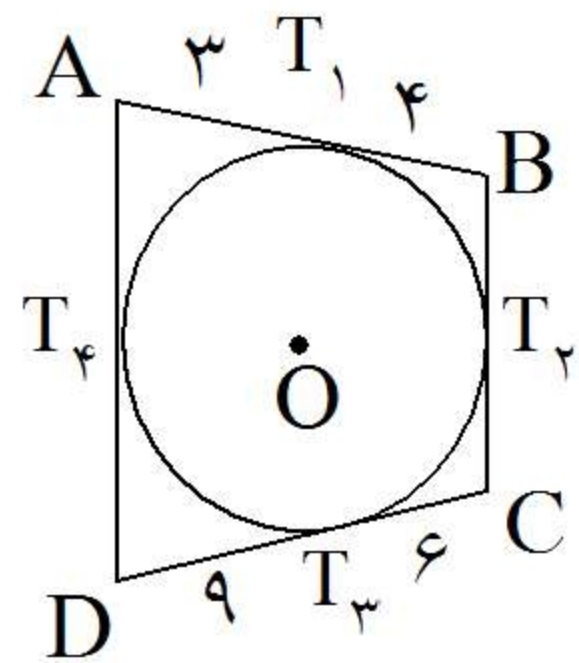
۴۹- دو وتر AB و CD در دایره $C(O, R)$ موازی هستند. ثابت کنید دو کمان AC و BD مساویند.



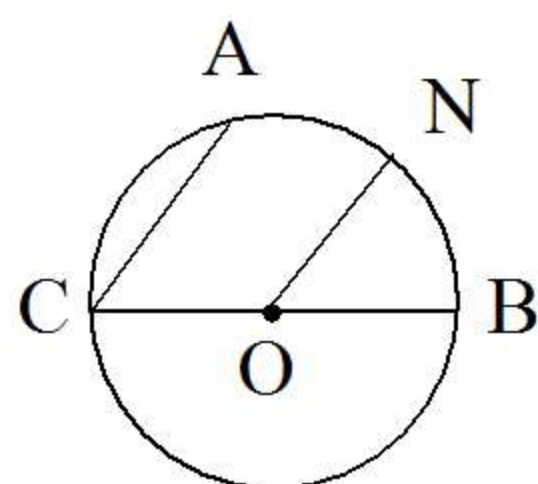
۵۰- دو دایره هم‌مرکز $C(O, 5)$ و $C'(O, 3)$ مفروض‌اند. وترى از دایره بزرگتر طوری رسم می‌کنیم که بر دایره کوچکتر مماس باشد. طول این وتر را به دست آورید.
 $R = 5\text{ cm}$ $R' = 3\text{ cm} \Rightarrow MN = ?$



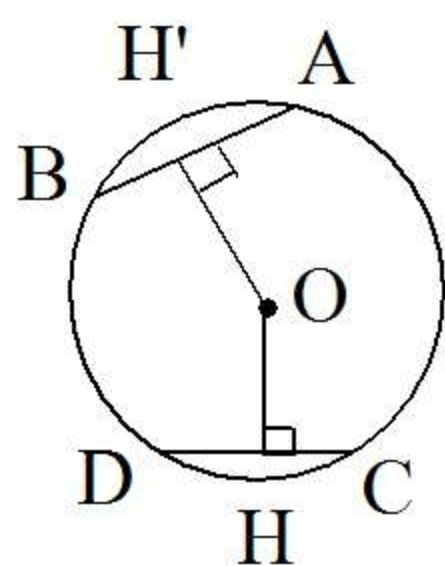
۵۱- از نقطه M وسط کمان AB دو وتر دلخواه MN و MP را رسم می‌کنیم تا وتر AB را در نقاط C و D قطع کند. ثابت کنید چهارضلعی $CDPN$ محاطی است.



۵۲- با توجه به اندازه‌های شکل زیر محیط چهارضلعی را به دست آورید.



۵۳- در دایره $C(O, R)$ دو پاره خط CA و ON موازی هستند. ثابت کنید: $AN = NB$.



۵۴- اگر فاصله‌ی مرکز دایره $C(O, R)$ تا دو وتر AB و CD برابر باشند ثابت کنید طول آن دو وتر با هم برابر است.

