



مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ساعت شروع:

رشته: علوم تجربی

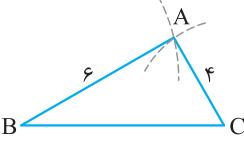
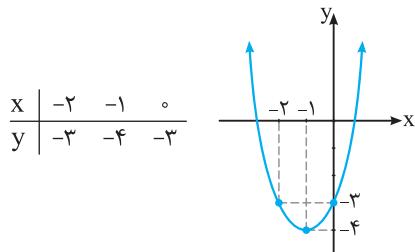
سوالات امتحان درس: ریاضی

امتحان پایان سال

سال یازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	سوالات	نمره
۱	ثابت کنید دو خط به معادلات $4x + 3y = 4$ و $2x + 5 - 6y = 0$ با هم موازی‌اند و سپس فاصله بین آن‌ها را بدست آورید.	۱
۲	فاصله بین دو شهر A و B، ۱۸۰ کیلومتر است. اتومبیلی از شهر A با سرعت ثابت به سمت شهر B در حال حرکت است. نیم ساعت بعد، اتومبیل دیگری که سرعت آن ۴ کیلومتر در ساعت بیشتر از اتومبیل اول است از شهر A به سمت شهر B حرکت می‌کند. اگر زمان رسیدن هر دو اتومبیل یکسان باشد، سرعت هر یک از اتومبیل‌ها را بدست آورید.	۱
۳	مثلثی رسم کنید که طول اضلاع آن، ۶، ۷ و ۴ واحد باشد.	۱/۵
۴	تابع x $f(x) = x^2 - 3$ و $g(x) = \frac{f}{g}(x)$ داده شده است. ب) مقدار $(\frac{f}{g})(2)$ را محاسبه کنید. آ) نمودار تابع $f + g$ را رسم کنید.	۱/۵
۵	نمودار تابع ۱ $y = 2 \sin x - 2$ بر نمودار کدامیک از توابع زیر منطبق است؟ (با ذکر دلیل) ب) $y = -2 \cos(\frac{3\pi}{2} - x) - 1$ آ) $y = 2 \cos(\frac{5\pi}{2} + x) - 1$	۱/۵
۶	عبارت $\sqrt[3]{x+5}$ را ساده کنید.	۰/۵
۷	دامنه تابع $f(x) = \log_2(x^2 - x)$ را بدست آورید.	۱
۸	با فرض $\log 3 = 0.48$ و $\log 2 = 0.30$ ، مقدار $\log 12$ را بدست آورید.	۱
۹	معادله $\log_x(x-1) + \log_x(2x^2 - 3x) = 1$ را حل کنید.	۱
۱۰	نمودار تابع $y = 1 + \log(x-1)$ را به کمک انتقال رسم کنید.	۱
۱۱	نمودار توابع f و g به صورت رو به رو است: حاصل هر یک از حدهای زیر را در صورت وجود بدست آورید. ب) $\lim_{x \rightarrow 2} (3f(x) - 2g(x))$ آ) $\lim_{x \rightarrow -3} (f(x)g(x))$	۱
۱۲	حاصل هر یک از حدهای زیر را بدست آورید. ت) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (3 \sin x + 4 \cos x)$ پ) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[x]+2}{x^2 - 3}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 + x - 3}$ آ) $\lim_{x \rightarrow 2} (3x - \sqrt{x^2 + 5})$	۲
۱۳	مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع رو به رو در نقطه $x=1$ پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} ax + 2 & x > 1 \\ 4 & x = 1 \\ \sqrt{3x^2 + 1} - 2b & x < 1 \end{cases}$	۱
۱۴	بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع با ضابطه $-1 - \sqrt{x^2 - 2} = f(x)$ روی آن پیوسته است را مشخص کنید.	۱
۱۵	اعداد ۱ تا ۶ را روی ۶ کارت زوج باشد، به شرط آن که مجموع آن‌ها مضرب ۳ باشد.	۱
۱۶	احتمال آن که علی در درس ریاضی قبول شود 0.8 و این احتمال برای محمد 0.7 است. مطلوب است احتمال آن که آ) حداقل یکی از این دو نفر در درس ریاضی قبول شوند. ب) فقط یکی از این دو نفر در این درس قبول شود.	۱
۱۷	میانگین ۱۲ داده آماری 42 و میانگین ۱۳ داده آماری دیگر 45 می‌باشند. میانگین این 25 داده آماری را بدست آورید.	۱
۱۸	کارخانه‌ای دو نوع لاستیک تولید می‌کند. میانگین طول عمر برای نوع A و B به ترتیب 80000 کیلومتر و 90000 کیلومتر و انحراف معیار برای نوع A و B به ترتیب 5000 کیلومتر و 6000 کیلومتر است. کدام نوع لاستیک بهتر است؟	۱
۲۰	جمع نمره	

