



درس دوم : انواع تابع

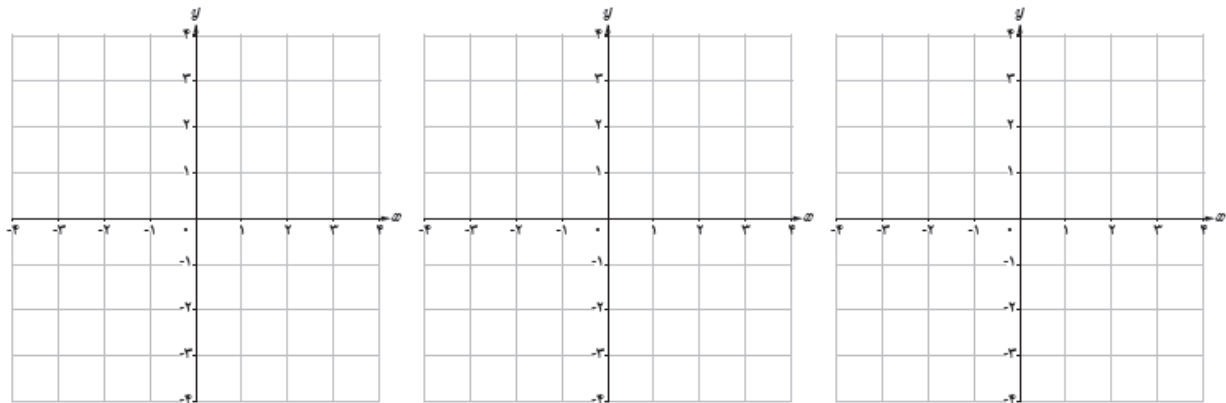
توابع گویا :

توابعی به صورت $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ که صورت و مخرج چند جمله ای و مخرج مخالف صفر است . مانند :

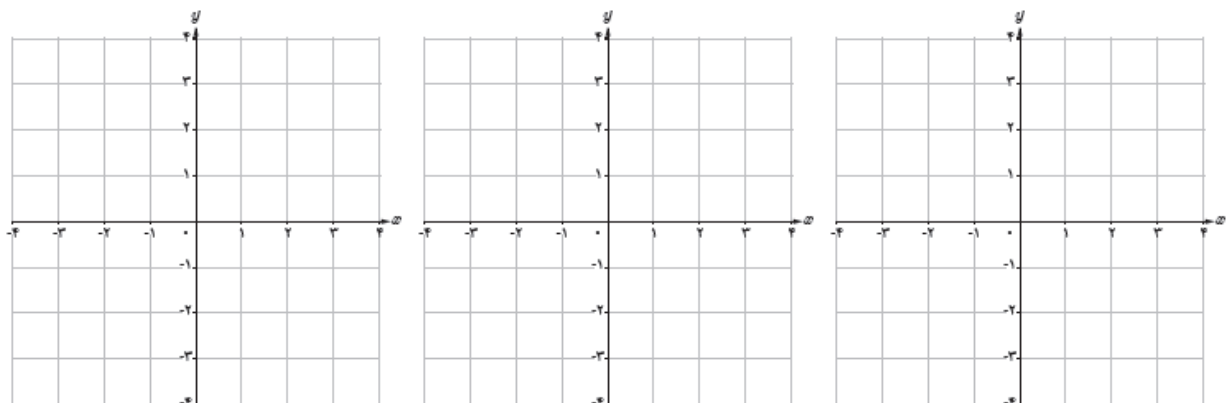
$$f(x) = \frac{5}{x+2} \quad g(x) = \frac{\frac{1}{3}x-4}{x^2-7x+1} \quad h(x) = \frac{\sqrt{5}x+2}{x^3+1}$$

دامنه توابع گویا تمام اعداد حقیقی به جز مقادیری است که مخرج را صفر کنند : $D = R - \{x \mid g(x) = 0\}$ اما ممکن است دامنه تابع را محدود کنیم .

تمرین : تابع $y = \frac{1}{x}$ را در دامنه های $R - \{0\}, R^+, \{1, 2, 3\}$ رسم کنیم .



تمرین : نمودار توابع $y = \frac{1}{x+1}, y = \frac{-1}{x}, y = \frac{1-x}{x}$ را رسم کنید . و برد آنها را بنویسید.

