



تابع وارون

تابعی وارون پذیر است که یک به یک باشد. با تعویض جای تمام مولفه های اول و دوم وارون تابع به دست می آید.

نکته:

- اگر نقطه $A = (x, y)$ روی تابع f باشد، در این صورت $A' = (y, x)$ روی تابع f^{-1} است.
- نمودارهای دو تابع f و f^{-1} نسبت به نیم سازه های ناحیه اول و سوم قرینه یکدیگرند.

ضابطه تابع وارون

برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع خطی غیر ثابت مانند f ، در معادله $y = f(x)$ را بر حسب y به دست آورده و سپس با جابه جا کردن x و y ضابطه تابع را به دست می آوریم.

مثال:

ضابطه وارون تابع $f(x) = 2x + 1$ را به دست آورید.

$$y = 2x + 1 \rightarrow 2x = y - 1 \rightarrow x = \frac{y-1}{2}$$

$$f^{-1}(y) = \frac{y-1}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}$$



تابع

فصل سوم

درس دوم: وارون یک تابع و تابع یک به یک

تابع یک به یک

تابع f را یک به یک گوئیم هرگاه هیچ دو زوج مرتبی دارای مولفه های دوم برابر نباشند و در صورت مساوی بودن مولفه های دوم، مولفه های اول آن ها نیز برابر باشند.

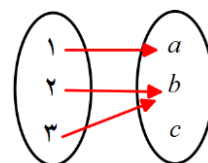
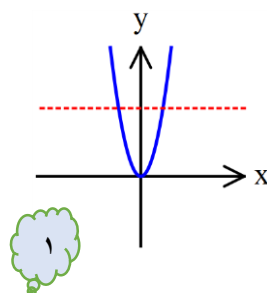
در نمودار و ن تابع یک به یک، به هیچ عضوی از مجموعه دوم، دو پیکان وارد نمی شود.

اگر خطی موازی محور x ها رسم کنیم باید تابع یک به یک را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

مثال:

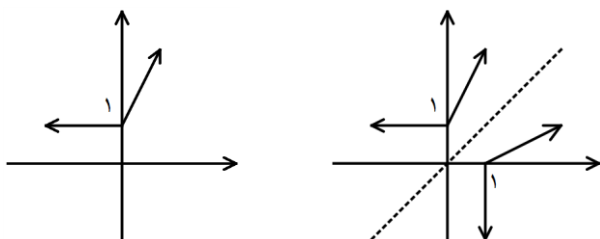
هیچ یک از توابع زیر یک به یک نیستند.

$$\{(-2, 3), (2, 3), (3, -2)\}$$



مثال ۳

نمودار وارون تابع زیر را رسم کنید.



تمرین ۱: مقدار a و b را طوری تعیین کنید که تابع داده شده یک به یک باشد.

$$f = \{(1, a-b), (2, 4), (3, 2a+b), (a-b, 4), (3, 7)\}$$

تمرین ۲: آیا تابع $f(x) = x^2 - 2x$ یک به یک است؟ چرا؟

تمرین ۲: ضابطه وارون تابع $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ را به دست آورید.

تمرین ۳: نمودار دو تابع f و g را رسم کنید که دامنه هر دو برابر $[-1, 3]$ و برد هر دو برابر $[-1, 2]$ باشد و f یک به یک باشد ولی g یک به یک نباشد.



مثال ۱:

تحقیق کنید که آیا $f(x) = \frac{2}{x} + 3$ و $g(x) = \frac{2}{x-3}$ وارون یکدیگرند یا خیر؟

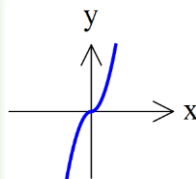
حل: بله چون:

$$g(x) = y = \frac{2}{x-3} \rightarrow yx - 3y = 2 \rightarrow yx = 3y + 2$$

$$x = 3 + \frac{2}{y} \rightarrow g^{-1}(x) = 3 + \frac{2}{x} = f(x)$$

مثال ۲: یک به یک بودن تابع $f(x) = x|x|$ را از روی نمودار بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$$



بله یک به یک است زیرا هر خطی موازی محور x ها رسم کنیم نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع می کند.

