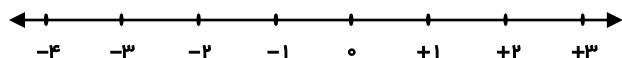


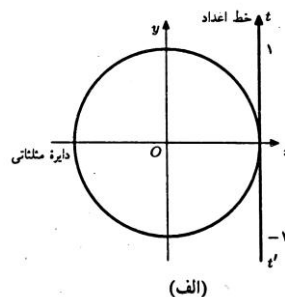
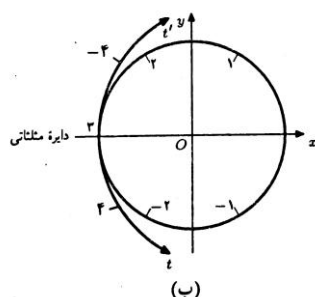
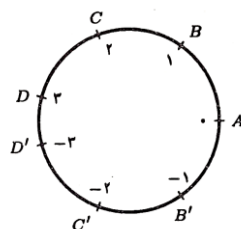


۳- توابع مثلثاتی

محور اعداد را در نظر بگیرید.

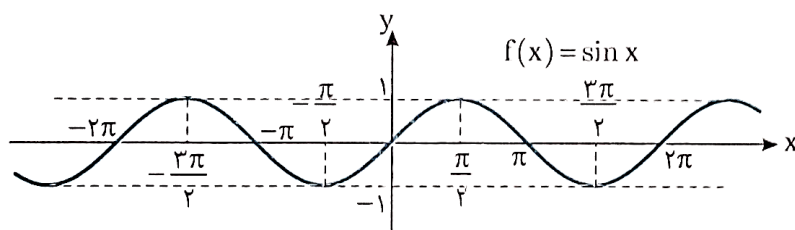


اگر این محور را حول یک دایره مثلثاتی بپیچانیم به هر عدد حقیقی روی محور یک نقطه روی دایره نسبت داده می شود ولی به ها نقطه روی دایره بینهایت عدد حقیقی نسبت داده خواهد شد.



بنابراین به هر عدد حقیقی می توان $\sin$, $\cos$, $\tan$, $\cot$ آن عدد را نسبت داد و بدین ترتیب تابعهای مثلثاتی تعریف می شوند.

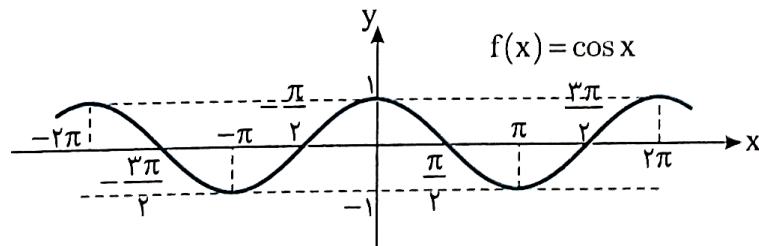
تابع سینوس: تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ با ضابطه $f(x) = \cos x$ را تابع سینوس می گوییم.



ویژگیهای تابع سینوس:

- به ازای هر عدد صحیح مانند k ، $\sin(2k\pi + x) = \sin x$ پس اگر نمودار تابع f را در بازه $[0, 2\pi]$ تکرار کنیم، نمودار تابع روی $\mathbb{R}$ بدست می آید. (البته به جای بازه $[0, 2\pi]$ می توانیم هر بازه ای دیگر به طول 2π را جایگزین کنیم).
- صفرهای تابع f نقطه های $k\pi$ هستند.
- کمترین مقدار تابع f برابر -1 در نقطه هایی به طول $2k\pi - \frac{\pi}{2}$ است.
- بیشترین مقدار تابع f برابر 1 در نقطه هایی به طول $2k\pi + \frac{\pi}{2}$ است.

تابع کسینوس: تابع $f: R \rightarrow [-1, 1]$ با ضابطه $f(x) = \sin x$ را تابع سینوس می‌گوییم.



ویژگیهای تابع کسینوس:

- به ازای هر عدد صحیح مانند k ، $\cos(2k\pi + x) = \cos x$ پس اگر نمودار تابع f را در بازه $[0, 2\pi]$ تکرار کنیم، نمودار تابع روی R بدست می‌آید. (البته به جای بازه $[0, 2\pi]$ می‌توانیم هر بازه ای دیگر به طول 2π را جایگزین کنیم).
- صفرهای تابع f نقطه‌های $k\pi + \frac{\pi}{2}$ هستند.
- کمترین مقدار تابع f برابر -1 در نقطه‌هایی به طول $x = (2k + 1)\pi$ است.
- بیشترین مقدار تابع f برابر 1 در نقطه‌هایی به طول $x = 2k\pi$ است.

تست: اگر نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = 2a - b \sin x$ محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض 4 و محور طولها را در نقطه‌ای به طول $\frac{\pi}{6}$ قطع کند، مقدار $a + b$ کدام است؟

الف) ۶ ب) ۸ ج) ۱۰ د) ۱۲

مثال: اگر $f(x) = \sin x \cos x$ ، نشان دهید.

$$f(x + \pi) - f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 2f(x)$$

مثال: نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = 1 - \sin x$ و دامنه $[0, 2\pi]$ را رسم کنید.

مثال: نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ و دامنه $[0, 2\pi]$ را رسم کنید.

مثال: نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{\cos x - |\cos x|}{2}$ را روی بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.

مثال: تابع با ضابطه $f(x) = 3 - \cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)$ را در نظر بگیرید.
الف) اگر $D_f = R$ ، حداقل و حداکثر مقدار تابع چقدر است و در چه نقاطی به دست می آید؟
ب) اگر $D_f = \left[\frac{\pi}{4}, \pi\right]$ حداقل و حداکثر مقدار تابع چقدر است؟

مثال: اگر $\cos x = \frac{2m+1}{4}$ و $\frac{3\pi}{4} < x < \frac{5\pi}{4}$ حدود m را مشخص کنید.

مثال: حداقل و حداکثر مقدار تابع f با ضابطه $f(x) = 2 + 3\cos^2 x$ را بدست آورید.

مثال: حداقل و حداکثر مقدار تابع f با ضابطه $f(x) = 4\sin^2 x - 4\sin x$ را بدست آورید.

مثال: دامنه ی تابع های زیر را بدست آورید.

$$g(x) = \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{x(\pi-x)}}$$

$$f(x) = \frac{\cos x}{1-\sin x}$$