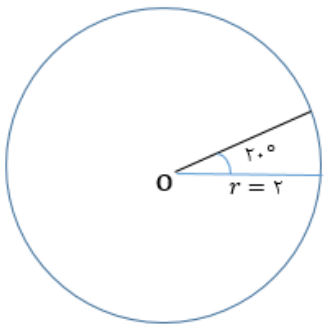




نام درس: حسابان
نام دبیر:
تاریخ امتحان:
ساعت امتحان:
مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران

نام و نام خانوادگی:
مقطع و رشته: یازدهم ریاضی
نام پدر:
شماره داوطلب:
تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

ردیف	سوالات	محل مهر یا امضاء مدیر	نمره
۱	مقدار k را چنان بیابید که یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^3 + kx^2 - x - 2$ برابر -2 باشد، سپس صفرهای دیگر تابع را بدست آورید.		۰,۷۵
۲	به روش هندسی معادله $ x = x^2 - 2x$ را حل کنید.		۱,۲۵
۳	معادله $\sqrt{x+2} = x - 4$ را حل کنید.		۱
۴	اگر نقطه $A(2,3)$ رأس یک مربع و معادله $3x - 4y = 9$ باشد، مساحت مربع چقدر است؟		۱
۵	نمودار تابع $f(x) = [2x]$ را در بازه $[-1,1]$ رسم کنید.		۱,۲۵
۶	اگر $f = \{(-4,13), (-1,7), (0,5), (\frac{5}{7}, 0), (3,-5)\}$ و $g = \{(-4,-7), (-2,5), (0,-3), (3,0), (5,2), (9,6)\}$ باشد، توابع $f+g$ و $f-g$ و $\frac{f}{g}$ را بدست آورید.		۰,۷۵
۷	برای دو تابع $f(x) = \frac{1}{x-3}$ و $g(x) = \frac{4}{x}$ تابع $f \circ g$ و دامنه y آن را بدست آورید.		۱
۸	نمودار تابع $f(x) = 2^x$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را بنویسید.		۱
۹	اگر $\log 2 = a$ و $\log 3 = b$ باشد، حاصل عبارت مقابل را بیابید.		۱
۱۰	معادله $\log_3(x-1) + \log_3\left(\frac{x}{3} + 1\right) = 2$ را حل کنید.		۱
۱۱	در شکل مقابل اندازه α را بر حسب رادیان بدست آورید، سپس طول کمان AB را پیدا کنید.		۱
صفحه ۱ از ۲			

ردیف	ادامه ی سؤالات	محل مهر یا امضاء مدیر
۱۲	مقدار نسبت های مثلثاتی زیر را بدست آورید.	الف) $\sin \frac{5\pi}{4}$ ب) $\cos \frac{9\pi}{4}$ پ) $\cot(750^\circ)$ ت) $\tan(-150^\circ)$
۱۳	فرض کنید $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ و $\cos \beta = \frac{-12}{13}$ و انتهای کمان α در ربع اول و انتهای کمان β در ربع دوم قرار دارد. مطلوبست محاسبه ی عددی $\sin(\alpha + \beta)$ و $\cos(\alpha - \beta)$.	۲
۱۴	با توجه به دامنه ی تابع در مورد حد راست تابع $f(x) = \frac{x}{[x]-2}$ در نقطه ی $x = 2$ چه می توان گفت؟	۱
۱۵	مقدار b را طوری تعیین کنید که تابع زیر در $x = -1$ حد داشته باشد. ([] نماد جزء صحیح است)	الف) $f(x) = \begin{cases} x^2 + [x] & x < -1 \\ x & x > -1 \end{cases}$ ب) $f(x) = \begin{cases} x^2 + b & x < -1 \\ 3x + b & x > -1 \end{cases}$
۱۶	حدود زیر را بدست آورید.	الف) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + x - 1}{3x^2 + 3x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x^2 - 4}$ پ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2 \cos 2x}{x \sin x}$
۱۷	در تابع زیر a را طوری تعیین کنید که تابع در $x = 1$ پیوسته باشد. ([] نماد جزء صحیح است)	الف) $k(x) = ([x] - a)[x]$
صفحه ی ۲ از ۲		