رشته: علوم تجربی	راهنمای تصویر سوالات امتحان درس: ریاضی
امتحان پایان سال	سال یازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	راهنمای تصویر	نمره
۱	$2x + 3y = 4 \Rightarrow m_1 = -\frac{2}{3}$, $4x + 6y = 5 \Rightarrow m_2 = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$ $m_1 = m_2 \Rightarrow$ دو خط با هم موازیند. نقطه $A(2,0)$ ، نقطه‌ای دلخواه روی خط $2x + 3y = 4$ می‌باشد، فاصله نقطه A تا خط $4x + 6y - 5 = 0$ برابر است با: $d = \frac{ 4(2) + 6(0) - 5 }{\sqrt{4^2 + 6^2}} = \frac{3}{\sqrt{52}} = \frac{3}{2\sqrt{13}} \times \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{13}}{26}$	۱
۲	فرض کنیم سرعت اتومبیل اول v و مدت زمان حرکت آن t_1 باشد، در این صورت: سرعت اتومبیل دوم $v+4$ می‌باشد، اگر t_2 مدت زمان حرکت آن باشد، آنگاه: $t_1 = \frac{180}{v}, t_2 = t_1 - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{180}{v+4} = \frac{180}{v} - \frac{1}{2} \xrightarrow{\times 2v(v+4)} 360v = 360(v+4) - v(v+4)$ $\Rightarrow 360v = 360v + 360 \times 4 - v^2 - 4v \Rightarrow v^2 + 4v - 360 \times 4 = 0 \Rightarrow v = 36 \Rightarrow v+4 = 40$	۱
۳	<p>ابتدا پاره خط BC به طول ۷ واحد را رسم می‌کنیم. به مرکز B و شعاع ۶ و همچنین به مرکز C و شعاع ۴ کمان‌هایی رسم می‌کنیم تا این دو کمان همیگر را در نقطه A قطع کنند.</p>  <p> مثلث ABC جواب مسئله است.</p>	۱/۵
۴	<p>(آ) ضابطه تابع $f+g$ به صورت رویه‌رو است:</p> $y = (f+g)(x) = f(x) + g(x) = (x^2 - x) + (3x - 3) = x^2 + 2x - 3$ $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2} = -1 \Rightarrow y = (-1)^2 + 2(-1) - 3 = -4 \Rightarrow S(-1, -4)$  $\left(\frac{f}{g}\right)(2) = \frac{f(2)}{g(2)} = \frac{2^2 - 2}{3(2) - 3} = \frac{2}{3}$ <p>(ب)</p>	۱/۵
۵	<p>ضابطه هر یک از توابع (آ) و (ب) را ساده می‌کنیم:</p> $y = 2\cos\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) - 1 = 2\cos(2\pi + \frac{\pi}{2} + x) - 1 = 2\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 1 = -2\sin x - 1$ $y = -2\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) - 1 = -2(-\sin x) - 1 = 2\sin x - 1$ <p>پس نمودار تابع $y = 2\sin x - 1$ بر نمودار تابع $y = -2\cos(\frac{3\pi}{2} - x) - 1$، یعنی نمودار قسمت (ب) منطبق است.</p>	۱/۵
۶	$(\sqrt{5}^{3-\sqrt{5}})^{3+\sqrt{5}} = \sqrt{5}^{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})} = \sqrt{5}^{9-5} = \sqrt{5}^4 = ((\sqrt{5})^2)^2 = 5^2 = 25$	۰/۵

رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحيح سوالات امتحان درس: ریاضی
امتحان پایان سال	سال یازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	راهنمای تصحيح	نمره
۷	$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - x > 0\}, x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 1$ $\begin{array}{c ccc} x & & 0 & 1 \\ \hline x^2 - x & + & 0 & - \\ & & 0 & + \end{array} \quad x^2 - x > 0 \Rightarrow x < 0 \text{ یا } x > 1 \Rightarrow D_f = (-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$	۱
۸	$\log_6 12 = \frac{\log(2^2 \times 3)}{\log 6} = \frac{\log 2^2 + \log 3}{\log 2 + \log 3} = \frac{2 \log 2 + \log 3}{\log 2 + \log 3} = \frac{2(\frac{1}{3}) + \frac{1}{5}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = \frac{11}{8}$	۱
۹	$\log_x(2x^2 - 3x) - \log_x(x-1) = 1 \Rightarrow \log_x \frac{2x^2 - 3x}{x-1} = 1 \Rightarrow \frac{2x^2 - 3x}{x-1} = x^1 \Rightarrow 2x^2 - 3x = x(x-1) = x^2 - x$ $\Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x-2) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$ <p>به ازای $x = 0$، عبارت‌های لگاریتمی داده شده تعریف نشده‌اند و $x = 2$ قابل قبول است.</p>	۱
۱۰		۱
۱۱	$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -2, \lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} (3f(x) - 2g(x)) = 3 \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) - 2 \lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = 3 \times (-2) - 2(1) = -8$ <p>(۱) ب) حد چپ و راست تابع $f \cdot g$ را در نقطه $x = -3$ به دست می‌آوریم:</p> $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} (f(x)g(x)) = \lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) \times \lim_{x \rightarrow (-3)^+} g(x) = 1 \times (-3) = -3$ $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} (f(x)g(x)) = \lim_{x \rightarrow (-3)^-} f(x) \times \lim_{x \rightarrow (-3)^-} g(x) = 0 \times 0 = 0.$ <p>حد چپ و راست تابع $f \cdot g$ در $x = -3$ برابر نمی‌باشند، پس حد تابع $f \cdot g$ در $x = -3$ وجود ندارد.</p>	۱
۱۲	$\lim_{x \rightarrow 2^-} (3x - \sqrt{x^2 + 5}) = 3(2) - \sqrt{2^2 + 5} = 6 - 3 = 3$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{2x^2 + x - 3} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(2x+3)} = \frac{1+1}{2+3} = \frac{2}{5}$ $x \rightarrow 1^+ \Rightarrow x > 1 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[x]+2}{x^2 - 3} = \frac{1+2}{1^2 - 3} = -\frac{3}{2}$ $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (3 \sin x + 4 \cos x) = 3 \sin \frac{\pi}{2} + 4 \cos \frac{\pi}{2} = 3$	۲
۱۳	$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \quad : x = 1 \text{ در } f$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (ax + 2) = a + 2 = f(1) = 4 \Rightarrow a = 2$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (\sqrt{3x^2 + 1} - 2b) = \sqrt{3(1)^2 + 1} - 2b = 2 - 2b = f(1) = 4 \Rightarrow 2b = -2 \Rightarrow b = -1$	۱

رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح سوالات امتحان درس: ریاضی
امتحان پایان سال	سال یازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	<p>تابع f در دامنه خود پیوسته است:</p> $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x^3 - 1 \geq 0\} \quad x^3 - 1 \geq 0 \Rightarrow x^3 \geq 1 \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow x \geq 1 \text{ یا } x \leq -1 \Rightarrow D_f = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$	۱
۱۵	<p>: مجموع اعداد روی دو کارت مضرب ۳ باشد.</p> <p>: مجموع اعداد روی دو کارت زوج باشد.</p> $\Rightarrow n(A \cap B) = 2, n(B) = 5 \Rightarrow P(A \mid B) = \frac{2}{5}$	۱
۱۶	<p>: قبولی محمد در درس ریاضی ، $A \Rightarrow P(A) = 0.8$ و $B \Rightarrow P(B) = 0.7$</p> <p>و $A \Rightarrow P(A \cap B) = P(A)P(B) = 0.8 \times 0.7 = 0.56$</p> <p>(۱) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.8 + 0.7 - 0.56 = 0.94$</p> <p>(ب) $P(A' \cap B') = P(A' \cap B) = P(A')P(B') + P(A')P(B)$</p> $= 0.8 \times (1 - 0.7) + (1 - 0.8) \times 0.7 = 0.8 \times 0.3 + 0.2 \times 0.7 = 0.24 + 0.14 = 0.38$	۱
۱۷	$x_1, \dots, x_{12} \Rightarrow \bar{X}_1 = \frac{x_1 + \dots + x_{12}}{12} = 42 \Rightarrow x_1 + \dots + x_{12} = 12 \times 42 = 504$ $x_{13}, \dots, x_{25} \Rightarrow \bar{X}_2 = \frac{x_{13} + \dots + x_{25}}{13} = 45 \Rightarrow x_{13} + \dots + x_{25} = 13 \times 45 = 585$ $\Rightarrow \bar{X} = \frac{x_1 + \dots + x_{12} + x_{13} + \dots + x_{25}}{25} = \frac{504 + 585}{25} = \frac{1089}{25} = 43.56$	۱
۱۸	<p>هر کدام که ضریب تغییرات کمتری داشته باشد، بهتر است:</p> $CV_A = \frac{\sigma_A}{\bar{X}_A} = \frac{8000}{80000} = \frac{8}{80} = 0.1, CV_B = \frac{\sigma_B}{\bar{X}_B} = \frac{6000}{90000} = \frac{6}{90} = 0.066$ $0.1 < 0.066 \Rightarrow CV_A < CV_B$ <p>بنابراین لاستیک نوع A بهتر از لاستیک نوع B است.</p>	۱
۲۰	جمع نمره	