



باسمه تعالی

آزمون تشریحی دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

پایه: یازدهم

رشته: ریاضی

نام درس: حسابان

تاریخ:

صفحه ۱ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۱	در ۲۰ جمله اول یک دنباله حسابی، مجموع جملات شماره‌های فرد ۱۳۵ و مجموع جملات شماره‌های زوج ۱۵۰ می‌باشد، جمله اول و قدر نسبت دنباله را مشخص کنید.	۱
۲	طول ضلع مربعی ۱ متر است، ابتدا نیمی از مساحت آن را رنگ می‌کنیم، سپس نیمی از مساحت باقی‌مانده را رنگ می‌کنیم، به همین ترتیب در هر مرحله نیمی از مساحت باقی‌مانده از مرحله قبل را رنگ می‌کنیم، پس از چند مرحله حداقل ۹۹ درصد از سطح کل مربع رنگ شده است؟	۱
۳	مقدار k را چنان بیابید که یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^3 + kx^2 - x - 2$ برابر با ۲- باشد، سپس صفرهای دیگر تابع را به دست آورید.	۱

آزمون تشریحی دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

تاریخ:

صفحه ۲ از ۲

رشته: ریاضی

پایه: یازدهم

نام درس: حسابان

ردیف	سؤال	بارم
۴	در شکل زیر نمودار سهمی به معادله $P(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده است. ضرایب a , b و c را تعیین کنید.	۱
۵	معادلات زیر را حل کنید. الف) $\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{4x-4}{x^2-4}$ ب) $\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = 1-x$	۲
۶	ابتدا نمودار $f(x) = x - 2 $ را رسم کنید، سپس معادله $f(x) = 1$ را به روش هندسی و جبری حل نمایید.	۱

آزمون تشریحی دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

تاریخ:

صفحه ۳ از ۲

رشته: ریاضی

پایه: یازدهم

نام درس: حسابان

ردیف	سؤال	بارم
۷	نمودار $y = x-1 + x+2 $ را رسم کنید.	۱
۸	نقطه‌ای روی خط $y = 2x + 1$ بیابید که از دو نقطه $A(3, 0)$ و $B(-1, 0)$ به یک فاصله باشد.	۱
۹	اگر $A(2, 3)$ رأس یک مربع و معادله یک ضلع مربع $3x - 4y = 9$ باشد، مساحت مربع چقدر است؟	۱

آزمون تشریحی دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

تاریخ:

صفحه ۴ از ۲

رشته: ریاضی

پایه: یازدهم

نام درس: حسابان

ردیف	سؤال	بارم
۱۰	دامنه تابع $f(x) = -\sqrt{2x+4} + 1$ را به دست آورید. سپس به کمک انتقال نمودار آن را رسم کرده و برد تابع را نیز معلوم کنید.	۱/۵
۱۱	نمودار تابع مقابل را رسم کنید.	۱/۵
	$f(x) = \left[\frac{1}{4}x \right] \quad -4 \leq x < 4$	

آزمون تشریحی دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

تاریخ:

صفحه ۵ از ۲

رشته: ریاضی

پایه: یازدهم

نام درس: حسابان

ردیف	سؤال	بارم
۱۲	به کمک رسم نمودار ثابت کنید تابع $f(x) = x^2 - 2x + 3$ در بازه $(-\infty, 1]$ یک به یک است. سپس ضابطه وارون آن را در این بازه به دست آورده، نمودار f^{-1} را رسم کرده و دامنه و برد آن را نیز مشخص کنید.	۲
۱۳	اگر $f(x) = \sqrt{x+2}$ و $g(x) = \sqrt{3-x}$ باشند، دامنه $\frac{f}{g}$ و ضابطه آن را بنویسید.	۱/۵

آزمون تشریحی دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

تاریخ:

صفحه ۶ از ۲

رشته: ریاضی

پایه: یازدهم

نام درس: حسابان

ردیف	سؤال	بارم
۱۴	فرض کنید $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ و $f: A \rightarrow \mathbb{N}$ به این صورت تعریف می‌شوند: $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $g(n) = 2n$. با استفاده از تعریف، $D_{g \circ f}$ و سپس تابع $g \circ f$ را به دست آورید. $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 5), (4, 7)\}$	۱/۵
۱۵	با استفاده از رسم نمودار مشخص کنید که جواب معادله $2^x = \frac{13}{4}$ ، بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد؟	۱
۱۶	مجموعه جواب نامعادله $4^{2x-1} > \frac{1}{1024}$ را به دست آورید.	۱
	جمع بarm	۲۰