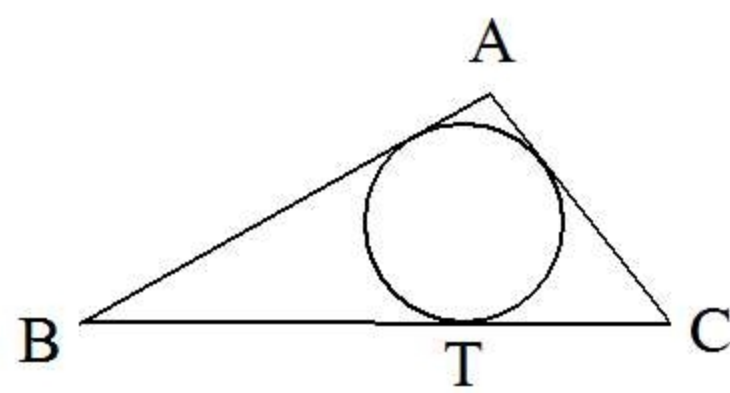
۵۵- ثابت کنید شعاع دایره محاطی داخلی هر مثلث از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید. که در آن S مساحت مثلث و P نصف

$$R = \frac{S}{P}$$

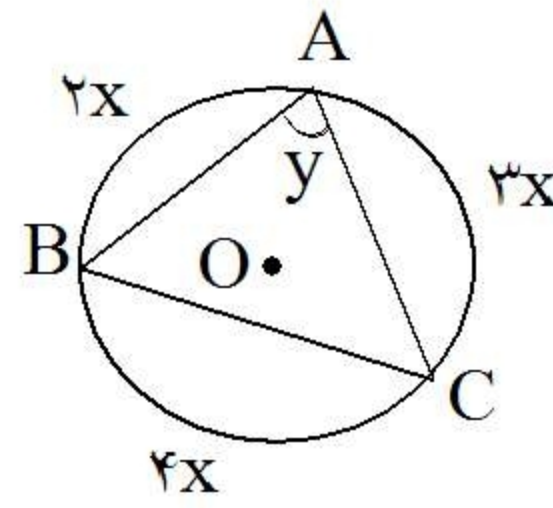
محیط مثلث می‌باشد.

۵۶- ثابت کنید: در مثلث قائم‌الزاویه شعاع دایره محاطی نصف وتر است.

مجموعه تمرینات

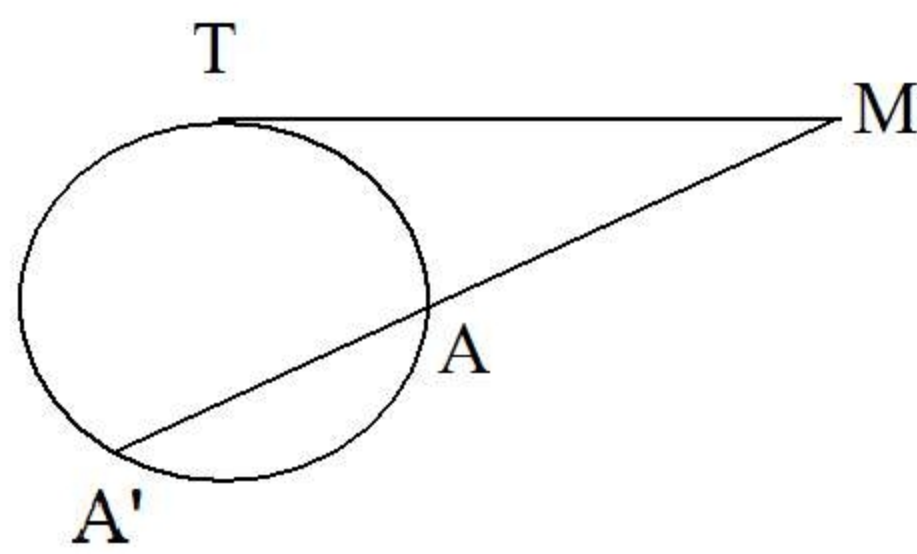
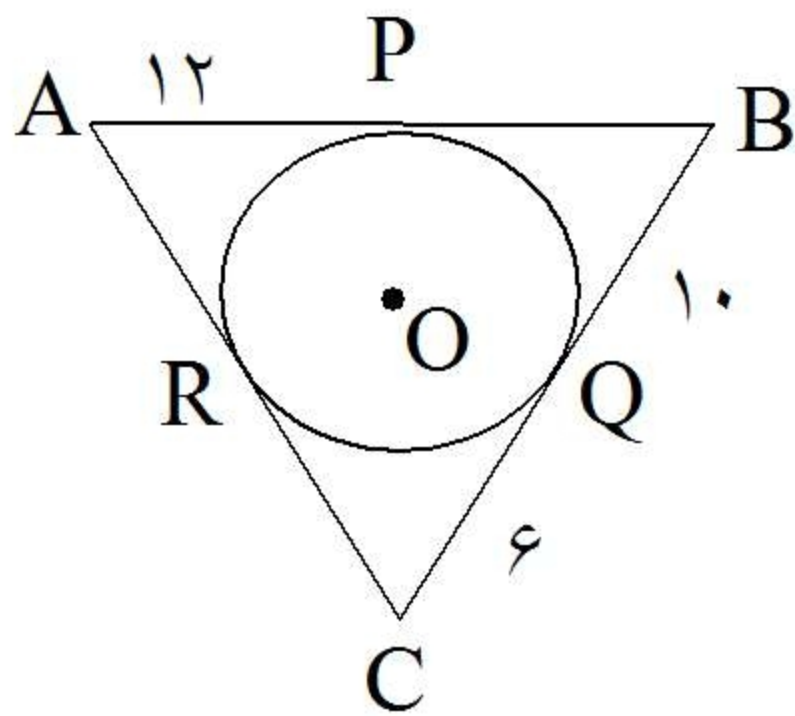


