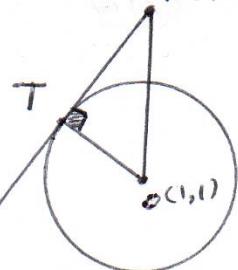
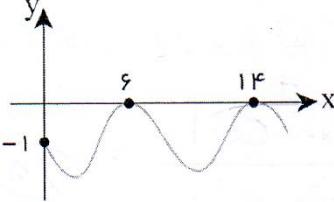
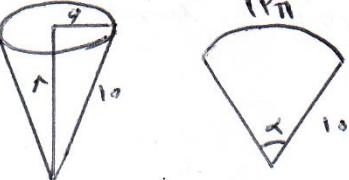
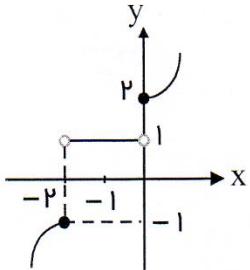


	تاریخ : شروع آزمون: زمان آزمون : ۱۰۰ دقیقه	یاد او آرام بخش دل هاست امتحانات: نوبت دوم سال تحصیلی	 Einaky.com	
	دیر:	درس: حسابان	کلاس:	نام و نام خانوادگی: پایه و رشته: یازدهم ریاضی
بارم	سوال			
	در بیست جمله اول یک دنباله حسابی، مجموع جملات با شماره فرد ۱۳۵ و مجموع جملات با شماره زوج ۱۵۰ می باشد. جمله اول و قدرنسبت این دنباله را بباید.			
۱	$a_1 + a_2 + \dots + a_{19} = 135$ $a_2 + a_4 + \dots + a_{18} = 150$	$\Rightarrow 1 \cdot d = 15 \Rightarrow d = 1,5$ $\text{✓}\text{✓}\text{✓}$	$\text{✓}\text{✓}\text{✓}$	۱
	$S_{20} = 280 \Rightarrow 1 \cdot (10a_1 + 19 \times 1,5) = 280 \Rightarrow a_1 = 0$ $\text{✓}\text{✓}\text{✓}$	$\text{✓}\text{✓}\text{✓}$		
۱	اگر در معادله $x(x+m) = m^2 + 4$ یکی از ریشه ها ۶ واحد از ریشه دیگر بزرگتر باشد، مقدار $m$ چقدر است؟	$x^2 + mx - m^2 - 4 = 0$ $\frac{m^2 - 4}{4} = -m^2 - 4 \Rightarrow 2m^2 = 20 \Rightarrow$ $\alpha + \beta = -m$ $\alpha \cdot \beta = -m^2 - 4$ $\beta = \alpha + 6$ $\Rightarrow \alpha = \frac{-m-4}{2}$ $\Rightarrow \beta = \frac{-m+4}{2}$ $\text{✓}\text{✓}\text{✓}$	$m = \pm 2$ $\text{✓}\text{✓}\text{✓}$	۲
۱	از نقطه $A(1,2)$ خط $2x + y = 4$ را مماس بر دایره ای به مرکز $O(1,1)$ رسم کرده ایم. فاصله $A$ تا نقطه تماس چقدر است؟	 $AT + y - 4 = 0$ $OT = \frac{ 2+1-4 }{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ $OA = \sqrt{0+1^2} = 1$ $AT = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ $\text{✓}\text{✓}\text{✓}$	$AT^2 = OA^2 - OT^2$ $= 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ $\text{✓}\text{✓}\text{✓}$	۳
	مجموعه جواب معادله $\sqrt{\sqrt{x+3}-x} = 1 + \sqrt{1-x}$ را بدست آورید.	$\sqrt{x+3} - x = 1 + 1 - x + 2\sqrt{1-x} \Rightarrow x+3 = 1 + 1 - x + 2\sqrt{1-x}$ $\Rightarrow 2x = 1 + 2\sqrt{1-x} \Rightarrow 2x^2 - 2x + 1 = 4 - 4x \Rightarrow$ $2x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-\frac{3}{2} \end{cases}$ $\text{✓}\text{✓}\text{✓}$	$\text{✓}\text{✓}\text{✓}$	۴
	۱۵۰۰ در صفحه ۲	۱		