پاسخ سؤال ۱:

$$\begin{aligned}
 a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{19} &= 135 \quad (1) \\
 a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{19} &= 150 \quad (2) \\
 (1) - (2): d + d + d + \dots + d &= 15 \Rightarrow 10 \cdot d = 15 \Rightarrow d = \frac{3}{2} \quad (\text{نمره } 0/25) \\
 (1) + (2): S_{19} &= 285 \Rightarrow \frac{19}{2} \left[2a_1 + 19 \left(\frac{3}{2} \right) \right] = 285 \Rightarrow \\
 \frac{19}{2} \left(2a_1 + \frac{57}{2} \right) &= 285 \quad (\text{نمره } 0/25) \Rightarrow 4a_1 + 57 = 57 \Rightarrow 4a_1 = 0 \Rightarrow a_1 = 0 \quad (\text{نمره } 0/25)
 \end{aligned}$$

(حسابان یازدهم، تمرین صفحه ۶)

پاسخ سؤال ۲:

دنباله قسمت‌های رنگی شده به صورت $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{3^n}$ (نمره ۰/۲۵) است، یک دنباله هندسی با $a_1 = \frac{1}{3}$ و $q = \frac{1}{4}$ حاصل می‌شود، طبق فرمول مجموع جملات دنباله هندسی خواهیم داشت:

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{\frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{4^n} \right)}{1 - \frac{1}{4}} = 1 - \frac{1}{4^n} \geq \frac{99}{100} \quad (\text{نمره } 0/25) \Rightarrow -\frac{1}{4^n} \geq -\frac{1}{100} \Rightarrow 4^n \geq 100 \quad (\text{نمره } 0/25) \xrightarrow{\min(n)} n = 7 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

یعنی بعد از ۷ مرحله، حداقل ۹۹ درصد سطح مربع، رنگ شده است.

پاسخ سؤال ۳:

$$f(-2) = 0 \Rightarrow -8 + 4k + 2 - 2 = 0 \Rightarrow 4k = 8 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow f(x) = x^2 + 2x^2 - x - 2 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

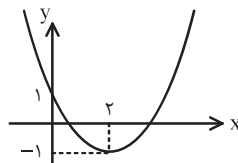
از آنجا که $x = -2$ صفر تابع $f(x)$ است، پس $f(x)$ بر $x + 2$ بخش پذیر می‌باشد.

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 2x^2 - x - 2 \quad | x+2 \\
 -x^2 + 2x^2 \quad \quad \quad | x^2 - 1 \\
 \hline
 -x - 2 \\
 -x - 2 \\
 \hline
 0
 \end{array} \Rightarrow x^2 + 2x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = \pm 1 \end{cases} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(حسابان یازدهم، تمرین در کلاس صفحه ۱۳)

پاسخ سؤال ۴:

$$\left. \begin{aligned}
 f(0) = 1 &\Rightarrow c = 1 \quad (\text{نمره } 0/25) \\
 -\frac{b}{2a} = 2 &\Rightarrow b = -4a \quad (\text{نمره } 0/25) \\
 f(2) = -1 &\Rightarrow 4a + 2b + 1 = -1 \quad (\text{نمره } 0/5)
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4a - 8a = -2 \Rightarrow a = \frac{1}{4}, b = -1$$



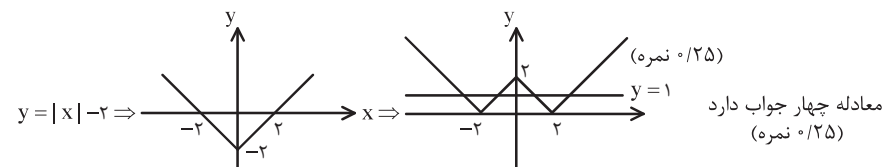
پاسخ سؤال ۵:

$$\text{الف) } \frac{\frac{\Delta x}{x(x+2)} + 4}{x(x+2)} = \frac{4x - 4}{(x-2)(x+2)} \Rightarrow \Delta x^2 - 10 \cdot x + 4x - 8 = 4x^2 - 4x \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\text{ب) } \sqrt{x} = t \Rightarrow \frac{1-t}{1+t} = 1 - t^2 \Rightarrow \frac{1-t}{1+t} = (1-t)(1+t) \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1 \\ (1+t)^2 = 1 \Rightarrow 1+t = \pm 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1+t = 1 \Rightarrow t = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = 0 \\ 1+t = -1 \Rightarrow t = -2 \Rightarrow \sqrt{x} = -2 \text{ غیرممکن} \end{cases} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(حسابان یازدهم، تمرین صفحه ۲۲ و مثال صفحه ۱۸)