۵۷- اگر b و c دو ضلع زاویه‌ی قائمه A از مثلث قائم‌الزاویه ABC و T نقطه‌ی تماس دایره‌ی محاطی با وتر باشد ثابت کنید:

$$TB \times TC = \frac{bc}{2}$$


۵۸- در شکل زیر، اندازه‌های x و y را به دست آورید.

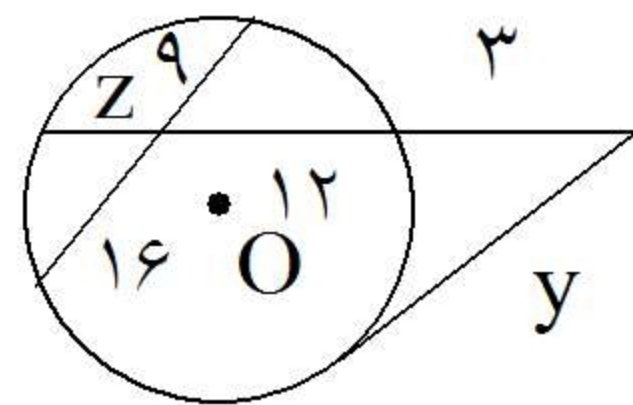
۵۹- محیط مثلث ABC در شکل زیر را بیابید.



۶۰- در شکل زیر خط MT مماس بر دایره در نقطه‌ی T و MA قاطع دایره است. الف) اگر $MA = 4$ ، $AA' = 5$ باشد، اندازه‌ی MT را تعیین کنید. ب) اگر $\widehat{M} = 80^\circ$ و $\widehat{AT} = 100^\circ$ ، مطلوب است محاسبه‌ی $\widehat{A'T}$

۶۱- دو دایره به شعاع‌های $R_1 = 3$ و $R_2 = 4$ و طول خط‌المركزین $d = \sqrt{2} - 1$ است. این دو دایره نسبت به هم چه وضعی دارند؟