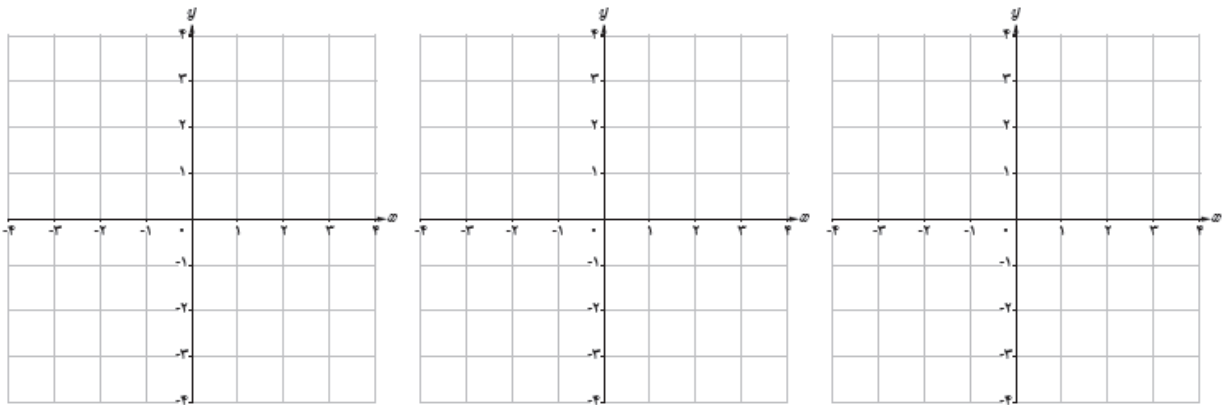


توابع رادیکالی :

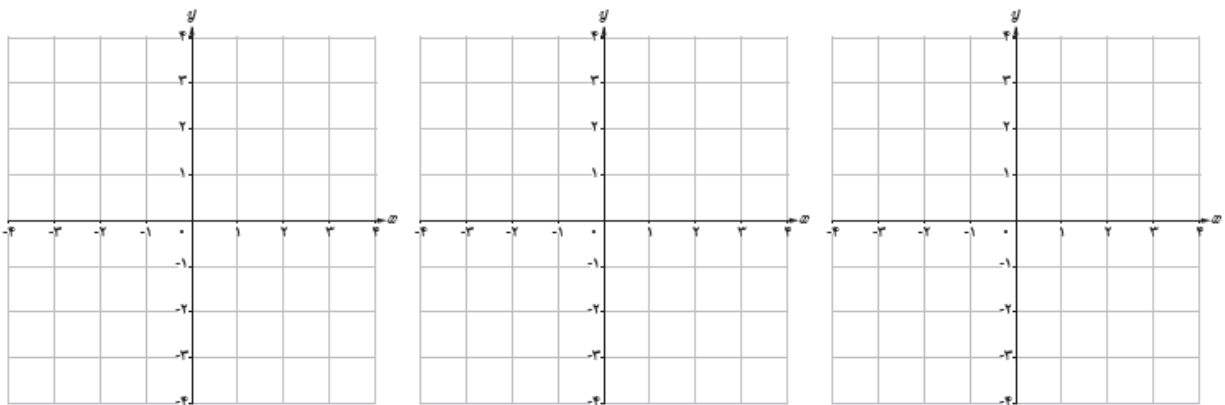
توابعی شامل عبارت رادیکالی را توابع گنگ یا رادیکالی می گویند .

دامنه توابع $y = \sqrt{f(x)}$ اعدادی است که زیر رادیکال را مثبت کند : $D = \{ x \mid f(x) \geq 0 \}$ اما ممکن است دامنه تابع را محدود کنیم .

تمرین : تابع $y = \sqrt{x}$ را در دامنه های $\{1, 2, 3\}, R^+, [1, 4)$ رسم کنیم .

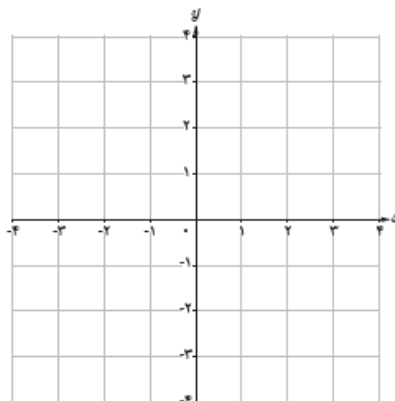


تمرین : نمودار توابع $y = \sqrt{x-2}, y = 1-\sqrt{x}, y = \sqrt{x+1}-1$ را رسم کنید و برد آنها را بنویسید.