ردیف	سوال	بارم
۱	<p>اگر <math>\{(2,6), (3,0), (4,2), (0,2), (1,2)\}</math> را به صورت مجموعه ای از زوج های مرتب نمایش دهید.</p> <p><math>f = \frac{y}{f-g} = \{(2,1), (1, -\frac{4}{2-\sqrt{2}})\}</math></p>	$g = \{(2,0), (0,2), (1, \sqrt{2})\}$ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span> $f-g = \{(2,4), (0,0), (1, 2-\sqrt{2})\}$ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span> $\frac{y}{f-g} = \{(2,1), (1, -\frac{4}{2-\sqrt{2}})\}$ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span>
۲	<p>اگر <math>f(x) = \log_{\sqrt{2}}(x^2 + 4x)</math>, <math>g(x) = 2\sqrt{8-x}</math> باشند، دامنه تابع <math>gof</math> را با استفاده از تعریف آن بدست آورید.</p> <p><math>D_{gof} = \{x \in D_f ; f(x) \in D_g\} =</math></p> <p><math>\{x \in (-\infty, -4) \cup (0, +\infty) ; \log_{\sqrt{2}}(x^2 + 4x) \in (-\infty, 8]\}</math> <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span></p> <p><math>\log_{\sqrt{2}}(x^2 + 4x) \leq 8 \Rightarrow x^2 + 4x \leq 16 \Rightarrow x^2 + 4x - 16 \leq 0 \Rightarrow</math> <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span></p> <p><math>(x+8)(x-2) \leq 0 \Rightarrow -8 \leq x \leq 2 \Rightarrow D_{gof} = [-8, -4) \cup (0, 2]</math> <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span></p>	
۳	<p>تابع <math> x  -  x+3 </math> در بازه <math>[a, b]</math> یک به یک بوده و <math>a &lt; b</math> حداقل مقدار ممکن است. ضابطه و دامنه تابع معکوس <math>f</math> در این بازه را بیابید.</p> <p><math>-3 \leq x \leq 1 \Rightarrow y = -2x - 2 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}y - 1 \xrightarrow{x \leftrightarrow y} f^{-1}(x) = -\frac{1}{2}x - 1</math> <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span></p> <p><math>-3 \leq x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq -2x \leq 2 \Rightarrow -4 \leq -2x - 2 \leq 0</math> <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span></p> <p><math>D_{f^{-1}} = R_f = [-4, 0]</math></p>	
۴	<p>اگر <math>\log_{12} 2 = a</math> باشد، حاصل <math>\log_{54} 48</math> بر حسب <math>a</math> چقدر است؟</p> <p><math>\log_{54} 48 = \frac{\log_{12} 48}{\log_{12} 54} = \frac{\log_{12} 4 + \log_{12} 12}{\log_{12} 12 + \log_{12} 54} = \frac{4a + 1}{a + 3(1-a)} = \frac{4a+1}{3-a}</math> <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span></p> <p><math>\log_{12} 4 = \log_{12} \frac{1}{54} = 1 - \log_{12} 54 = 1 - 3a</math> <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span></p>	

ردیف	سوال	بارم
۹	تابع با ضابطه $f(x) = a + \log_r(bx - 1)$ از دو نقطه $(3, 10), (4, 14)$ می‌گذرد. مقادیر $b, a$ را بدست آورید.	$\log_r(4b - 1) + a = 10$ $\log_r(4^4 b - 1) + a = 14$ $\Rightarrow \log_r(\frac{4^4 b - 1}{4b - 1}) = 4 \Rightarrow \frac{4^4 b - 1}{4b - 1} = 16 \Rightarrow$ $4^4 b - 1 = 16 \cdot 4b - 1 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow \log_r^4 + a = 10 \Rightarrow a = 1$ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span>
۱۰	اگر $\log_r(3x - 1) = \log_r \sqrt{3} + \log_r \sqrt{x - 1}$ باشد، آن گاه حاصل $\log_r(x+1) = \log_r^4$ چقدر است؟	$\frac{1}{r} \log_r(x+1) = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} \log_r(x-1) \Rightarrow \log_r(x+1) = \log_r^4(x-1)$ $4x - 1 = x + 1 \Rightarrow x = 1$ $\log_r(4x-1) = \log_r^4 = \frac{4}{r} \log_r^4 = \frac{4}{r} = 1,6$ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span>
۱۱	شکل روی رسمتی از نمودار تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ است. مقدار $x$ در نقطه $x = \frac{2\pi}{3}$ چقدر است؟	 $T = \frac{2\pi}{ b \pi} = 1 \Rightarrow  b  = 2 \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span> $f(0) = -1 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow f(x) = -1 + \sin(-\frac{1}{2}\pi x)$ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span> $f(\frac{4}{3}) = -1 - \sin(\frac{4}{3}\pi) = -1 - \sin(\frac{2\pi}{3}) = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span>
۱۲	اندازه زاویه قطاع حاصل از شکل گسترده یک مخروط قائم به ارتفاع ۸ و شعاع قاعده ۶ چقدر است؟	 $L = r \cdot \alpha \Rightarrow 10 = 6 \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{5\pi}{3}$ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span>
۱۳	۱۵۰ در صفحه ۴۰۱	۳