نام درس: حسابان یازدهم

نام دبیر:

تاریخ امتحان:

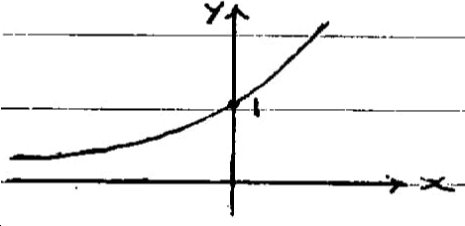
ساعت امتحان:

مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه



کلید سؤالات پایان ترم نوبت دوم سال تمصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	$f(-2) = 0 \rightarrow -8 + 4k + 2 - 2 = 0 \rightarrow k = 2 \rightarrow f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$ $\frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x + 2} = x^2 - 1 \rightarrow x^2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$ صفرهای دیگر تابع $x = \pm 1$	
۲	با توجه به شکل جواب های معادله عبارتند از: $x = 0, x = 3$	
۳	$\sqrt{x+2} = x-4 \rightarrow x+2 = x^2 - 8x + 16 \rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \rightarrow (x-2)(x-7) = 0$ قق $x = 7$, قق $x = 2$	
۴	$A(2,3) \quad 3x - 4y = 9 \rightarrow 3x - 4y - 9 = 0$ $a = \frac{ 3 \times 2 - 4 \times 3 - 9 }{\sqrt{9 + 16}} = \frac{15}{5} = 3 \rightarrow S = a^2 = 9$	
۵	$f(x) = [2x] \quad x \in [-1, 1)$ $-1 \leq x < -\frac{1}{2} \rightarrow -2 \leq 2x < -1 \rightarrow f(x) = -2$ $-\frac{1}{2} \leq x < 0 \rightarrow -1 \leq 2x < 0 \rightarrow f(x) = -1$ $0 \leq x < \frac{1}{2} \rightarrow 0 \leq 2x < 1 \rightarrow f(x) = 0$ $\frac{1}{2} \leq x < 1 \rightarrow 1 \leq 2x < 2 \rightarrow f(x) = 1$	