تمرین : نمودار تابع زیر را رسم کنید .

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & x < 0 \\ -\sqrt{x+1} & x \geq 0 \end{cases}$$



تمرین : دامنه توابع زیر را بیابید .

الف) $f(x) = \frac{x+2}{2-x}$

ب) $f(x) = \frac{-2x+1}{x^2+2}$

ج) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+5x+6}$

د) $f(x) = \sqrt{3x-2}$

ه) $f(x) = 2\sqrt{x}-2$

و) $f(x) = \sqrt{4-2x}$

ز) $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x-2}$

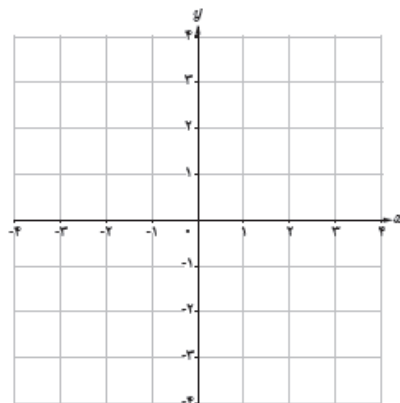
توابع پله ای :

توابعی که از چند تابع ثابت تشکیل شده است را تابع پله ای می نامند.

مثال : هزینه پست برای ارسال بسته های مختلف با توجه به وزن آنها به صورت زیر است .

w (وزن بسته) کیلوگرم	$0 < w \leq 2$	$2 < w \leq 5$	$5 < w \leq 10$	$10 < w \leq 12$
$f(w)$ (هزینه ارسال) برحسب هزار تومان	5	10	17	20

تابع مربوطه را نوشته و نمودار آن را رسم کنید .



توابع چتر صحیح :

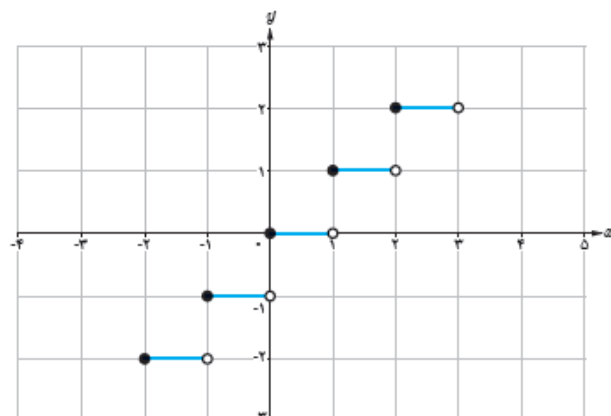
گونه خاصی از تابع پله ای است که کاربرد فراوانی دارد . و به صورت $y = [f(x)]$ تعریف می شود .

جزء صحیح عدد حقیقی x در واقع بزرگ ترین عدد صحیح نا بزرگ تر از x است .

مثال : $[2] = 2$, $[2/99] = 2$, $[-2/1] = -3$, $[\sqrt{3}] = 1$, $[\frac{1}{3}] = 0$, $[\frac{-1}{3}] = -1$

مثال : تابع $y = [x]$ در بازه $[-3, 3]$ رسم شده است جدول را کامل کنید . (این تابع دارای دامنه R و برد Z است)

w	$y = [w]$
$-2 \leq w < -1$	$y = -2$
$-1 \leq w < 0$	
$0 \leq w < 1$	
$1 \leq w < 2$	
$2 \leq w < 3$	



تمرین: نمودار تابع $y = [2x]$ را در بازه $[-1, 2]$ رسم کنید.