پاسخ سؤال ۶:

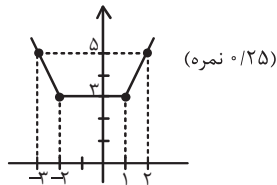


معادله چهار جواب دارد (نمره ۰/۲۵)

$$|x| - 2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} |x| - 2 = 1 \Rightarrow |x| = 3 \Rightarrow x = \pm 3 \\ |x| - 2 = -1 \Rightarrow |x| = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \end{cases} \quad (\text{نمره } 0/25) \quad \text{جبری:}$$

پاسخ سؤال ۷:

$$y = \begin{cases} x-1+x+2=2x+1 & x \geq 1 \\ -x+1+x+2=3 & -2 \leq x < 1 \\ -x+1-x-2=-2x-1 & x < -2 \end{cases}$$



x	-2	1
x-1	-	-
x+2	-	+

پاسخ سؤال ۸:

$$M(a, 2a+1) \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$AM = MB \Rightarrow \sqrt{(a-3)^2 + (2a+1)^2} = \sqrt{(a+1)^2 + (2a+1)^2} \Rightarrow (a-3)^2 + (2a+1)^2 = (a+1)^2 + (2a+1)^2 \Rightarrow a^2 - 6a + 9 = a^2 + 2a + 1 \Rightarrow a = 1 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

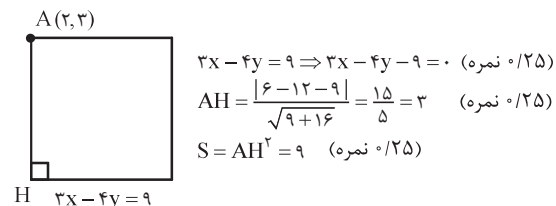
$$M(1, 3) \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

پاسخ سؤال ۹:

ابتدا مشخص می‌کنیم که نقطه A روی ضلع یاد شده قرار ندارد.

$$3x - 4y = 9 \xrightarrow{A(2,3)} 6 - 12 = 9 \Rightarrow -6 = 9 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \quad \text{غیرممکن}$$

پس شکل فرضی مسئله به‌صورت روبه‌رو است:



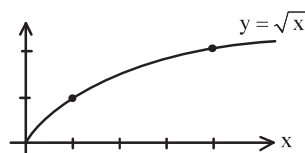
$$3x - 4y = 9 \Rightarrow 3x - 4y - 9 = 0 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$AH = \frac{|6 - 12 - 9|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{15}{5} = 3 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

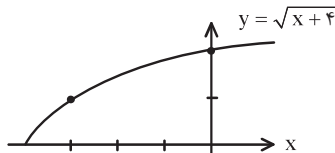
$$S = AH^2 = 9 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(حسابان یازدهم، کار در کلاس صفحه ۳۴)

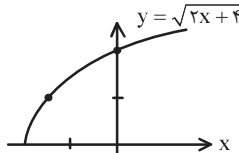
پاسخ سؤال ۱۰:



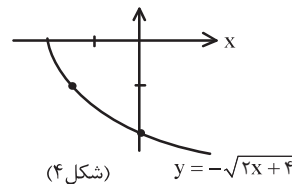
(نمره ۰/۲۵)



(نمره ۰/۲۵)

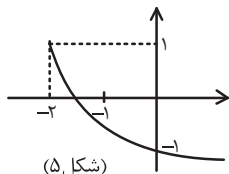


(نمره ۰/۲۵)



(نمره ۰/۲۵)

$$f(x) = -\sqrt{2x+4} + 1 \quad 2x+4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$



(نمره ۰/۲۵)

$$\text{برد تابع} = (-\infty, 1] \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

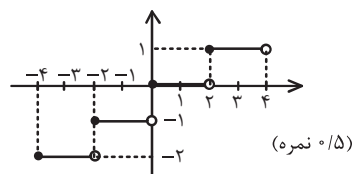
(حسابان یازدهم، صفحه ۴۷)