$f + g = \{(-4, 6), (0, 2), (3, -5)\}$ $f - g = \{(-4, 20), (0, 8), (3, -5)\}$ $\frac{f}{g} = \left\{ \left(-4, \frac{-13}{5} \right), \left(0, \frac{-5}{3} \right) \right\}$	٦
$f(x) = \frac{1}{x-3} \rightarrow D_f = R - \{3\}$ $g(x) = \frac{4}{x} \rightarrow D_g = R - \{0\}$ $f \circ g(x) = f(g(x)) = \frac{1}{\frac{4}{x}-3} \rightarrow f \circ g(x) = \frac{x}{4-3x}$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \left\{ x \in R - \{0\} \mid \frac{4}{x} \in R - \{3\} \right\} = R - \left\{ \frac{4}{3} \right\}$ $\frac{4}{x} = 3 \rightarrow x = \frac{4}{3}$	٧
 $f(x) = 2^x$ $D_f = R$ $R_f = (0, +\infty)$	٨
$\log 2 = a, \log 3 = b$ $\log \sqrt{0.75} = \log \left(\frac{3}{4} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log \frac{3}{4} = \frac{1}{2} (\log 3 - \log 4) = \frac{1}{2} (\log 3 - \log 2^2) = \frac{1}{2} (\log 3 - 2 \log 2) = \frac{1}{2} (b - 2a)$	٩
$\log_2(x-1) + \log_2\left(\frac{x}{2} + 1\right) = 2$ $\log_2(x-1)\left(\frac{x}{2} + 1\right) = 2 \rightarrow (x-1)\left(\frac{x}{2} + 1\right) = 2^2 \rightarrow \frac{x^2}{2} + x - \frac{x}{2} - 1 = 4 \rightarrow \frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} - 5 = 0 \rightarrow x^2 + x - 10 = 0 \rightarrow (x+5)(x-4) = 0 \rightarrow x = -5 \text{ ق ق } , x = 4 \text{ ق ق }$	١٠
$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{20}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow R = \frac{\pi}{9}$ $l = r\theta \rightarrow l = 2 \times \frac{\pi}{9} = \frac{2\pi}{9}$	١١
ا) $\sin \frac{5\pi}{4} = \sin \left(\pi + \frac{\pi}{4} \right) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ب) $\cos \frac{9\pi}{4} = \cos \left(2\pi + \frac{\pi}{4} \right) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ج) $\cot(75^\circ) = \cot(45^\circ + 30^\circ) = \cot \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} \right) = \cot \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ د) $\tan(-15^\circ) = -\tan 15^\circ = -\tan \left(\pi - \frac{\pi}{12} \right) = \tan \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$	١٢
حاد α , $\cos \alpha = \frac{4}{5} \rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{3}{5} \rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{5}$ منفرجه β , $\cos \beta = \frac{-12}{13} \rightarrow \sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169} \rightarrow \sin \beta = \pm \frac{5}{13} \rightarrow \sin \beta = \frac{5}{13}$ $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha = \frac{3}{5} \times \left(\frac{-12}{13} \right) + \frac{5}{13} \times \frac{4}{5} = \frac{-36}{65} + \frac{20}{65} = \frac{-16}{65}$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \frac{4}{5} \times \left(\frac{-12}{13} \right) + \frac{3}{5} \times \frac{5}{13} = \frac{-48}{65} + \frac{15}{65} = \frac{-33}{65}$	١٣

$f(x) = \frac{x}{[x] - 2} \rightarrow [x] - 2 = 0 \rightarrow [x] = 2 \rightarrow x \in [2, 3)$ $\rightarrow D_f = R - [2, 3) = (-\infty, 2) - [3, +\infty)$ چون تابع در همسایگی راست نقطه ی ۲ تعریف نشده است، پس تابع در $x = 2$ حد راست ندارد.	۱۴
$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + [x]}{ x } & x < -1 \\ 3x + b & x > -1 \end{cases}$ $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2 + [x]}{ x } = \frac{1 - 2}{1} = -1$ $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} 3x + b = -3 + b$ $\rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) \rightarrow -1 = -3 + b \rightarrow b = 2$	۱۵
$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + x - 1}{3x^2 + 3x} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(2x-1)}{3x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x-1}{3x} = \frac{-3}{-3} = 1$ $\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x^2 - 4} \times \frac{\sqrt{x+2} + 2}{\sqrt{x+2} + 2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2-4}{(x^2-4)(\sqrt{x+2}+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(x+2)(\sqrt{x+2}+2)}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x+2)(\sqrt{x+2}+2)} = \frac{1}{16}$ $\text{پ) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2 \cos 2x}{x \sin x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2(1 - 2 \sin^2 x)}{x \sin x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin^2 x}{x \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} 4 \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 4 \times 1 = 4$ $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - \sin^2 x - \sin^2 x = 1 - 2 \sin^2 x$	۱۶
$k(x) = ([x] - a)[x]$ $k(1) = (1 - a)[1] = 1 - a$ $\lim_{x \rightarrow (1)^+} k(x) = \lim_{x \rightarrow (1)^+} ([x] - a)[x] = (1 - a)(1) = 1 - a$ $\lim_{x \rightarrow (1)^-} k(x) = \lim_{x \rightarrow (1)^-} ([x] - a)[x] = (0 - a)(0) = 0$ چون $k(1) = \lim_{x \rightarrow (1)^-} k(x) = \lim_{x \rightarrow (1)^+} k(x) \rightarrow 1 - a = 0 \rightarrow a = 1$	۱۷
امضاء:	نام و نام خانوادگی مصحح: جمع بارم: ۲۰ نمره