$$-1 \leq x \leq 2 \Rightarrow -2 \leq 2x \leq 4$$

$$-2 \leq 2x < -1 \rightarrow [2x] = -2, \quad -1 \leq x < -\frac{1}{2}$$

$$-1 \leq 2x < 0 \rightarrow [2x] = -1, \quad -\frac{1}{2} \leq x < 0$$

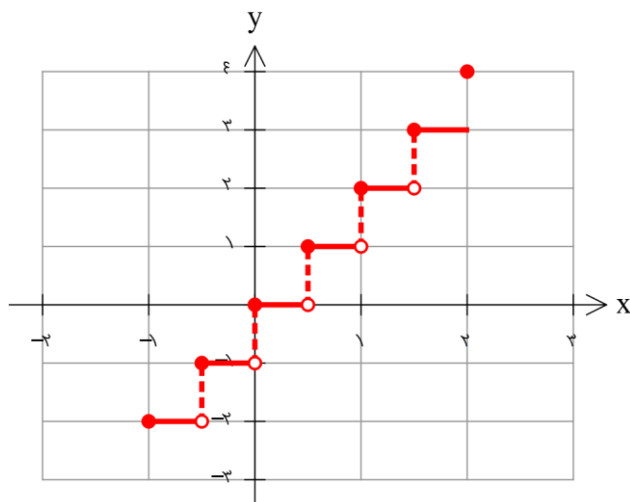
$$0 \leq 2x < 1 \rightarrow [2x] = 0, \quad 0 \leq x < \frac{1}{2}$$

$$1 \leq 2x < 2 \rightarrow [2x] = 1, \quad \frac{1}{2} \leq x < 1$$

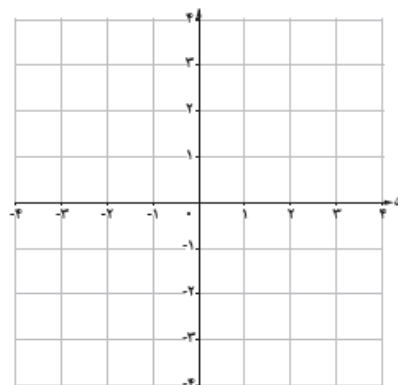
$$2 \leq 2x < 3 \rightarrow [2x] = 2, \quad 1 \leq x < \frac{3}{2}$$

$$3 \leq 2x < 4 \rightarrow [2x] = 3, \quad \frac{3}{2} \leq x < 2$$

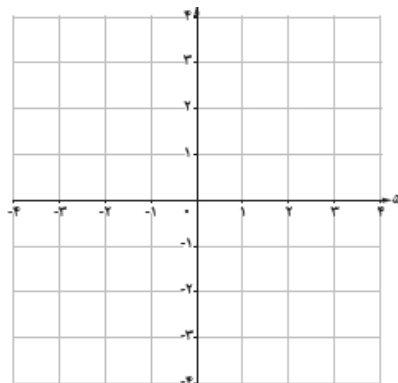
$$2x = 4 \rightarrow [2x] = 4, \quad x = 2$$



تمرین: نمودار تابع $y = \left[\frac{x}{3} \right]$ را در بازه $[-6, 6]$ رسم کنید.



تمرین: نمودار تابع $y = x + 2[x]$ را در بازه $[-1, 2]$ رسم کنید برد این تابع در دامنه R چیست؟



معادله تابع :

معادلات شامل دو متغیر x و y یک رابطه را نمایش می دهند مثلا $x + y = 1$ مجموعه زوج مرتب هایی است که مجموع مولفه های آن 1 است . نمودار این معادله یک خط است که معمولا به صورت $y = -x + 1$ نمایش می دهند . اما همه معادلات با دو متغیر x و y تابع نیستند و فقط آنهایی تابع خواهند بود که به ازای هر x تنها یک y به ما بدهند .

مثال : $y = |x| + 1$ تابع است ولی $x = |y| + 1$ تابع نیست زیرا مثلا ض به ازای $x = 2$ مقدار $y = \pm 1$ می دهد .

مثال : $y = 1$ تابع است زیرا برای هر x یک مقدار y (مقدار 1) را به ما می دهد ولی $x = 1$ تابع نیست زیرا به ازای هر x هر مقداری برای y می دهد . (می توانید در نمودار آنها این مطلب را به وضوح ببینید)

تمرین : کدام یک از روابط زیر تابع و کدام یک تابع نیست ؟ چرا ؟

الف) $x^2 + y^2 = 1$

ب) $|x + y| = 1$

ج) $\sqrt{x} + y = 1$

د) $x + \sqrt{y} = 1$

ه) $f(x) = \begin{cases} x - 1 & x \geq 2 \\ x + 1 & x \leq 2 \end{cases}$

و) $f(x) = \begin{cases} 1 - x & x \geq 0 \\ x + 1 & x \leq 0 \end{cases}$