پاسخ سؤال ۱۱:

$$-4 \leq x < 4 \Rightarrow -2 \leq \frac{1}{x} < 2$$

$$-2 \leq \frac{1}{x} < -1 \Rightarrow \left[\frac{1}{x} \right] = -2 \Rightarrow y = -2 \quad (-4 \leq x < -2) \quad \left| \begin{matrix} -4 & -2 \\ -2 & -2 \end{matrix} \right| \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$-1 \leq \frac{1}{x} < 0 \Rightarrow \left[\frac{1}{x} \right] = -1 \Rightarrow y = -1 \quad (-2 \leq x < 0) \quad \left| \begin{matrix} -2 & 0 \\ -1 & -1 \end{matrix} \right| \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$



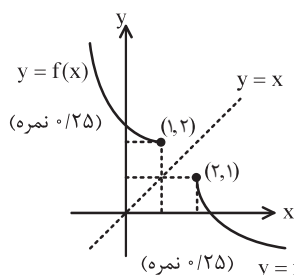
$$\cdot \leq \frac{1}{4} x < 1 \Rightarrow \left[\frac{1}{4} x \right] = 0 \Rightarrow y = 0 \quad (0 \leq x < 2) \quad \left| \cdot \right| \cdot \quad \left| \cdot \right| \cdot \quad (نمره \cdot / 25)$$

$$1 \leq \frac{1}{4} x < 2 \Rightarrow \left[\frac{1}{4} x \right] = 1 \Rightarrow y = 1 \quad (2 \leq x < 4) \quad \left| \cdot \right| \cdot \quad \left| \cdot \right| \cdot \quad (نمره \cdot / 25)$$

(حسابان یازدهم، تمرین ۷ صفحه ۵۳)

پاسخ سؤال ۱۲:

f یک به یک است، زیرا هر خط افقی، نمودار را در بیش از یک نقطه قطع نمی کند. (نمره $\cdot / 25$)



$$f: y = (x-1)^2 + 2 \Rightarrow (x-1)^2 = y-2 \Rightarrow x-1 = \sqrt{y-2} \Rightarrow x = 1 + \sqrt{y-2} \quad (نمره \cdot / 5)$$

$$\begin{aligned} & \Rightarrow \begin{cases} [2, +\infty) \Rightarrow (-\infty, 1] \\ f^{-1}(x) = y = 1 + \sqrt{x-2} \end{cases} \quad (نمره \cdot / 25) \end{aligned}$$

پاسخ سؤال ۱۳:

$$D_f = [-2, +\infty) \quad (نمره \cdot / 25) \quad D_g = (-\infty, 3] \quad (نمره \cdot / 25) \quad D_{f \cap g} = D_f \cap D_g = \{x \mid g(x) = 0\} = [-2, 3] - \{3\} \quad (نمره \cdot / 5) = [-2, 3) \quad (نمره \cdot / 25)$$

$$\left(\frac{f}{g} \right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{3-x}} \quad (نمره \cdot / 25)$$

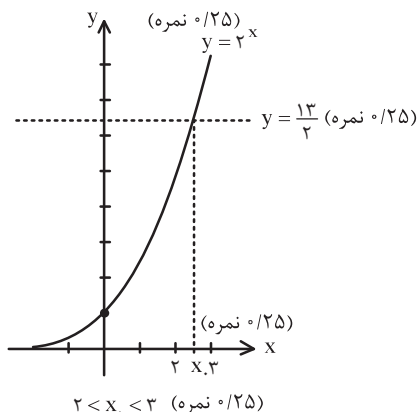
(حسابان یازدهم، مثال صفحه ۶۵)

پاسخ سؤال ۱۴:

$$D_f = \{1, 2, 3, 4\} \quad (نمره \cdot / 25) \quad g = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 10), \dots\} \quad (نمره \cdot / 25) \quad D_g = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\} = \mathbb{N} \quad (نمره \cdot / 25)$$

$$D_{f \circ g} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_g\} = \{1, 2, 3, 4\} \quad \parallel \quad \{1, 2, 3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\} \quad (نمره \cdot / 25) \quad g \circ f = \{(1, 4), (2, 6), (3, 10), (4, 14)\} \quad (نمره \cdot / 5)$$

پاسخ سؤال ۱۵:



پاسخ سؤال ۱۶:

$$4^{2x-1} > \frac{1}{1024} \Rightarrow 2^{2(2x-1)} > 2^{-10} \quad (نمره \cdot / 25) \quad 4x - 2 > -10 \Rightarrow 4x > -8 \Rightarrow x > -2 \quad (نمره \cdot / 25)$$