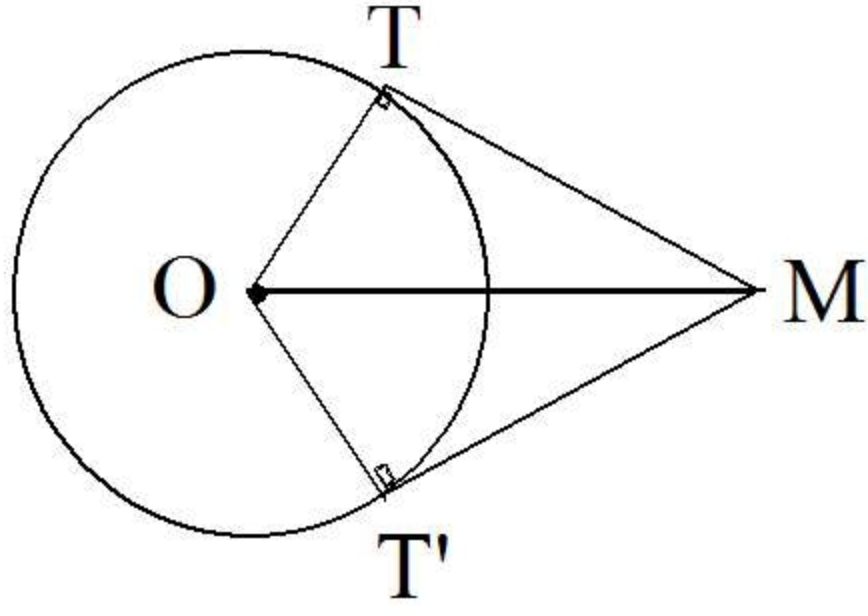
۶۲- در شکل زیر z ، y را به دست آورید.



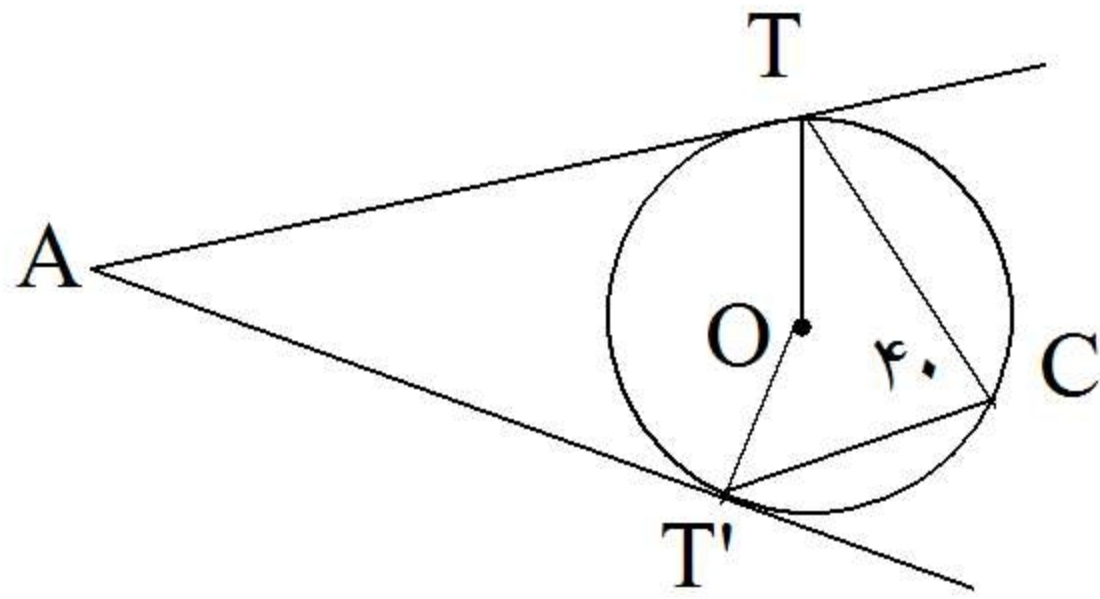
۶۳- شعاع‌های دو دایره‌ی هم‌مرکز 5 و 3 سانتی‌متر است. اندازه‌ی وترى از دایره‌ی بزرگ‌تر را که بر دایره‌ی کوچک‌تر مماس است، پیدا کنید.

مجموعه تمرینات

۶۴- از نقطه‌ی M دو مماس بر دایره $C(O, R)$ طوری رسم می‌کنیم که بر هم عمود باشند. طول پاره‌خط OM را به دست آورید.



۶۵- بر دایره $C(O, R)$ دو مماس AT و AT' رسم شده است. اگر $\hat{C} = 40^\circ$ باشد، زاویه بین دو مماس را به دست آورید.



۶۶- مقدار a را چنان بیابید که اندازه‌ی مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاعهای ۸ و ۳ و خط‌المركزین $d = 13$ ،