ردیف	سوال	بارم
۱۳	<p>اگر <math>\tan 15^\circ = a</math> باشد، مقدار عبارت <math>A = \frac{\cos 15^\circ + \cos 105^\circ}{\sin 195^\circ + \cos 165^\circ}</math> را بر حسب <math>a</math> حساب کنید.</p> $A = \frac{2\cos 15^\circ + \sin(-105^\circ)}{-\sin 105^\circ - \cos 105^\circ} = \frac{2 - \tan 105^\circ}{-1 - \tan 105^\circ} = \frac{2 - a}{-1 - a} = \frac{a - 2}{a + 1}$ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓✓✓</span> <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓✓✓</span>	
۱۴	<p>مقدار عددی عبارت <math>A = \frac{1}{\sin 1^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\sin 8^\circ}</math> را بدست آورید.</p> $A = \frac{\cos 1^\circ - \sqrt{3}\sin 1^\circ}{\sin 1^\circ \cos 1^\circ} = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 1^\circ}} \frac{\cos 1^\circ - \sqrt{3}\sin 1^\circ}{\sin 1^\circ} = \frac{\cos 1^\circ \cos 1^\circ - \sqrt{3}\sin 1^\circ \cos 1^\circ}{\sin 1^\circ} = \frac{\cos 1^\circ \cos 1^\circ - \sqrt{3}\sin 1^\circ \cos 1^\circ}{\sin 1^\circ}$ $= \frac{\cos 1^\circ \cos(1^\circ - 60^\circ)}{\sin 1^\circ} = \frac{\cos 1^\circ \cos 1^\circ}{\sin 1^\circ}$ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓✓✓</span> <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓✓✓</span>	
۱۵	<p>حاصل هریک از حدهای زیر را باید.</p> $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{r}^+} \frac{\sqrt{1 - \sin rx}}{\cos rx} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{r}^+} \frac{\sqrt{(rx - \sin rx)^2}}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{r}^+} \frac{ rx - \sin rx }{\cos^2 x - \sin^2 x}$ $= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{r}^+} \frac{(rx - \sin rx)}{(rx - \sin rx)(rx + \sin rx)} = -\frac{1}{\sqrt{r}} = -\frac{\sqrt{r}}{r}$ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓✓✓</span> $\lim_{x \rightarrow (-r)^+} \frac{\sqrt{x^2 + 12 + rx}}{ x^2 + x - r } = \lim_{x \rightarrow -r^+} \frac{x^2 + 12 - rx^2}{-(x+r)(x-1)(\sqrt{x^2 + 12} - rx)} = \lim_{x \rightarrow -r^+} \frac{-r(x-r)(x+r)}{-(x+r)(x-1)(\sqrt{x^2 + 12} - rx)}$ $= \frac{(-r)(-r)}{r^2} = \frac{1}{r}$ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓✓✓</span>	

ردیف	سوال	بارم
۱۰	باشد، مقادیر $b, a$ را مشخص کنید. $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{a + \cos x}}{\sin x} = b$ اگر $\sin \pi = 0 \Rightarrow a + \cos \pi = 0 \Rightarrow a = 1$ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span>	
۱۱	$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{1 + \cos x}}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{1 + \cos^2 \frac{x-\pi}{2}}}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{1 + \cos^2 \frac{x-\pi}{2}}}{\sin \frac{x-\pi}{2} \cos \frac{x-\pi}{2}}$ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span> <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span> <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span>	
۱۲	با توجه به شکل مقابل، حاصل هریک از حد های زیر را بدست آورید.	
۱۳	 ۱) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(1-x) = f(0) = 1$ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span> <i>لهمساوی <math>x=-1</math> باشند</i> ۲) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(-2-x) = f(-1) = -1$ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span> <i>لهمساوی <math>x=0</math> باشند</i>	
۱۴	مقادیر $b, a$ را طوری بباید که تابع $f(x) = \begin{cases} ax+b &  x  \geq 1 \\ x[x] &  x  < 1 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته باشد. $f(1^+) = f(1) \Rightarrow a+b = 0$ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span> $f(-1^-) = f(-1^+) \Rightarrow -a+b = 1$ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span> <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span> <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span> <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span>	۱۵
۱۵	$y = \left[ -\frac{4}{x} \right]$ در بازه $(2, a)$ پیوسته باشد، بیشترین مقدار $a$ چقدر است؟ $y(2) = [-2]$ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span> $-\frac{4}{2} = -2 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow a = 2$ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">✓</span>	۱۶
۱۶		
۱۷		
۱۸		